

الدّوال

خالد معمري للرياضيات

$$f(x) = ax + b \begin{cases} \text{دالة تالفية } f & a \neq 0 \text{ و } b \neq 0 \\ \text{دالة خطية } f & a \neq 0 \text{ و } b = 0 \\ \text{دالة ثابتة } f & a = 0 \end{cases}$$

$f(x) = 2x - 3$
 $f(x) = 5x$
 $f(x) = 4$

الدّالة الخطية

أمثلة

$f(x) = 5x$ ، دالة خطية معاملها 5
 $H(x) = -x$ ، دالة خطية معاملها -1
 $M(x) = \frac{5}{x} = 5x^{-1}$ ، M ليست دالة خطية

تعريف

عندما نرفق العدد x بالجداء $a \times x$

نكون قد عرفنا دالة خطية

- نرسم لها بالرمز : $f: x \mapsto a \times x$
- نكتب $f(x) = ax$

ملاحظة :

ممثّل الدالة الخطية هو مستقيم

معادلته $y = ax$

الدالة

المعامل

$$f(x) = ax$$

صورة العدد x بالدالة f

تعيين العبارة الجبرية لدالة خطية

$a = \frac{\text{الصورة}}{\text{المتغير}} : h(-2) = 8$ (ط1)

$$a = \frac{8}{-2} = -4$$

إن: $h(x) = -4x$

(ط2) نقطة تنتمي إلى $B(-2 ; 8)$

ممثل الدالة الخطية h , $a = \frac{\text{الترتيب}}{\text{الدالة}}$

$$a = \frac{8}{-2} = -4$$

$$h(x) = -4x$$

إيجاد صورة عدد بدالة خطية

$$f(x) = 3x$$

$$f(5) = 3 \times 5 = 15$$

إيجاد عدد صورته معلومة :

العدد m صورته بالدالة f هي -12

$$f(m) = -12 \text{ و } f(m) = 3m$$

$$3m = -12 \text{ و منه } m = \frac{-12}{3}$$

$$\text{إن } m = -4$$

التمثيل البياني لدالة خطية

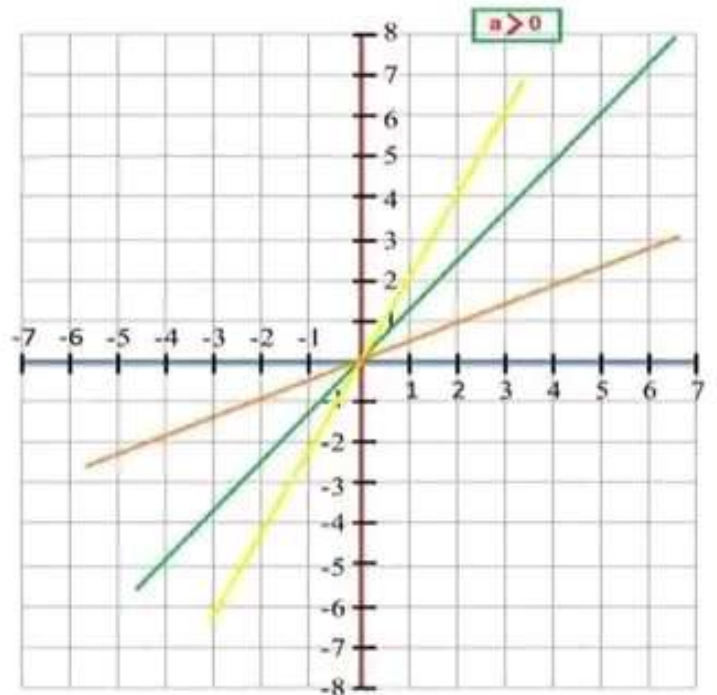
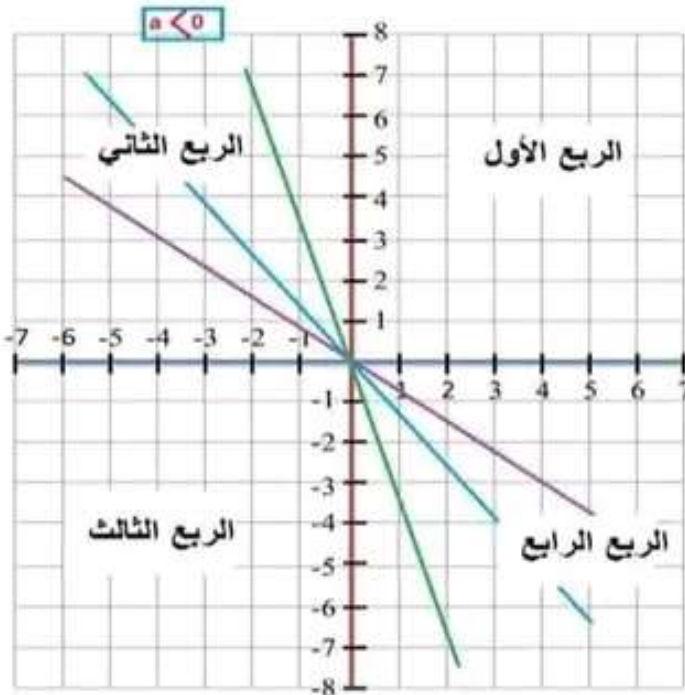
ممثل دالة خطية هو مستقيم يمر من المبدأ معادلته $y = ax$

إذا كان $a < 0$ فإن ممثل الدالة f

يرسم في الربعين الثاني و الرابع

إذا كان $a > 0$ فإن ممثل الدالة f

يرسم في الربعين الأول و الثالث



تمارين الدالة الخطية

خالد معمري للرياضيات

التمرين الأول

عين الدوال الخطية من بين الدوال الآتية ثم أوجد معامل كل منها :

$$g(x) = -2x + 7x$$

$$m(x) = \frac{4}{x}$$

$$h(x) = \frac{x}{4}$$

$$f(x) = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$$

التمرين الثاني

f دالة خطية حيث $(x) = -3x$

(1) أوجد صور الأعداد التالية بالدالة f

$$-3, 0, 3$$

(2) ماهو العدد m الذي صورته بالدالة f هي العدد 1

(3) مثل بيانيا الدالة f .

التمرين الثالث

لتكن الدالة الخطية g .

(1) عين العبارة الجبرية للدالة g علما أن :

$$g(-2) = 1$$

ثم أوجد العدد n الذي صورته بالدالة g هي 1 -

(2) هل النقطة $A(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$ تنتمي إلى ممثل الدالة g ؟

برر إجابتك .

التمرين الرابع

$C(-2; 6)$ نقطة تنتمي إلى ممثل الدالة الخطية h

(1) عين العبارة الجبرية للدالة h

(2) أنشئ ممثل الدالة h في مستو مزود بمعلم م و م .

التمرين الخامس

ثمن هاتف نقال 15000 da

(1) ما هو السعر الجديد بعد تخفيض نسبته 20% ؟

(2) عين العبارة الجبرية للدالة الخطية f المعبرة

على هذه الوضعية .

التمرين السادس

بمناسبة شهر رمضان المبارك قام تاجر بتخفيض

5 % في كل سلعه , و بعد انقضاء الشهر الفضيل

رفع الأسعار بنسبة 5 % .

إذا علمت أن ثمن جهاز حاسوب هو 27000 da

قبل شهر رمضان , أوجد ثمنه بعد انقضاء هذا الأخير

التمرين السابع

من بين النقط التالية عين تلك التي تنتمي إلى التمثيل

البياني للدالة الخطية h علما أن : $h(x) = -2x$

$$C(1; -2) , B(1; 2) , A(\frac{1}{2}; -1)$$

حلول تمارين الدالة الخطية

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 01

$$g(x) = -2x + 7x = 5x$$

g دالة خطية معاملها 5

$$m(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$$

m ليست دالة خطية .

$$h(x) = \frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$$

h دالة خطية معاملها $\frac{1}{4}$

$$f(x) = (x+1)^2 - (x-1)^2$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$$

$$f(x) = 4x$$

f دالة خطية معاملها 4

حل التمرين 02

$$f(x) = -3x$$

$$f(3) = -3 \times 3 = -9$$

$$f(0) = -3 \times 0 = 0$$

$$f(-3) = -3 \times (-3) = 9$$

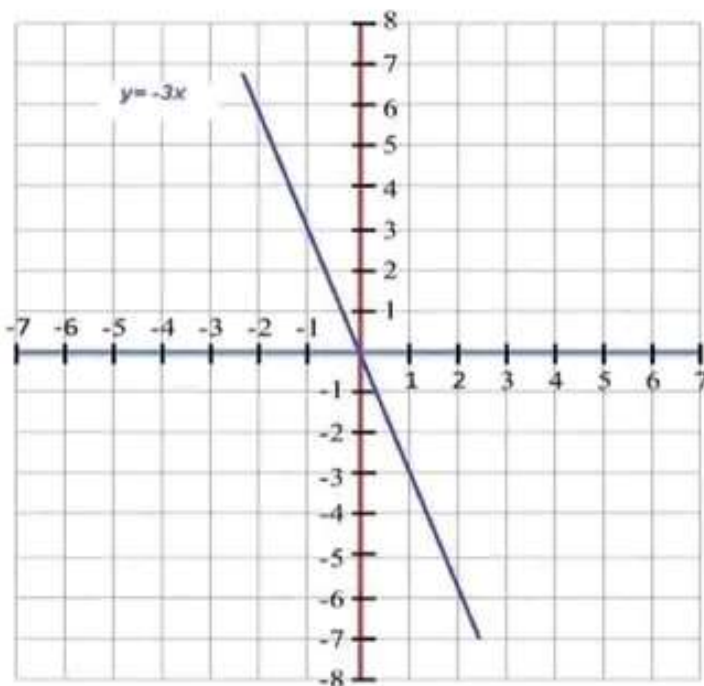
(2) إيجاد العدد m :

$$f(m) = -3m = 1$$

$$m = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

(3) التمثيل البياني للدالة $f : y = -3x$

x	0	1
y	0	-3
$(x; y)$	(0; 0)	(1; -3)



خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 03

(1) تعيين العبارة الجبرية للدالة g :

لدينا $g(-2) = 1$ و منه

$$g(x) = \frac{-1}{2}x \text{ و عليه } a = \frac{-1}{2}$$

إيجاد العدد n الذي صورته بالدالة g هي -1 :

$$g(n) = \frac{-1}{2}n \text{ و } g(n) = -1$$

$$n = 2 \text{ و بالتالي } \frac{-1}{2}n = -1$$

(2) كي تنتمي $A(\frac{-1}{2}; \frac{1}{4})$ إلى بيان g

$$g(\frac{-1}{2}) = \frac{1}{4} \text{ يجب أن يكون}$$

$$g(\frac{-1}{2}) = \frac{-1}{2} \times (\frac{-1}{2}) = \frac{1}{4}$$

إذن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g .

حل التمرين 04

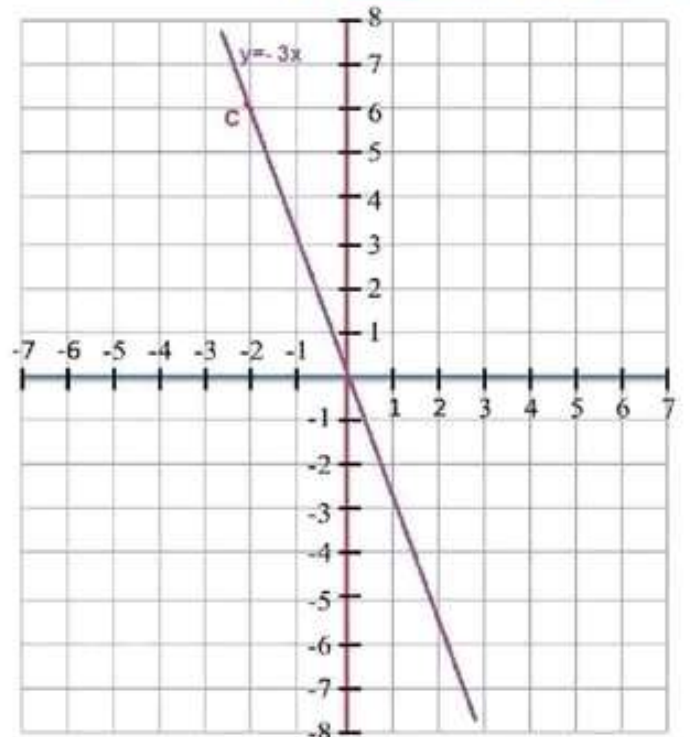
(1) تعيين العبارة الجبرية للدالة h :

لدينا $C(-2; 6)$ تنتمي إلى بيان h

$$a = \frac{6}{-2} = -3 \text{ و منه}$$

$$h(x) = -3x \text{ إذن}$$

(2) إنشاء ممثل الدالة الخطية h :



حل التمرين 05

(1) إيجاد السعر الجديد للهاتف:

$$y = (1 - \frac{20}{100}) 15000 = 12000$$

السعر بعد التخفيض هو $12000 da$

(2) العبارة الجبرية للدالة f

$$f(x) = (1 - \frac{20}{100})x$$

$$f(x) = 0,8x \text{ و بالتالي}$$

حل التمرين 06

الثمن الجديد للحاسوب:

$$y = (1 - \frac{5}{100})(1 + \frac{5}{100}) 27000$$

$$y = 26932,5 \text{ و منه}$$

الثمن الجديد للحاسوب هو $26932,5 da$

حل التمرين 07

لدينا $h(x) = -2x$

$$h(\frac{1}{2}) = -2 \times \frac{1}{2} = -1 : A(\frac{1}{2}; -1)$$

إذن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة h .

$$h(1) = -2 \times 1 = -2 \neq 2 : B(1; 2)$$

إذن B لا تنتمي إلى ممثل الدالة h .

$$h(1) = -2 \times 1 = -2 : C(1; -2)$$

إذن C تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة h .

الدالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

صورة العدد x بدالة تالفية هي $ax + b$ ، a و b هما معاملي الدالة التالفية و نكتب :

$$f(x) = ax + b \quad , \quad f : x \mapsto ax + b$$

أمثلة : $P(x) = 5 - 2x$, $M(x) = \sqrt{3}x - 1$, $h(x) = \frac{-1}{5}x - 4$, $f(x) = 2x + 3$

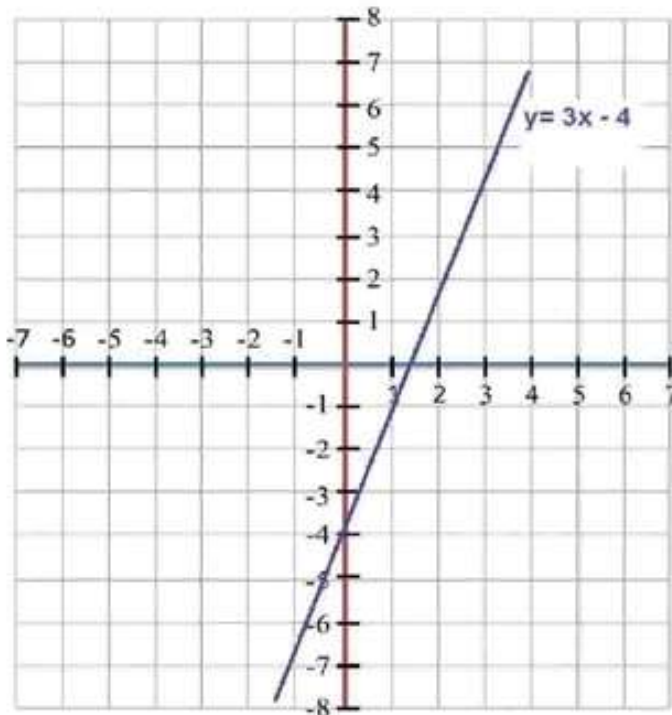
$$f(x) = 3x - 4$$

التمثيل البياني :

التمثيل البياني لدالة تالفية هو مستقيم

معادلته : $y = ax + b$

x	0	1
y	-4	-1
$(x; y)$	(0; -4)	(1; -1)



إيجاد صورة عدد :

$$f(x) = 3x - 4$$

$$f(11) = 3 \times 11 - 4 = 29$$

إيجاد عدد صورته معلومة :

m عدد صورته بالدالة التالفية f هي 14

$$f(m) = 14 \quad \text{و} \quad f(m) = 3m - 4$$

$$3m - 4 = 14 \quad \text{و منه} :$$

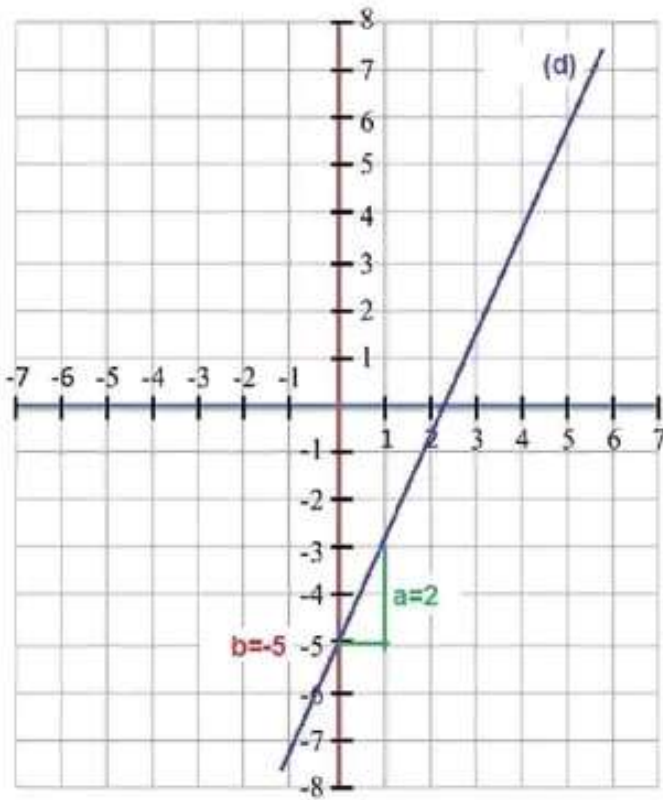
$$m = 6 \quad \text{إن} :$$

التحقق :

$$f(6) = 3 \times 6 - 4 = 18 - 4 = 14$$

خالد معمري للرياضيات

الطريقة 3 (الطريقة البيانية) :



المستقيم (d) هو التمثيل البياني للدالة التالفية f

من التمثيل نجد $b = -5$ و $a = 2$

و بالتالي : $f(x) = 2x - 5$

تعيين العبارة الجبرية لدالة تالفية :

f دالة تالفية حيث :

$$f(1) = -3 , f(-2) = -9$$

أو $M(1; -3) , K(-2; -9)$

نقطتان من التمثيل البياني للدالة f .

الطريقة 1 : خاصية تناسبية التزايدات

$$a = 2 \text{ إذن } a = \frac{-9 - (-3)}{-2 - 1} = \frac{-6}{-3}$$

$$f(x) = 2x + b$$

$$f(1) = 2 \times 1 + b \text{ و } f(1) = -3$$

$$\text{ومنه : } 2 + b = -3 \text{ إذن : } b = -5$$

و بالتالي : $f(x) = 2x - 5$

الطريقة 2 : توظيف جملة معادلتين :

$$\begin{cases} -2a + b = -9 & \dots 1 \times (-1) \\ 1a + b = -3 & \dots 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - b = 9 \\ a + b = -3 \end{cases}$$

بالجمع نجد : $3a = 6$ و منه : $a = 2$

نعوض بقيمة a في المعادلة رقم 2

$$b = -5 \text{ و منه } 2 + b = -3$$

إذن : $f(x) = 2x - 5$

تمارين الدالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

التمرين 01

من بين الدوال التالية عين الدوال التالفية

$$g(x) = -x + 1, f(x) = \frac{x+4}{7}$$

$$M(x) = \sqrt{2}x - 5, h(x) = \sqrt{2x} - 5$$

$$E(x) = (3x - 2) - 9x$$

التمرين 02

f دالة تالفية حيث : $f(x) = 6x - 1$

(1) أوجد صور الأعداد $0, -1, 6, -6$ بالدالة f

(2) في مستو مزود بمعلم م و م أنشئ المستقيم (Δ) ممثل الدالة f .

التمرين 03

f, h دالتان حيث :

$$h(x) = x(x + 4) - x, f(x) = 2(x + 4)$$

(1) أنشئ في نفس المستوي المزود بمعلم م و م

المستقيمين (Δ) , (d) ممثلي الدالتين f, h على الترتيب.

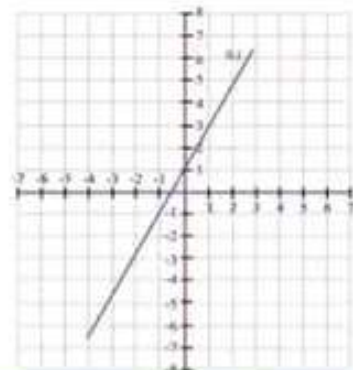
(2) أوجد إحداثيتي A نقطة تقاطع (Δ) و (d) .

التمرين 04

(L) ممثل الدالة التالفية M

(1) عين العبارة الجبرية للدالة M .

(2) أوجد العدد n الذي صورته بالدالة M هي العدد 9



التمرين 05

(1) عين العبارة الجبرية للدالة h علما أن :

$$h(-1) = 5, h(1) = -1$$

(2) مثل بيانيا الدالة h في مستو مزود بمعلم م و م.

(3) هل النقطة $C(0; -2)$ تنتمي إلى المنحنى

البياني لـ h ؟ برر إجابتك.

التمرين 06

(1) عين العبارة الجبرية للدالة التالفية E إذا علمت أن تمثيلها البياني يشمل النقطتين

$$B(-1; -3), A(2; 9)$$

(2) أحسب العدد m حيث $f(m) = 5$

التمرين 07

(1) حل جملة معادلتين التالية :

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

(2) علم النقط $C(1; 3), D(2; 1), A(4; -3)$

(3) إذا اعتبرنا أن المستقيم (CD) هو التمثيل البياني

للدالة التالفية M , فعين العبارة الجبرية لها.

(4) بين أن النقط A, C, D في استقامية.

التمرين 08

f, g, h دوال معرفة كما يلي :

$$h(x) = -5, g(x) = 5x, f(x) = 2x - 3$$

(1) أنشئ $(\Delta), (L), (d)$ التمثيلات البيانية

للدوال f, g, h على الترتيب في نفس المستوي

المنسوب إلى معلم م و م.

(2) بين أن $A(-1; -5)$ هي نقطة تقاطع التمثيلات

البيانية الثلاث.

خالد معمري للرياضيات

حلول تمارين الدالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 03 1 إنشاء (Δ) و (d) :

$$f(x) = 2(x + 4) = 2x + 8$$

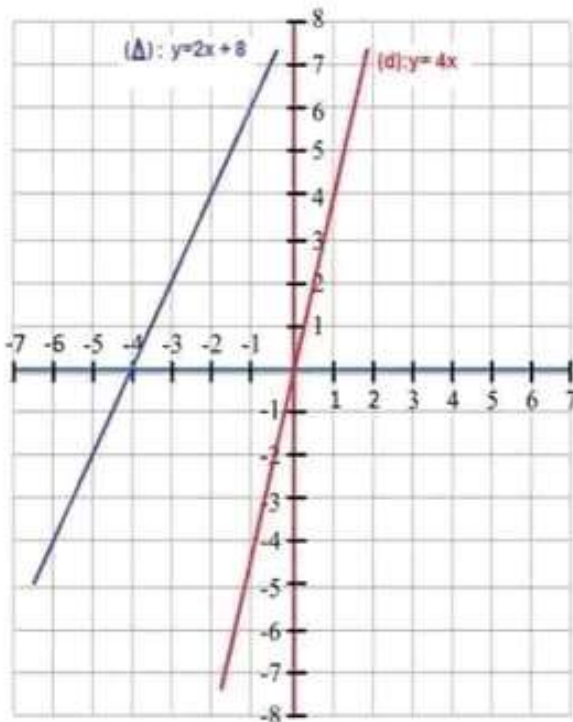
$$(\Delta): y = 2x + 8$$

x	-2	-3
y	4	2
$(x; y)$	$(-2; 4)$	$(-3; 2)$

$$h(x) = x - x + 4) - x = 4x$$

$$(d): y = 4x$$

x	0	1
y	0	4
$(x; y)$	$(0; 0)$	$(1; 4)$



خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 01

الدوال التالفية هي : E, M, g, f

توضيح :

$$f(x) = \frac{x+4}{7} = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$$

$$E(x) = (3x - 2)^2 - 9x^2$$

$$E(x) = \cancel{9x^2} + 4 - 12x - \cancel{9x^2}$$

$$E(x) = -12x + 4$$

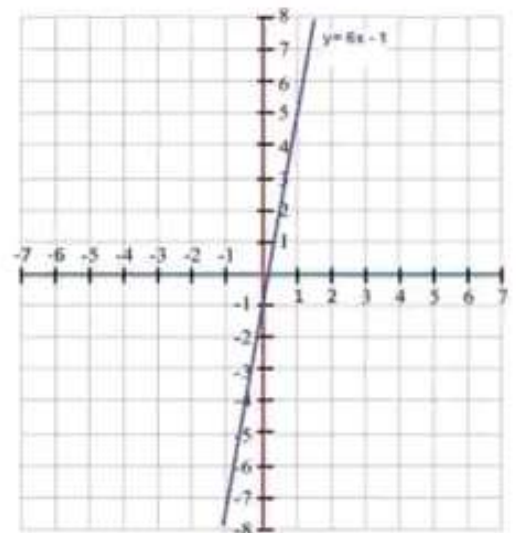
حل التمرين 02

1 إيجاد صور الأعداد $-6, 6, -1, 0$

- $f(0) = 6 \times 0 - 1 = -1$
- $f(-1) = 6 \times (-1) - 1 = -7$
- $f(6) = 6 \times 6 - 1 = 35$
- $f(-6) = 6 \times (-6) - 1 = -37$

2 إنشاء (Δ) :

x	0	1
y	-1	5
$(x; y)$	$(0; -1)$	$(1; 5)$



حل التمرين 05

(1) تعيين العبارة الجبرية للدالة h :

لدينا : $h(1) = -1$, $h(-1) = 5$

$$a = \frac{5 - (-1)}{-1 - 1} = \frac{6}{-2} = -3 \text{ و منه :}$$

$$h(x) = -3x + b$$

$$h(1) = -3 \times 1 + b = -1$$

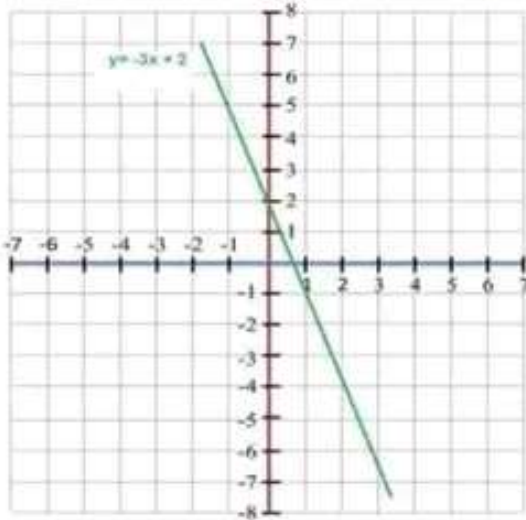
$$b = -1 + 3 = 2$$

ذن : $h(x) = -3x + 2$

(2) التمثيل البياني للدالة h :

$$y = -3x + 2$$

x	0	1
y	2	-1
$(x; y)$	(0; 2)	(1; -1)



(3) كي تكون النقطة $C(0; 2)$ تنتمي إلى بيان h

يجب أن نتحقق : $h(0) = 2$

لدينا : $h(x) = -3x + 2$

و منه : $h(0) = -3 \times 0 + 2 = 2$

و بالتالي النقطة C تنتمي إلى بيان الدالة h .

(2) إيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع (Δ) و (d) :

$$4x = 2x + 8 \text{ و منه : } 2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

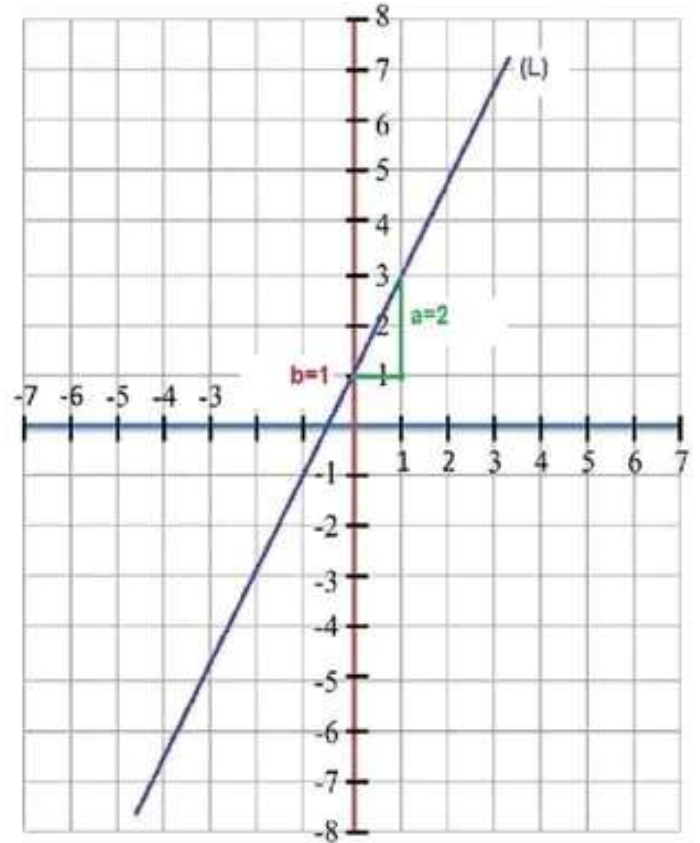
$$y = 4x = 4 \times 4 = 16$$

إذن : $(4; 16)$ هما إحداثيتي نقطة

تقاطع (Δ) و (d) .

حل التمرين 04

(1) تعيين العبارة الجبرية للدالة M :



$$M(x) = 2x + 1$$

(2) إيجاد العدد n الذي صورته بالدالة M هي العدد 9

$$M(n) = 9 \text{ و } M(n) = 2n + 1$$

و منه : $2n + 1 = 9$ و عليه : $2n = 8$

$$n = \frac{8}{2} \text{ إذن : } n = 4$$

و بالتالي العدد المطلوب هو 4.

حل التمرين 06

(3) تعيين العبارة الجبرية للدالة M :

(CD) ممثل الدالة M و $C(1; 3)$, $D(2; 1)$

$$\begin{cases} 1a + b = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \text{ إذن :}$$

من الطلب 1 حل الجملة هو $(-2; 5)$

أي أن : $a = -2$ و $b = 5$

إذن : $M(x) = -2x + 5$

(4) تبين أن النقط A , C , D في استقامية :

يكفي تبين أن النقطة A تنتمي إلى (CD) ممثلاً M :

لدينا $A(4; -3)$

$$M(4) = -2 \times 4 + 5 = -8 + 5 = -3$$

إذن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (CD)

و بالتالي النقط A , C , D في استقامية .

(1) تعيين العبارة الجبرية للدالة التالفة E :

النقطتان $A(2; 9)$, $B(-1; -3)$ تنتميان

إلى التمثيل البياني للدالة E و منه

$$\begin{cases} -1a + b = -3 \\ 2a + b = 9 \end{cases}$$

بحل هذه الجملة نجد : $a = 4$ و $b = 1$

و عليه : $E(x) = 4x + 1$

(2) حساب العدد m حيث $f(m) = 5$:

$$f(m) = 4m + 1$$

و منه : $4m + 1 = 5$ و عليه $m = \frac{4}{4}$

إذن : $m = 1$

حل التمرين 07

(1) حل الجملة :

$$\begin{cases} a + b = 3 \dots\dots\dots 1 \times (-1) \\ 2a + b = 1 \dots\dots\dots 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a - b = -3 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

بالجمع نجد : $a = -2$

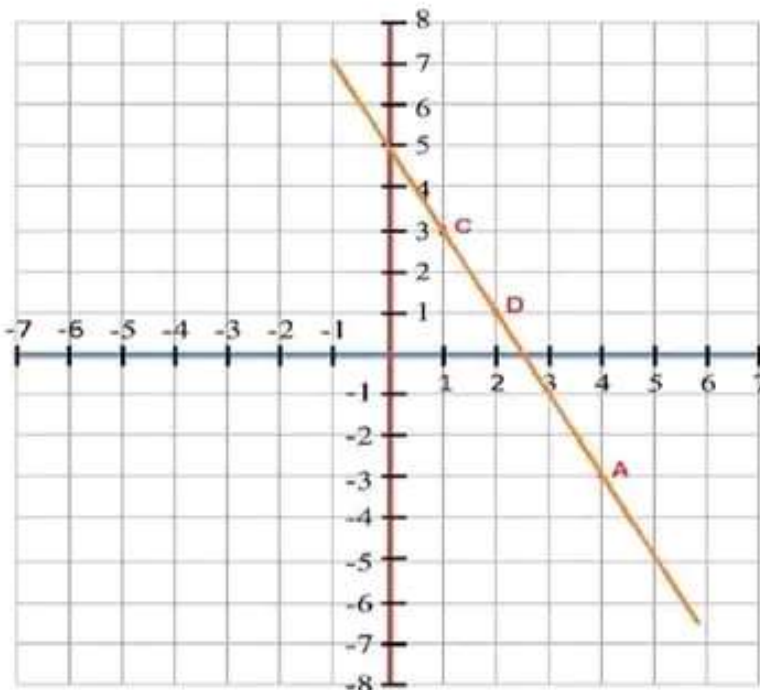
نعوض في المعادلة 1 نجد :

$$-2 + b = 3 \text{ و منه } b = 5$$

للجملة حل وحيد هو $(-2; 5)$

(2) تعليم النقط

$A(4; -3)$, $D(2; 1)$, $C(1; 3)$



(1) إنشاء المستقيمات (d) , (L) , (Δ) التمثيلات البيانية
للدوال $h(x) = -5$, $g(x) = 5x$, $f(x) = 2x - 3$
على الترتيب :

$(d): y = -5$

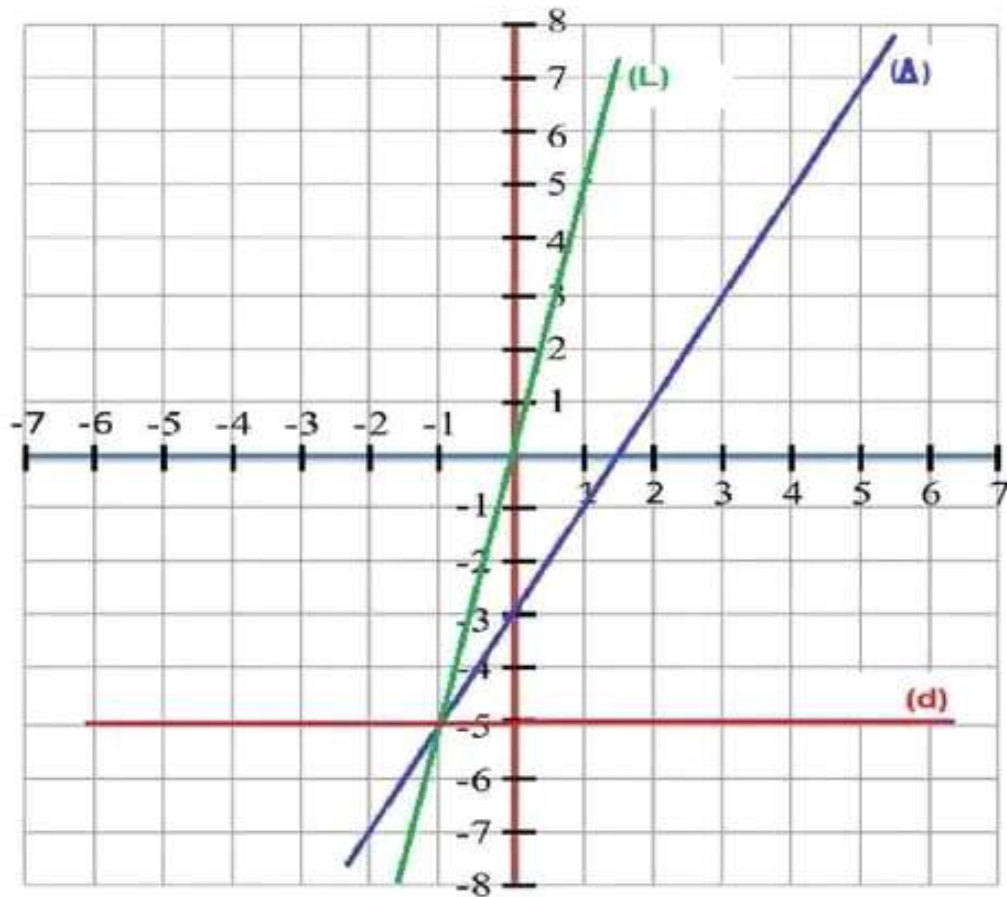
x	0	1
y	-5	-5
$(x; y)$	(0; -5)	(1; -5)

$(L): y = 5x$

x	0	1
y	0	5
$(x; y)$	(0; 0)	(1; 5)

$(\Delta): y = 2x - 3$

x	0	1
y	-3	-1
$(x; y)$	(0; -3)	(1; -1)



(2) تبين أن $A(-1; -5)$ تنتمي إلى المستقيمات الثلاث :

$A \in (\Delta)$: إذن $f(-1) = 2 \times (-1) - 3 = -2 - 3 = -5$

$A \in (L)$: إذن $g(-1) = 5 \times (-1) = -5$

$A \in (d)$: إذن $h(-1) = -5$

الدالة الثابتة

خالد معمري للرياضيات

f دالة ثابتة , $f(x) = b$

التمرين 02

g دالة حيث : $g(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{x^2-4}$

بين أن : $g(\sqrt{3}) = g(-\sqrt{3})$

ثم أنشئ التمثيل البياني لـ g

الحل

$$g(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

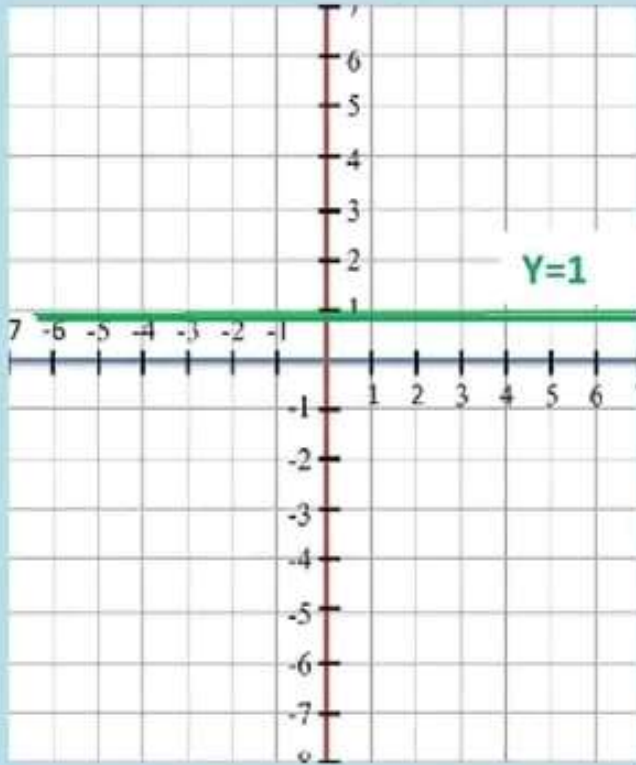
ومنه : $g(x) = 1$

إذن g دالة ثابتة

و بالتالي : $g(\sqrt{3}) = g(-\sqrt{3})$

التمثيل البياني :

$$y = 1$$



التمرين 01

لتكن الدالة f حيث :

$$f(x) = (2x - 1)^2 - 4x(x - 1) - 3$$

بين أن f دالة ثابتة ثم مثلها بيانيا .

الحل

تبين أن f دالة ثابتة

$$f(x) = 4x^2 + 1 - 4x - 4x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = -2$$

إذن f دالة ثابتة .

التمثيل البياني :

$$y = -2$$

