ثانوية الشيخ بوعمامة–عين الذهب – تيارت الشعبة : علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2024/ 2025 بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين **الموضوع الأول**

التمرين الأول: (04 نقاط) يراد تشكيل فرقة استكشاف للبرية تضم 3 أعضاء منهم قائد ومسعف ومقتفي أثر ،

من بين 4 رجال H_1 ، H_2 ، H_3 ، H_4 و ثلاث نساء F_1 ، F_2 ، F_3 .

1. أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

A : " كل أعضاء الفرقة رجال ". B : " الفرقة تضم على الأكثر امرأة ". C : " H_1 هو المسعف في هذه الفرقة ".

2. بين أن : $P(B\cap C)=\dfrac{4}{35}$

3. هل الحادثتان B و C مستقلتان ؟ علل اجابتك .
4. ما احتمال أن تضم الفرقة على الأكثر امرأة علما أن H_1 هو المسعف في هذه الفرقة .
5. نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل فرقة بحث عدد الرجال فيها .
   أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ،
   ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.
   ج. أحسب احتمال الحدث : $|X|\prec X^2$.

التمرين الثاني : (04 نقط)

1) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $U_{n+1}=\dfrac{U_n{}^2+e}{2U_n}$ و $U_0=1+\sqrt{e}$

أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-\sqrt{e}=\dfrac{1}{2U_n}\left(U_n-\sqrt{e}\right)^2$.

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n\succ\sqrt{e}$.

ج. ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنها متقاربة .

2) لتكن المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $V_n=\ln\left(\dfrac{U_n-\sqrt{e}}{U_n+\sqrt{e}}\right)$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}+\sqrt{e}=\dfrac{1}{2U_n}\left(U_n+\sqrt{e}\right)^2$

ب) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ ، يطلب حساب حدها الأول V_0.

ج) أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n ثم احسب $\lim U_n$.

د) من أجل كل عدد طبيعي n أحسب الجداء p_n حيث ، $p_n=e^{V_0}\times e^{V_1}\times e^{V_2}\times\ldots\ldots..\times e^{V_{n-1}}$

التمرين الثالث : (05 نقط)

I. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين A ، B

ذات اللاحقتين : z_A و z_B على الترتيب حيث : ، $z_A=1-i$ و $z_B=3+3i$ على الترتيب .

1. أكتب العدد z_A على الشكل الأسي ومن ثم استنتج الشكل الأسي للعدد z_B .

2. نعتبر u عددا من $\mathbb{C}$ حيث : $\frac{u}{z_A}=4\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

أ) عين طويلة العدد المركب u وعمدة له .

ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

3. أ – عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(\frac{\overline{z_A}}{\sqrt{2}}\right)^n$ تخيليا صرفا .

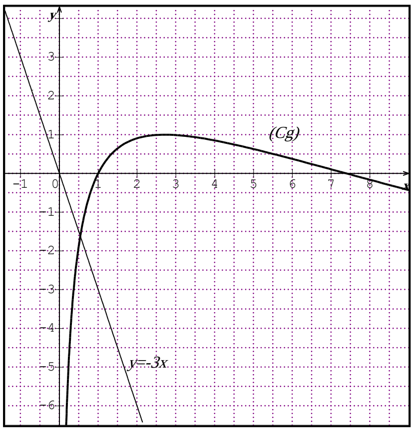
ب - تحقق أن العدد $\left(\frac{u}{4\sqrt{2}}\right)^{1962}$ عدد حقيقي .

II. نعتبر النقطة C نظيرة النقطة A بالنسبة إلى حامل محور الفواصل .

1. أ – عين z_C لاحقة النقطة C . ب – استنتج طبيعة المثلث OACومن ثم احسب مساحته .

2. انشر وبسط العبارة : $(1+i)^2$ ثم استنتج (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z حيث : $\arg(z^2-2i)=\arg(z+1+i)+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الرابع : (07 نقط)



I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=a\ln^2(x)+b\ln(x)$

حيث a و b ثوابت حقيقية و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) مستقيم معادلته $y=-3x$. β فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_g) (كما هو موضح في الشكل المقابل)

و النقطة $A(e;1)$ نقطة حدية (ذروة) لـ (C_g)

1) أ - عين $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب - تاكد من المعطيات السابقة أن : $a=-1$ و $b=2$.

2) عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) ثم استنتج اشارة $h(x)$ حيث : $h(x)=g(x)+3x$ على المجال $]0;+\infty[$.

3) حدد بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m\in]0;1]$ عدد وإشارة حلول المعادلة : $g(x)=m$

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=3\ln x+\frac{(\ln x)^2}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ يكون : $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ . بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 والآخر α حيث : $0.3\prec\alpha\prec0.4\prec\beta$

ب . تأكد أن : $\ln\alpha=-3\alpha$.

4) أنشئ (C_f) على المجال $[0;5]$ نأخذ : $\beta=0.5$ و $f(\beta)=-12$ و $f(5)=53$.

5) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة $x\to\ln x$ والتي تنعدم من أجل $x=e$.

ب) بين أن مساحة الحيزالمستوي A_α المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=1$ و $y=0$ هي $A_\alpha=(-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3)u.a$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كريات حمراء و 4 سوداء و صندوق U_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و كرية زرقاء و كرية سوداء ،

جميع الكريات متماثلة .

1. نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي بدون إرجاع من الصندوق U_1
   أ) شكل شجرة الاحتمال المناسبة لهذه الوضعية .
   ب) أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون.
   ج) أحسب احتمال الحصول على كرية حمراء على الأقل .
2. نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2 .
   و ليكن $\mathbf{X}$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .
   أ- بين أن : $p(\mathrm{X}=2)=\frac{16}{75}$
   ب - عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $\mathbf{X}$.
   ج- أحسب أمله الرياضياتي ، ثم التباين و الانحراف المعياري .
3. نضيف n كرية سوداء إلى الصندوق U_1 و $\mathbf{n}$ كرية حمراء الى الصندوق U_2
   نسحب كرية واحدة من الصندوق U_1 و كرية واحدة من الصندوق U_2.
   لتكن الحادثة $\mathbf{A}$ الحصول على كريتين من نفس اللون ،
   ✍ عين قيمة $\mathbf{n}$ حتى يكون $P(A)=\frac{3}{7}$.

التمرين الثاني : (04 نقط)

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ : $U_0=1$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{U_n}{e^n\,U_n+e}$.

1) أحسب كلا من U_1 و U_2 .
2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n>0$
   ب) بين أن (U_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة .
3) المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\frac{e^{-n}}{U_n}$
   أ. بين أن المتتالية (V_n) حسابية أساسها e^{-1} ثم استنتج عبارة V_n بدلالة n .
   ب. أكتب عبارة U_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim U_n$.
4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n= \ {}_0U_0+V_1U_1+\ldots\ldots+V_nU_n$
   ✍ أحسب S_n بدلالة n ثم استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\ {}_n=\frac{e}{e-1}$

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها $Z_A = 2 + 2i$ ، $Z_B = 2\sqrt{3} - 2i$ و $Z_C = \overline{Z_B}$ على الترتيب .

1) أ - أكتب العدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل المثلثي .

ب - استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos(\frac{5\pi}{12})$ و $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

2) أكتب العدد المركب $\frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا .

4) أ- عين Z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;2),(C;-2)\}$.

ب- عين طبيعة الرباعي $ADBC$.

5) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي من أجلها يكون $\frac{Z - Z_A}{Z - Z_B}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

التمرين الرابع : (07 نقط)

نعتبر الدالة f على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 - x^2e^x$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 3cm$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -x(x+2)e^x$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف . يطلب تعيين إحداثيتهما .
4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$.
5. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها -1 .
6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{1}{e} + xe^x$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) \geq 0$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - \left(\frac{1}{e}x + 1\right) = -x\,h(x)$، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة لـ (T)

ت) أنشئ (C_f) و (T)

7. G الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ حيث : a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة .

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة G أصلية للدالة $g: x \to x^2e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $y = 1$ ، و$x = -2$ و$x = 0$

*****بالتوفيق والنجاح في البكالوريا – أسرة الرياضيات – ****