الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية أول نوفمبر، برج بوعريريج **الموسم الدراسي:2025/2024.**

المستوى والشعبة: 1 ج م ع **المدة: 02 ســاعة.**

اختبار الفصل الثالث لمادة الرياضيات

التمرين الأول (4 نقاط):

1) أنشئ جدول تغيرات الدالة $x \mapsto \sin x$ على المجال $[-\pi;\pi]$. (دون شرح)

2) -إذا علمت أن: $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ ، جد $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

- استنتج أن $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)=2-\sqrt{3}$

3) x عدد حقيقي، أكتب العبارة $S(x)$ على أبسط شكل ممكن :

$$S(x)=\cos(x-2\pi)+2\sin(2x+4\pi)-\cos(-x+8\pi)+2\sin(-2x+2\pi)$$

التمرين الثاني(5 نقاط):

$ABCD$ مستطيل، P نقطة من القطر $[AC]$ ، المستقيم العمودي على (AC) في النقطة p يقطع (DC) في النقطة T ، ويقطع (AB) في النقطة M كما يقطع (AD) في النقطة S .

1) أنشئ شكلا .

2) ماذا تمثل النقطة T في المثلث SAC ؟

3) استنتج أن المستقيم (AT) يعامد المستقيم (SC).

4) إذا علمت أن: $DS=3,6cm$ ، $AD=5,4cm$ ، $AB=8cm$ ، $DT=2,4cm$.

- أحسب كلا من AM و MC

التمرين الثالث(7 نقاط):

أ) نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية العبارة الجبرية $A(x)$ حيث: $A(x)=2x^2-x-15$.

1) حل في $\mathbb{R}$ و باستعمال المميز Δ المعادلة $A(x)=0$.

2) جد الشكل النموذجي للعبارة $A(x)$.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $A(x)=2(x-3)\left(x+\frac{5}{2}\right)$

4) أدرس إشارة $A(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة $A(x)<0$.

ب) نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية العبارة الجبرية $B(x)$ حيث:

$$B(x)=(x-3)^2+(2x+7)(x-3)+x^2-9 .$$

أقلب الورقة

1) أنشر ثم بسط العبارة $B(x)$.

2) حلل $B(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3) حل في $\mathbb{R}$ ما يلي: $B(x)=-21$ ، $\dfrac{A(x)}{B(x)}=0$.

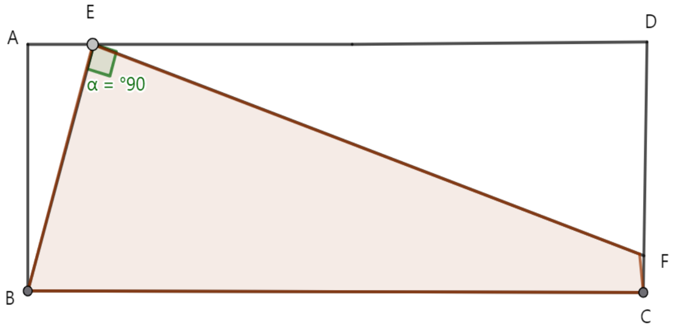
جـ) $C(x)$ عبارة جبرية مع : $C(x)=-\alpha^2x^2+(\alpha-2)x+1$. (مع α عدد حقيقي)

1) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المعادلة $C(x)=0$ من الدرجة الأولى ، ثم حل عندئذ هذه المعادلة من أجل تلك القيمة لـ α .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي α غير معدوم، المعادلة $C(x)=0$ تقبل حلين متمايزين في $\mathbb{R}$. (لا يطلب إيجاد هما)

<u>التمرين الرابع (4 نقاط):</u>

x عدد حقيقي حيث $x>3$ ، $ABCD$ مستطيل بعداه، $AB=x+1$ و $AD=2x-4$ ، $B\hat{E}F=90^\circ$.
$AE=2$ و $CF=1$.



1) أحسب بدلالة x ، S_1 مساحة المستطيل $ABCD$

2) أحسب بدلالة x ، S_2 مساحة الرباعي $EFCB$

3) عين القيم الممكنة للعدد x حتى تكون المساحة S_2 تساوي ضعف مساحة المثلث EDF .

4) عين القيم الممكنة للعدد x حتى يكون المثلث EFB متساوي الساقين .

بالتوفيق و عطلة سعيدة

الحل النموذجي لاختبار الفصل الثالث

المستوى: 2ع1 ت

التمرين الأول:

1) إنشاء جدول تغيرات الدالة:

$x \mapsto \sin x$ (1)

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	-1	0	1	0

2) إذا علمت أن $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

- إيجاد: $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$:

لدينا: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (0,25)

ومنه: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

إذن: $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$

(0,25) $= 1 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$

$\sin^2 x = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

ومنه: (0,5) $\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$

- استنتاج أن $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2-\sqrt{3}$:

$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ (0,25)

ومنه:

$\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}$ (0,25)

$= \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

إذن:

$\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ (0,25)

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$

إذن $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2-\sqrt{3}$ (0,25)

3) تبسيط $S(x)$:

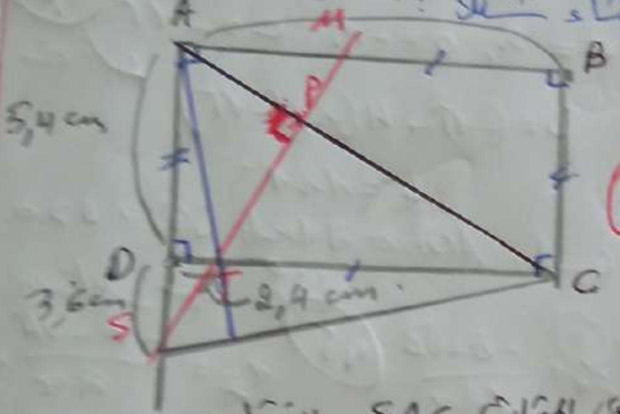
$S(x) = \cos(x) + 2\sin(2x) - \cos(-x) + 2\sin(-2x)$ (0,5)

$= \cos(x) + 2\sin(2x) - \cos(x) - 2\sin(2x)$

$S(x) = 0$ (0,5)

التمرين الثاني:

1) إنشاء الشكل: 8cm



2) في المثلث SAC، النقطة T هي نقطة تلاقي الارتفاعات (1)

3) استنتاج أن (AT) يعامد المستقيم (SC)

بما أن T هي نقطة تلاقي الارتفاعات في المثلث ACS، وبما أن A رأس في هذا المثلث فإن (AT) عمودي على (SC). (1)

4) حساب AM:

في المثلث AMS لدينا: (DT)//(AM) (مستقيمان عموديان على نفس المستقيم (AS)).

إذن حسب نظرية طالس:

$\frac{SD}{SA} = \frac{DT}{AM}$ (0,5) (0,5)

3) من الجل لكل x من $\mathbb{R}$:

استعمال التحليل

$A(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$A(x) = 2(x - 3)\left(x + \frac{5}{2}\right)$

4)

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$		3	$+\infty$
$A(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

- حلول المتراجحة $A(x) < 0$:

$S_2 = \left]-\frac{5}{2} ; 3\right[$

ب) 1)

$B(x) = x^2 - 6x + 9 + 2x^2 - 6x + 12x - 21 + x^2 - 9$

$B(x) = 4x^2 - 5x - 21$

2) تحليل $B(x)$:

- حل المعادلة $B(x) = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 4,\ b = -5,\ c = -21$

$\Delta = (-5)^2 - 4(4)(-21)$

$\Delta = 361$

ومنه المعادلة حلان متمايزان $x_1 = 3,\ x_2 = \frac{-7}{4}$

$B(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$B(x) = 4(x - 3)\left(x + \frac{7}{4}\right)$

3) $B(x) = -21$

معناه $4x^2 - 5x - 21 = -21$

أي: $4x^2 - 5x = 0$

أي: $x(4x - 5) = 0$

ومنه $x = 0$ أو $4x - 5 = 0$

أي $x = 0$ أو $x = \frac{5}{4}$

$S_3 = \left\{0 ; \frac{5}{4}\right\}$

2

- حساب MC:

في المثلث القائم في B، MBC لدينا حسب نظرية فيثاغورس:

$MC^2 = CB^2 + MB^2$

أي: $MC^2 = (5,4)^2 + (8-6)^2$

$MC^2 = 33,16$

أي $MC = \sqrt{33,16}$

$MC \approx 5,76cm$

التمرين الثالث:

أ)

$A(x) = 2x^2 - x - 15$

1) حل المعادلة $A(x) = 0$:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 2,\ b = -1,\ c = -15$ ومنه:

$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-15)$

$\Delta = 121$

$\Delta > 0$، إذن المعادلة $A(x) = 0$ تقبل حلين متمايزين هما:

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{1 + \sqrt{121}}{2(2)}$ $\qquad x_2 = \frac{1 - \sqrt{121}}{2(2)}$

$x_1 = 3$ $\qquad x_2 = -\frac{5}{2}$

$S_1 = \left\{+3, -\frac{5}{2}\right\}$

2) إيجاد الشكل النموذجي لـ $A(x)$:

$A(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$A(x) = 2\left[\left(x + \frac{-1}{2(2)}\right)^2 - \frac{121}{4(2)^2}\right]$

$A(x) = 2\left[\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right]$

$$\frac{A(x)}{B(x)}=0$$

معناه $A(x)=0$ و $B(x)\neq 0$ (0,1)

أي $\begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{5}{2}\end{cases}$ و $\begin{cases} x\neq 3 \\ x\neq -\frac{2}{4}\end{cases}$

$S_4=\{-\frac{5}{2}\}$

ج) $C(x)=-\alpha^2x^2+(\alpha-2)x+1$.

أ) $C(x)=0$ من الدرجة الأولى، معناه $-\alpha^2=0$ أي $\alpha=0$.

حل المعادلة $C(x)=0$ مع $\alpha=0$ (0,25)

$-2x+1=0$

$-2x=-1$

$S_5=\{\frac{1}{2}\}$ (0,25) $x=\frac{1}{2}$

ب) $\alpha\neq 0$.

لدينا: $\Delta=b^2-4ac$

$a=-\alpha^2$ ، $b=\alpha-2$ ، $c=1$.

ومنه $\Delta=(\alpha-2)^2-4(-\alpha^2)(1)$

$\Delta=(\alpha-2)^2+4\alpha^2$ (0,25)

لدينا: $(\alpha-2)^2>0$ و $4\alpha^2\geq 0$

إذن: $\Delta>0$ (0,25)

ومنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم α ، المعادلة $C(x)=0$ تقبل حلين متمايزين

التمرين الثالث

1) $S_1=(2x-4)(x+1)$ (0,1)

$=2x^2+2x-4x-4$ (0,25)

$S_1=2x^2-2x-4$ (0,25)

2) $S_2=S_1-(S_{ABE}+S_{DEF})$.

$S_{ABE}=\frac{2(x+1)}{2}$ (0,25) (0,25)

$=x+1$

$S_{DEF}=\frac{(2x-6)\times(x)}{2}$

(0,25) $=(x-3)(x)$

$S_{DEF}=x^2-3x$

ومنه:

$S_2=2x^2-2x-4-(x+1+x^2-3x)$

$=2x^2-2x-4-x^2+2x-1$

$S_2=x^2-5$ (0,25)

3) $S_2=2S_{EDF}$ (0,1)

$x^2-5=2(x^2-3x)$

$x^2-5-2x^2+6x=0$ (0,25)

$-x^2+6x-5=0$

$\Delta=16$

$x_1=1$ مرفوض $(x_1<3)$

$x_2=5$ (0,25) مقبول

4) EFB متساوي الساقين معناه $EB=FE$ (0,25)

حساب EF:

لدينا حسب نظرية فيثاغورس (3)

في المثلث القائم EFD :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

ومنه: $EF = \sqrt{x^2 + (2x-6)^2}$

0,25

$$= \sqrt{5x^2 - 24x + 36}$$

وفي المثلث القائم AED لدينا:

$$EB^2 = \sqrt{AE^2 + AB^2}$$

$$= \sqrt{4 + x^2 + 2x + 1}$$

$$= \sqrt{x^2 + 2x + 5}$$

0,25

ومنه: $BE = EF$

ومعناه:

$$\sqrt{x^2+2x+5} = \sqrt{5x^2-24x+36}$$

أي:

$$x^2+2x+5 = 5x^2-24x+36$$

ومنه

$$4x^2 - 26x + 31 = 0$$

$$\Delta = 180$$

$x_1 = \frac{13-3\sqrt{5}}{4}$ مرفوض $(x_1 < 3)$

$x_2 = \frac{13+3\sqrt{5}}{4}$ مقبول $(x_2 > 3)$

إذن: قيمة x التي تكون تكون المثلث EFB قائما ومتساوي الساقين هي:

0,25

$$x = \frac{13+3\sqrt{5}}{4}$$