ثانويتا :سعيدعبد الحي- بوصبيع صالح عبد المجيد | دورة 2025
شعبة : علوم تجريبية | امتحان البكالوريا التجريبية
اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس غير شفاف يحتوي على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس ،منها 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 2- ، 1 ، 2
وكريتان حمراوتان مرقمتان بـ: 2- ، 2 وَ 5 كريات خضراء مرقمة بـ: 2- ، 2- ، 3- ، 1 وَ 2
نسحب من الكيس عشوائيا 3 كريات وفي آن واحد .

1) أ- احسب احتمال الحوادث التالية:
A : " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم ".
B : " الحصول على 3 كريات تحمل ألوان العلم الوطني ".
C : " الحصول على 3 كريات جداء أرقامهما يساوي 8 ".

ب - احسب $P(A\cap B)$ ، ثم استنتج $P_A(B)$ وَ $P(A\cup B)$.

- هل الحادثتان A وَ B مستقلتان؟ برر.

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما موجبا تماما.

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب التباين $V(X)$.

3) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع .

- احسب احتمال الحدث D : " الحصول على الأكثر على كريتين حمراوين" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

A ، B وَ C نقط من المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ لواحقها على الترتيب:

$$z_A=2+2\sqrt{3}i \ ، \ z_B=iz_A \ وَ \ z_C=3e^{-i\frac{5\pi}{4}}$$

1) اكتب Z_A على الشكل المثلثي وَ $Z_C\times Z_B$ على الشكل الأسي.

2) أ – اكتب العدد المركب: $L=\frac{2-2i}{-\sqrt{3}+i}$ على الشكل الجبري.

ب– اكتب L على الشكل المثلثي ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ وَ $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

3) أ–جد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون Z_A^n حقيقي سالب.

ب– بين أن : $\left(\frac{Z_A}{4}\right)^{2025}+\left(\frac{Z_B}{4}\right)^{1956}+\left(\frac{Z_C}{3}\right)^{2024}=1$

4) M نقطة من المستوي لاحقتها Z ، حدد طبيعة مجموعة النقط (Γ) التي تحقق: $|Z-iZ_A|=|Z_C|$

التمرين الثالث: (**05** نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$

1)- أ- أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \le u_n \le 4$.

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

2)- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كما يلي: $v_n = \frac{4-u_n}{1-u_n}$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ يطلب حساب حدها الأول.

ب- اكتب v_n بدلالة n ثم بين من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 1 + \frac{3}{1-v_n}$ ،احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

3)- أ- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $4 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(4 - u_n)$.

ب- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $0 \le 4 - u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$ مرة ثانية.

التمرين الرابع: (**07** نقاط)

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 - (x+2)e^{x-2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $1.45 < \alpha < 1.46$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - x^2e^{x-2}$ ، و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي 2cm)

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = xg(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \to x^2$ على $\mathbb{R}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) أُدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ).

4) بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثـم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) اكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

6) ارسم بعناية كلا من (T) ، (Γ) و (C_f) في المجال $]-\infty; 2]$.

7) لتكن H الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{x-2}$ حيث a ، b وَ c أعداد حقيقية ثابتة.

أ) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b وَ c حتى تكون H دالة أصلية للدالة $x \to x^2e^{x-2}$ المعرفة على $\mathbb{R}$.

ب) احسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و(Γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ ، $x = 2$

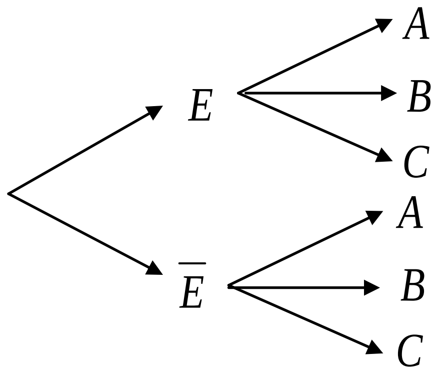
الموضوع الثاني

التمرين الأول: (**04** نقاط)

يحتوي صندوق U على 5 كريات منها: 3 كريات بيضاء وكريتان حمراوتان ويحتوي صندوق V على 7 كريات منها: 4 كريات بيضاء وَ 3 كريات حمراء (جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)

كيس غير شفاف يحتوي على 7 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس مرقمة من 1 إلى 7 ، نسحب بطاقة من الكيس فإذا ظهر رقم فردي نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من الصندوق U وإذا ظهر رقم زوجي نسحب كريتين على التوالي مع الإرجاع من الصندوق V .

نعتبر الحوادث التالية:



E " ظهور رقم فردي ".

A " الحصول على كريتين بيضاوين ".

B " الحصول على كريتين حمراوين ".

C " الحصول على كريتين من لونين مختلفين ".

1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ وَ $P(C)$

3) X المتغير العشوائي الذي برفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الاحتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(1715x-104)$

التمرين الثاني: (**04** نقاط)

I) 1)- حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $(\overline{z}-4i)(\overline{z}^2+2\sqrt{2}.\overline{z}+4)=0$.

2)- جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-4i$.

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B وَ C التي لواحقها على الترتيب :

$$z_A=\sqrt{2}(1+i) \text{ ، } z_B=\overline{z_A} \text{ وَ } z_C=-z_A$$

1) أ– اكتب العدد المركب، $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الجبري.

ب– بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) أ– جد لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

ب– حدد بدقة طبيعة الرباعي ABCD .

3) M نقطة من المستوي لاحقتها Z ، حدد طبيعة مجموعة النقط (Γ) حيث: $\left|\overline{Z}-\sqrt{2}(1-i)\right|=\left|Z+\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right|$

التمرين الثالث: (**05 نقاط**)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=-3+\sqrt{7+(u_n+3)^2}$

1)- أ- أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n $u_n\geq 1$.

ب- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{7}{\sqrt{7+(u_n+3)^2}+u_n+3}$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2)- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كما يلي: $v_n=(u_n+3)^2$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ،ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n$ ،جد قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق $u_n=8$

3)- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=e^{16}+e^{23}+.......+e^{16+7n}$

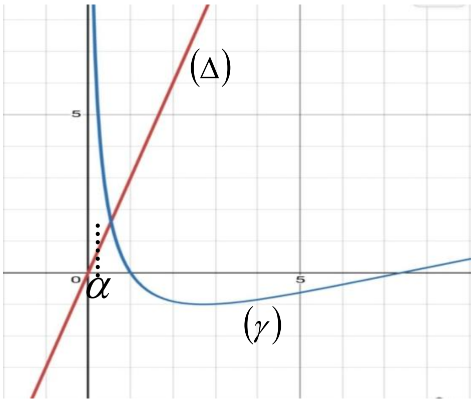
- احسب S_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (**07 نقاط**)

I) h الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=a(\ln x)^2+b\ln x$.

حيث a وَ b عددان حقيقيان، (γ) تمثيلها البياني، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x$

α فاصلة نقطة تقاطع (γ) وَ (Δ) كما هو موضح في الشكل



$A(e;-1)$ نقطة تنتمي إلى (γ) (1- قيمة حدية صغرى للدالة h من أجل $x = e$)

1 -أ- احسب $h'(x)$ بدلالة a وَ b .

ب- بين أن $a = 1$ وَ $b = -2$.

2 -أ- بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) .

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$ ، حيث : $g(x) = h(x) -3x$

- تحقق أن $0.53<\alpha<0.54$

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=3\ln x+\dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)=+\infty$ ، و فسر النتيجة بيانيا ،ثم بين أن $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)=+\infty$.

2) –أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) –أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر β حيث: $0.34<\beta<0.35$

ب- ارسم بعناية (C_f). (يعطى : $f(\alpha)\approx-1.15$ ، $f(3)\approx 3.7$) .

4) أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_e^x \ln t\,dt$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = \beta$ ، $x = 1$ وَ حامل محور الفواصل

انتهى الموضوع الثاني