اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي- شعبة رياضيات | الأستاذ: قويسم الخليل

المدة: ساعتان | يوم: 22 مارس 2023

التمرين الأول: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. m و t عددان حقيقيان

نعتبر النقط $A(-1;2)$، $B(3;0)$، $C(m;-2)$، $D(-1;-4)$ و $E(t;2t-1)$

1. أ/ **عيّن قيمة m حتى يكون المثلث ABC قائم في A** [01.00]

ب/ **عيّن (γ) معادلة للدائرة المحيطة بهذا المثلث (يُطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها)** [02.00]

ج/ **عيّن (T) معادلة المماس للدائرة (γ) في A** [01.00]

2. (Δ) **المستقيم الذي معادلته** $y=2x-1$

أ/ **تحقق أنّ E تنتمي إلى المستقيم (Δ)** [01.00]

ب/ **عيّن إحداثيتي E حتى يكون المستقيمين (Δ) و (CE) متعامدين** [01.00]

ج/ **هل $D\in(\gamma)$؟** [00.50]

3. **نعتبر المجموعة (Γ) للنقط $M(x,y)$ حيث** $x^2+y^2+4x-2y-21=0$

أ/ **بيّن أنّ (Γ) دائرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r** [01.00]

ب/ **هل $D\in(\Gamma)$؟** [00.50]

ج/ **عيّن نقط تقاطع الدائرتين (γ) وَ (Γ)** [01.00]

التمرين الثاني: (09 نقاط)

نعتبر (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{4}$ **ومن أجل كل عدد طبيعي** $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$

و (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{2+u_n}{1-u_n}$

1. **بيّن أنّ (v_n) هندسية، يُطلب تعيين أساسها وحدها الاول** [01.50]
2. **أستنتج اتجاه تغير (v_n)** [01.00]
3. **أكتب عبارة v_n بدلالة n** [01.00]
4. **بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$،** $u_n=1-\frac{3}{1+v_n}$ **، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n** [02.00]
5. **احسب** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ **، ماذا تستنتج ؟** [01.50]
6. **احسب، بدلالة n، كل من S_n و P_n حيث:** [02.00]

$$S_n=\frac{1}{1-u_0}+\frac{1}{1-u_1}+\dots+\frac{1}{1-u_n} \quad \text{وَ} \quad P_n=v_0^2\times v_0^2\times\dots\times v_n^2$$

التمرين الثالث: (02 نقاط)

أثبت أنّ: $\cos^3(x)=\frac{\cos(3x)+3\cos(x)}{4}$ **(إرشاد:** $\cos(3x)=\cos(2x+x)$**)** [02.00]

إمسح أو أنقـــــر رمز الاستجابة السريعة لمشاهدة الحل المُفصل

أستاذكم قويسم الخليل يتمنى لكم: عطلة سعيدة

تصحيح مقترح لاختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي- شعبة رياضيات — الأستاذ: قويسم الخليل

التمرين الأول: (09 نقاط)

1

أ/ تعيين قيمة m حتى يكون المثلث ABC قائم في A:

ABC مثلث قائم في A معناه: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}m+1\\-4\end{pmatrix}$

ومنه: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

معناه: $(4)(m+1)+(-2)(-4)=0$

معناه: $4m+4+8=0$

معناه: $m=-3$

إذن: ABC قائم في A لما: $m=-3$

ب/ تعيين معادلة للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC:

بما أنّ ABC قائم في A

فإنّ قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو $[BC]$

وعليه $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=0$

لدينا: $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}3-x\\0-y\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix}-3-x\\-2-y\end{pmatrix}$

ومنه: $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=0$

معناه: $(3-x)(-3-x)+(0-y)(-2-y)=0$

معناه: $x^2+y^2+2y-9=0$

إذن: $(\gamma): x^2+y^2+2y-9=0$

- إيجاد I مركز الدائرة (γ)

لدينا I منتصف $[BC]$

ومنه : $I\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي : $I(0;-1)$

- إيجاد نصف القطر:

لدينا: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$

$$r=\frac{BC}{2}=\frac{\sqrt{(-6)^2+(-2)^2}}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$$

ج/ تعيين معادلة (T)

لدينا: $(T): ax+by+c=0$

لدينا: (IA) ناظم لـ (T) حيث: $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

فإنّ: $(T): -x+3y+c=0$

بما أنّ: $A\in(T)$

فإنّ: $-(-1)+3(2)+c=0$

أي: $c=-7$

إذن: $(T): -x+3y-7=0$

أي: $(T): x-3y+7=0$

2

أ/ التحقق أنّ $E\in(\Delta)$:

لدينا: $2t-(2t-1)-1=0$

معناه: $2t-2t+1-1=0$

معناه: $0=0$

إذن: $E\in(\Delta)$

ب/ تعيين إحداثيتي النقطة E :

المستقيمين (Δ) و (CE) متعامدين معناه: $\vec{u}_\Delta\cdot\overrightarrow{CE}=0$

لدينا: $\vec{u}_\Delta\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}t+3\\2t+1\end{pmatrix}$

ومنه: $\vec{u}_\Delta\cdot\overrightarrow{CE}=0$

معناه: $(1)(t+3)+(2)(2t+1)=0$

معناه: $5t+5=0$

معناه: $t=-1$

إذن: $E(-1;-3)$

ج/ هل $D\in(\gamma)$؟

لدينا: $(\gamma): x^2+y^2+2y-9=0$

ومنه: $(-1)^2+(-4)^2+2(-4)-9=0$

ومنه: $0=0$

إذن: $D\in(\gamma)$

3

أ/ تبيين أنّ (Γ) دائرة :

لدينا: $x^2+y^2+4x-2y-21=0$

ومنه: $(x+2)^2-4+(y-1)^2-1-21=0$

ومنه: $\left(x-(-2)\right)^2+(y-1)^2=26$

إذن: (Γ) دائرة مركزها $\Omega(-2;1)$ ونصف قطرها $\sqrt{26}$

ب/ هل $D\in(\Gamma)$؟

لدينا: $(\Gamma): x^2+y^2+4x-2y-21=0$

ومنه: $(-1)^2+(-4)^2-4-2(-4)-21=0$

ومنه: $0=0$

إذن: $D\in(\Gamma)$

ج/ إيجاد نقط تقاطع الدائرتين (γ) و (Γ):

لدينا: $\begin{cases}(\Gamma): x^2+y^2+4x-2y-21=0\\ (\gamma): x^2+y^2+2y-9=0\end{cases}$

لدينا: $x^2+y^2+4x-2y-21=x^2+y^2+2y-9$

معناه: $4x-4y-12=0$

معناه: $x-y-3=0$

معناه: $x=y+3$

نعوض قيمة x في (γ)

نجد: $(y+3)^2+y^2+2y-9=0$

ومنه: $y^2+9+6y+y^2+2y-9=0$

ومنه: $2y^2+8y=0$

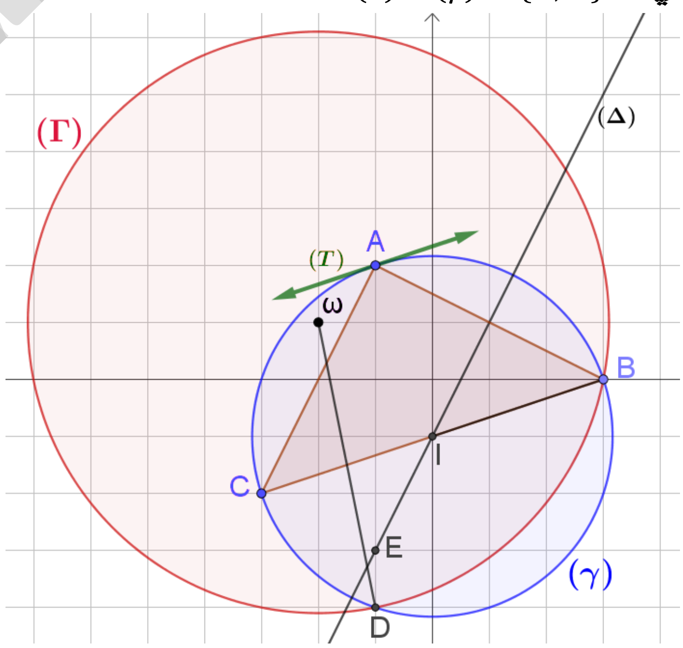
ومنه: $y^2+4y=0$

ومنه: $y(y+4)=0$

ومنه: $\begin{cases}y=0\\ \text{أو}\\ y=-4\end{cases}$

إذن: $(\Gamma)\cap(\gamma)=\{(3;0);(-1;-4)\}$

أي: $(\Gamma)\cap(\gamma)=\{B;D\}$



التمرين الثاني: (09 نقاط)

❶ تبيين أنّ (v_n) هندسية:

$$v_{n+1}=\frac{2+u_{n+1}}{1-u_{n+1}}=\frac{2+\frac{3u_n+2}{u_n+4}}{1-\frac{3u_n+2}{u_n+4}}=\frac{5u_n+10}{-2u_n+2}$$
$$=\frac{5(u_n+2)}{2(1-u_n)}=\frac{5}{2}v_n$$

❷ استنتاج اتجاه تغير (v_n):

لدينا: $v_0=\frac{2+u_0}{1-u_0}=3$

بما أن: $q>1$ و $v_0>0$

فإنّ (v_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

❸ كتابة عبارة v_n بدلالة n:

$$v_n=\boxed{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$$

❹ تبيين أنّ $u_n=1-\frac{3}{1+v_n}$:

لدينا : $v_n=\frac{2+u_n}{1-u_n}$

ومنه : $v_n(1-u_n)=2+u_n$

ومنه : $v_n-u_nv_n=2+u_n$

ومنه : $v_n-2=u_nv_n+u_n$

ومنه : $u_n(v_n+1)=v_n-2$

ومنه : $u_n=\frac{v_n-2}{v_n+1}$

ومنه : $u_n=\frac{v_n+1-3}{v_n+1}$

ومنه : $u_n=\frac{v_n+1}{v_n+1}-\frac{3}{v_n+1}$

ومنه : $u_n=1-\frac{3}{v_n+1}$

- استنتاج عبارة u_n بدلالة n:

$$u_n=1-\frac{3}{v_n+1}=\boxed{1-\frac{3}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n+1}}$$

❺ حساب $\lim_{n\to+\infty}u_n$:

$$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{3}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n+1}\right)=1$$

لأنّ: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{2}\right)^n=+\infty$

- الاستنتاج: (u_n) متقاربة

❻ حساب، بدلالة n، كل من S_n و P_n :

لدينا : $u_n = 1 - \dfrac{3}{v_n + 1}$

ومنه : $u_n - 1 = -\dfrac{3}{v_n + 1}$

ومنه : $\dfrac{1}{u_n - 1} = -\dfrac{v_n + 1}{3}$

ومنه : $\dfrac{1}{1 - u_n} = \dfrac{1}{3}(v_n + 1)$

وعليه:

$$\bullet\ S_n = \frac{1}{1-u_0} + \frac{1}{1-u_1} + \cdots + \frac{1}{1-u_n}$$
$$= \frac{1}{3}(v_0+1) + \frac{1}{3}(v_1+1) + \cdots + \frac{1}{3}(v_n+1)$$
$$= \frac{1}{3}(v_0 + 1 + v_1 + 1 + \cdots + v_n + 1)$$
$$= \frac{1}{3}(v_0 + v_1 + \cdots + v_n + 1(n+1))$$
$$= \frac{1}{3}\left(3\left(\frac{\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1} - 1}{\frac{5}{2} - 1}\right) + n + 1\right)$$
$$= \boxed{\frac{1}{3}\left(2\left(\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1} - 1\right) + n + 1\right)}$$

$$\bullet\ P_n = v_0^2 \times v_0^2 \times \ldots \times v_n^2 = (v_0 \times v_0 \times \ldots \times v_n)^2$$
$$= \left(3\left(\frac{5}{2}\right)^0 \times 3\left(\frac{5}{2}\right)^1 \times \ldots \times 3\left(\frac{5}{2}\right)^n\right)^2$$
$$= \left(3^{n+1} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{0+1+\cdots+n}\right)^2$$
$$= \left(3^{n+1} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}\right)^2$$
$$= \boxed{3^{2n+2} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{n(n+1)}}$$

◀ التمرين الثالث: (02 نقاط)

اثبات أنّ: $\cos^3(x) = \dfrac{\cos(3x) + 3\cos(x)}{4}$ ؛

لدينا:

$$\cos(3x) = \cos(2x + x)$$
$$= \cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x$$
$$= (\cos^2 x - \sin^2 x)\cos x - (2\cos x \sin x)\sin x$$
$$= \cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2\cos x \sin^2 x$$
$$= \cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x$$
$$= \cos^3 x - 3\cos x\,(1 - \cos^2 x)$$
$$= \cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x$$
$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

إذن:

$$\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

وعليه:

$$\cos^3 x = \frac{\cos(3x) + 3\cos x}{4}$$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا العام المقبل

❤ لا تنسونا من صالح دعائكم ❤

ثانوية سماتي محمد بن العابد. أولاد جلال

المستوى : 2 رياضيات — المدة : ساعتان

إمتحان الفترة الثالثة ماي 2016

إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (5.5 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر متوازي المستطيلات $OABCDEFG$

حيث : $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}$ و $\overrightarrow{OC}=4\vec{j}$ و $\overrightarrow{OD}=3\vec{k}$

1) عين إحداثيات كل من A ، B ، D و G

2) مثل النقطتان $T(2;2;3)$ و $K(0;2;0)$

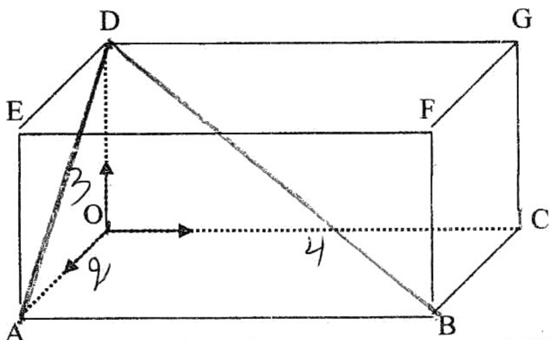
3) بين أن النقط A ، B ، D ليست على إستقامة واحدة .

4) برهن أن المثلث ABD قائم

5) أكتب معادلة (S) سطح الكرة التي قطرها $[AB]$

6) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (TK)

7) حدد الوضع النسبي بين (S) و (TK)



ملاحظة :إعادة رسم متوازي المستطيلات $OABCDEFG$ وتمثيل النقطتين T و K على ورقةالإجابة

التمرين الثاني: (4.5ن)

في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط $A(1,-2)$ ، $B(0,-8)$ ، $C(0,-1)$ ، $D(-2,-6)$ ، $E(-3,2)$ والتحاكي h الذي مركزه $\Omega(x_0,y_0)$ و نسبته k

1) لتكن النقطة $M'(x',y')$ صورة النقطة $M(x,y)$ بالتحاكي h ، أكتب العبارة التحليلية لـ : h

2) لتكن B و D صورتا النقطتين A و C بالتحاكي h على الترتيب

أ) أكتب BD بدلالة AC ، ثم استنتج النسبة k

ب) أوجد إحداثيتي المركز Ω

3) بين أن النقطتين A و E تنتميان لنفس الدائرة (C) ذات المركز $w(-2,-1)$ يطلب حساب نصف قطرها

ثم كتابة معادلتها

4) أحسب مساحة الدائرة (C') صورة (C) بالتحاكي h .

5) نعتبر المستقيم (D_m) ذو المعادلة : $2x+y+m=0$ حيث m وسيط حقيقي

عين قيم m حتى يكون (D_m) مماس لـ (C) في النقطة E

التمرين الثالث : (2 ن)

لتكن A و B نقطتين من المستوي حيث : $AB=5$ و I منتصف $[AB]$

1) عين ثم مثل (E) مجموعة النقط M التي تحقق : $MA^2-MB^2=-15$.

التمرين الرابع:(8ن)

f الدالة العددية المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x+1}{(x-2)^2}$

و (C_f) بيانها في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف . ماذا تستنتج؟

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-5x+8)}{(x-2)^3}$

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $\left]\dfrac{5}{2},3\right[$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 2$: $f(x)=ax+\dfrac{bx+c}{(x-2)^2}$

ب) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

جـ) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

6) بين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته

7) أرسم (Δ) ، (T) ، (C_f)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

وفقكم الله

عطلة سعيدة

التمرين الأول:

يحتوي كيس على كرات لا نفرق بينها عند اللمس مرقمة ب: **2 ; 1 ; 0**.
نسحب عشوائيا كرة من الكيس لنسجل **رقم** x الكرة المسحوبة و **نعيدها** إلى الكيس، ثم نسحب كرة ثانية لنسجل **رقمها** y. لكل سحب لكرتين نرفق النقطة $M(x;y)$ من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. عين إحداثيات كل النقط M الممكنة.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:
   - A "M **تنتمي إلى محور الفواصل**".
   - B "M **نقطة من المستقيم المعرف بالمعادلة**: $2x+y=0$".
   - C "M **تنتمي إلى الدائرة التي مركزها o و نصف قطرها 1**".
3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب العدد x^2+y^2.
   - عين قانون احتمال X.
   - احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X.

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
نعتبر النقطتين $A(2;0;0)$ و $B(-1;-5;-1)$.
(Δ_1) المستقيم الذي **يشمل النقطة** A و $\vec{u}(-1;2;-1)$ **شعاع توجيه له**.
(Δ_2) المستقيم المعرف **بالتمثيل الوسيطي** التالي:
$$\begin{cases} x=-3-3t \\ y=2+2t \qquad t\in\mathbb{R} \\ z=7+3t \end{cases}$$
(d) المستقيم الذي **يشمل النقطة** B و $\vec{v}(2;5;3)$ **شعاع توجيه له**.

1. بين أن **المستقيمين** (Δ_1) و (Δ_2) **يتقاطعان** في **النقطة** C يطلب تعيين إحداثياتها.
2. بين أن **المستقيمين** (Δ_1) و (d) **ليسا من نفس المستوي**.
3.
   - اكتب **تمثيلا وسيطيا** للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).
   - استنتج أن $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.
   - تحقق من أن النقطة C هي **المسقط العمودي** للنقطة B على المستوي $(\mathcal{P})$.
4.
   - بين أنه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) و توجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون النقط A ;I و D في إستقامية ، يطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D.

- بين أن النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$.

.5

- النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(\mathrm{B};1);(I;2)\}$ و النقطة G المسقط العمودي للنقطة K على المستوي $(\mathcal{P})$.
- بين أن النقطة G هي مرجح النقط $A;C$ و D المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.
- استنتج إحداثيات النقطة G.

بالتوفيق للجميع

الأستاذة:بن عابد فاطمة

ثا نوية الإخوة فروجي – بومدفع - المدة : 2 سا	اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات	الثلاثاء 2018/05/15 قسم: 2 رض

التمرين الأول (08 ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على ℕ كما يلي: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1000$.

1) ما هي قيمة الحد u_0 التي تجعل المتتالية (u_n) ثابتة ؟

2) نفرض أن (u_n) غير ثابتة ، ونعرف المتتالية (v_n) كما يلي : من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{1}{2}u_n - \alpha$. حيث α عدد حقيقي .

عين العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) نفرض أن: $u_0 = 3000$ و $\alpha = 1000$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

بـ – أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على ℕ .

5) بين أن (u_n) متقاربة.

6) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ...+ v_n$.

7) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + ...+ u_n$.

التمرين الثاني (04 ن)

1) بين أنه إذا كانت a , b و c ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية فان: $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)(a-b+c)$.

2) أوجد العددين a و c حيث a , 18و c ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أن مجموعها هو 78 و مجموع مربعاتها 3276 .

التمرين الثالث (08 ن)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0,2,1)$ ، $B(2,2,2)$ ، $C(-1,0,1)$ و $D(-4,-2,0)$ وليكن (S) سطح الكرة التي مركزها O ونصف قطرها $r = \sqrt{12}$.

1) أ – عين العددين الحقيقيين α و β بحيث: $\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AD}$.

بـ – ماذا تستنتج بالنسبة للنقط A ، B ، C و D ؟

2) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) ، ثم تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (S).

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2;0;-1)$ شعاع توجيه له.

4) عين احداثيات E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P) ذي المعادلة $z = -2$.

5) جد إحداثيات F و G نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ) .

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح
عطلة سعيدة للجميع

قسم 2رض

تصحيح إختبار الثلاثي الثالث في الرياضيات

التمرين الأول (08 ن)

1) (u_n) متتالية ثابتة تكافئ $u_{n+1}-u_n=0$ أي من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_{n+1}=u_n=........=u_0$ و عليه بحل المعادلة $u_0=\frac{1}{2}u_0+1000$ نجد $u_0=2000$. $(0,5)$

2) لدينا: $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+500-\alpha$ ......(1) وعليه تكون (v_n) متتالية هندسية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي q حيث $v_{n+1}=q\times v_n=q\left(\frac{1}{2}u_n-\alpha\right)$ أي $v_{n+1}=\frac{q}{2}u_n-q\alpha$ .....(2) وبمطابقة (1) مع (2) نجد $\alpha=1000$ و $q=\frac{1}{2}$. $2\times(0,5)$

3) نفرض أن: $u_0=3000$ و $\alpha=1000$:

أ- لدينا $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ وعليه $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-500$

ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n-1000\right)=\frac{1}{2}v_n$ وعليه (v_n) متتالية هندسية $(0,5)$ أساسها $q=\frac{1}{2}$ $(0,5)$ وحدها الأول $v_0=\frac{1}{2}u_0-1000=500$. $(0,5)$

ب- لدينا $v_n=v_0\times q^n=500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ولدينا كذلك $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ $(0,5)$ ومنه $u_n=2v_n+2000$ وعليه $u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000$. $(0,5)$

4) لدينا $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+2000-1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n-2000$ ومنه $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}-1\right)$ وتكافئ $u_{n+1}-u_n=-500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ وعليه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=<0$ وعليه إذن (u_n) متناقصة تماما على ☐ . (1)

5) لدينا $-1\le\frac{1}{2}\le1$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ وعليه $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000\right]=2000$ إذن (u_n) متقاربة. $(0,5)$

6) $S_n=v_0+v_1+...........+v_n=1000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$. (1)

7) $S'_n=u_0+u_1+...........+u_n$ تكافئ $S'_n=(2v_0+2000)+(2v_1+2000)+...........+(2v_n+2000)$

ومنه $S'_n=2(v_0+v_1+....+v_n)+(n+1)\times2000$ وعليه $S'_n=2S_n+(n+1)\times2000$

أي $S'_n=2000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+(n+1)\times2000$ ومنه $S'_n=2000\left[n+2-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$. $(1,5)$

التمرين الثاني (04 ن)

1) a , b و c ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية معناه $b^2=a\times c$.

لدينا $a^2+c^2+2a\times c=(a+c)^2$ تكافئ $a^2+c^2+2b^2=(a+c)^2$ وبإضافة $(-b^2)$ إلى طرفي المعادلة نجد $a^2+c^2+b^2=(a+c)^2-b^2$

ومنه $a^2+c^2+b^2=(a+c+b)(a+c-b)$ وعليه $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$. (1)

2) a ,18 و c ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية معناه $ac=324$ ولدينا مما سبق $3276=78(a-18+c)$ ومنه $a+c=60$ وعليه حل الجملة $\begin{cases}a+c=60\\a\times c=324\end{cases}$ (1) يكافئ حل المعادلة $x^2-60x+324=0$ ومنه نجد $(a,c)=(6,54)$ (1) أو $(a,c)=(54,6)$. (1)

التمرين الثالث (08 ن)

1) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}(2,0,1)$, $\overrightarrow{AC}(-1,-2,0)$ و $\overrightarrow{AD}(-4,-4,-1)$ $3\times(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=\alpha\,\overrightarrow{AC}+\beta\,\overrightarrow{AD}$ تكافئ حل الجملة: $\begin{cases}2=-\alpha-4\beta\\0=-2\alpha-4\beta\\1=-\beta\end{cases}$

وعليه نجد $\alpha=2$ $(0,5)$ و $\beta=-1$ $(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$.

ب- بما أن $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$ فإننا نستنتج أن النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي. $(0,5)$

2) معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها O ونصف قطرها $r=\sqrt{12}$ هي من الشكل: $x^2+y^2+z^2=12$. $(0,5)$

لدينا $(2)^2+(2)^2+(2)^2=12$ ومنه $B\in(S)$ $(0,5)$.

3) المستقيم (Δ) هو مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء بحيث: $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ أي $\begin{cases} x=-2t \\ y=2 \\ z=1-t \end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$ الجملة هي التمثيل الوسيطي لـ (Δ). (1)

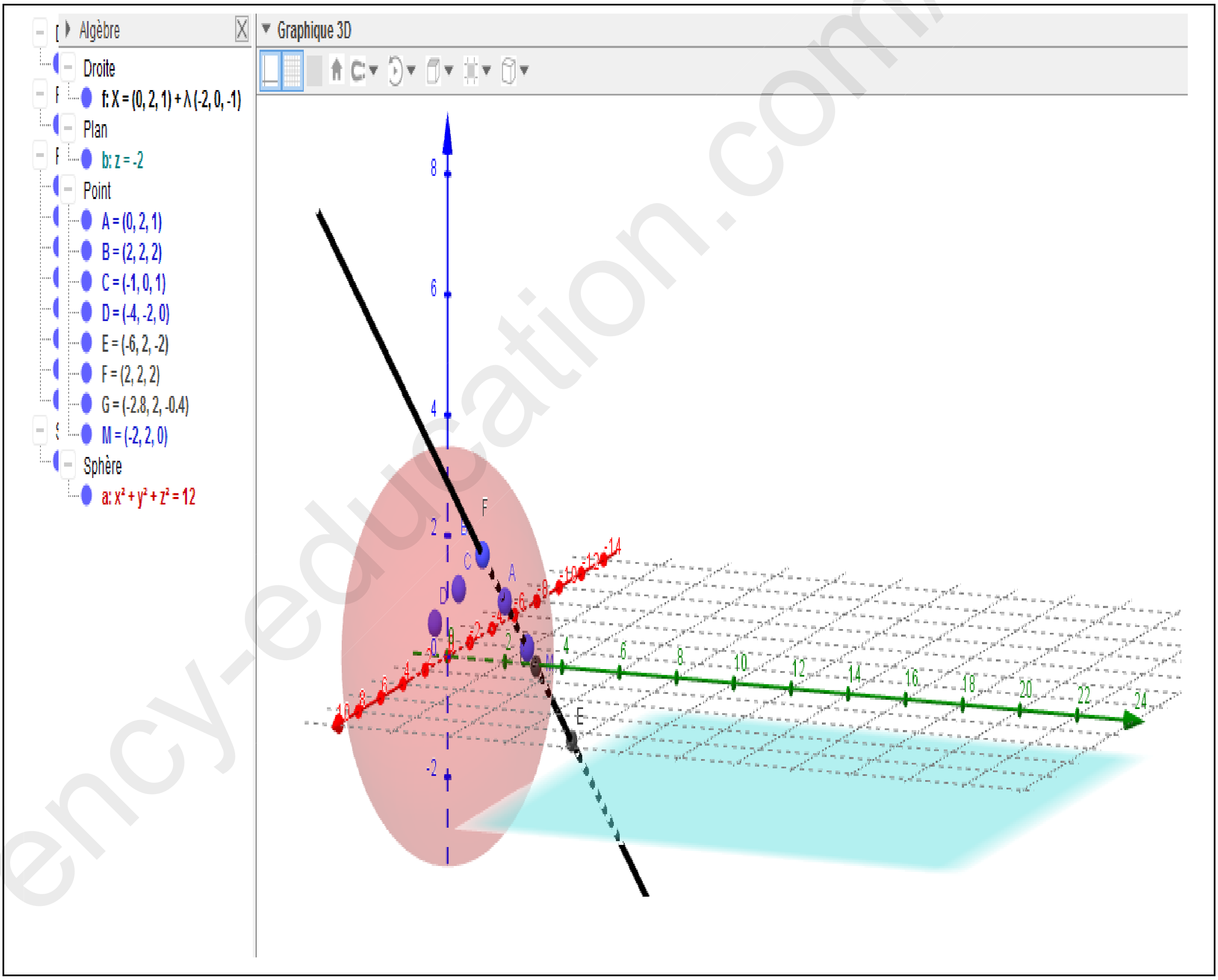
4) إحداثيات E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي P ذي المعادلة $z=-2$.

معناه حل الجملة $\begin{cases} x=-2t \\ y=2 \\ -2=1-t \end{cases}$ ومنه $t=3$ و عليه $\begin{cases} x=-6 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases}$ ومنه نقطة التقاطع هي $E(-6\,;2\,;-2)$. (1)

5) بتعويض التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) في المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) نجد $(-2t)^2+(2)^2+(1-t)^2=12$ ومنه بحل المعادلة

$5t^2-2t-7=0$ نجد $t=-1$ أو $t=\frac{7}{5}$ و عليه من اجل $t=-1$ نجد $x=2\,,y=2\,,z=2$ و من اجل $t=\frac{7}{5}$ نجد $x=-\frac{14}{5}\,,y=2\,,z=-\frac{2}{5}$.

إحداثيات نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ) هي $F(2\,,2\,,2)$ (1) و $G\left(-\frac{14}{5}\,,2\,,-\frac{2}{5}\right)$. (1)



ثانوية أول نوفمبر 54
الأغواط

المدة: 02 ساعة
التاريخ: 2018/05/21

2
رياضيات

الرياضيات

إختبار الثلاثي الثالث في مــــادة

التمرين الأول:
التوقيت (25 دقيـــــــقة)

05 نقاط

ABC مثلث حيث : $AB = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ، $AC = 5$ و $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}) = -\frac{5\pi}{6}$

1) بيّن أنّ : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{75}{4}$

2) باستعمال مبرهنة الكاشي أحسب الطول BC

3) ما طبيعة المثلث ABC

4) أحسب مساحة المثلث ABC

التمرين الثاني
التوقيت (40 دقيـــــــقة)

07.5 نقاط

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(o; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ نعتبر (C_m) مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث:

$x^2 + y^2 + 4mx - 6my - 7(2 - m) = 0$ مع $m \in \mathcal{R}$ والنقطتان $A(2; 1)$ ، $B(0; 7)$

1- أ) بين أن (C_m) دائرة يطلب تعيين مركزها w_m ونصف قطرها r_m

ب) أنشئ الدوائر (C_0)، (C_1) ، (C_2)

ج) عيّن مجموعة النقط w_m عندما يتغيّر m في $\mathcal{R}$

2 – أكتب معادلة المماس (Δ) للدائرة (C_1) في النقطة A

3- عين نقطتي تقاطع الدائرة (C_1) مع حامل محور التراتيب

4- بين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $x + 2y - 14 = 0$ مماس للدائرة (C_1)

5 – ليكن h التحاكي الذي مركزه B ونسبته $k = -2$

أ/ أكتب العبارة التحليلية للتحاكي h

ب/ أكتب معادلة المستقيم (T') صورة المستقيم (T) بالتحاكي h ، ماذا تستنتج ؟

ج/ أحسب طول و مساحة الدائرة (C'_1) صورة الدائرة (C_1) بالتحاكي h

إقلب الصفحة

التمرين الثالث

التوقيت (40 دقيـــــــــقة)

07.5 نقاط

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.نعتبر النقط:

$A(1;-1;3)$, $B(0;3;1)$, $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1) أ/ أثبت أنّ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2);(B;-1);(C;1)\}$ هو النقطة E

ب/ عيّن (Γ)مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$

2) أ) بين ان النقط A , B و D تعين مستوي.

ب) بيّن أنّ المستقيم (EC)عمودي على المستوي (ABD)

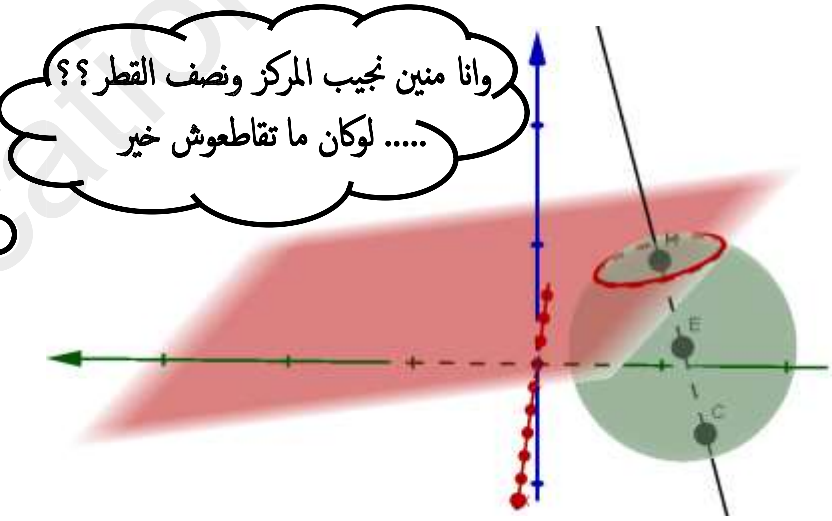
ج/ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABD).

3) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC)

4) عيّن إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD)

5) أثبت أنّ المستوي (ABD) والمجموعة (Γ) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

.... *** انتهـــــــــــى ***



بأيام هذا الشهر الفضيل ، أسأل الله الكريم أن يتقبّل صلواتكم وصيامكم وجميع طاعاتكم وأن يوسّع أرزاقكم ويجيب دعواتكم ويجعل الرّيان بابكم والفردوس ثوابكم

الأستاذ: تونسي -ن- يتمنى لكم التوفيق والنجاح ...عطلة سعيدة

ثانوية وريدة مداد – الحراش المستوى : 2 رياضي

السنة الدراسية : 2018 / 2019 المدة : 2 سا

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (07 نقاط)

نعتبر النقطتان $A(3;1)$ و $B(-3;3)$ من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة $1\ cm$)

1- عيّن القيمة المضبوطة لـ $cos(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ . ... (1 ن)

2- بيّن أن مساحة المثلث OAB هي $S = 6\ cm^2$ . ... (1 ن)

3- أ/ عيّن المعادلة الديكارتية لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ') محوري القطعتين $[OB]$ و $[AB]$ على الترتيب ..... (1.5 ن)

ب/ عيّن معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة بالمثلث OAB . ... (1 ن)

4 – لتكن (γ) مجموعة النقط من المستوي : $x^2 + y^2 - x - 7y = 0$

و (γ') دائرة مركزها $I'\left(\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right)$ و نصف قطرها $R' = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

أ/ بيّن أن (γ) دائرة يطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها R . ... (0.5 ن)

ب/ عيّن معادلة الدائرة (γ') . ... (0.5 ن)

جـ / بيّن أن الدائرتان (γ) و (γ') متماستان في نقطة D يطلب تعيين إحداثيتيها .... (1.5 ن)

التمرين الثاني : (06 نقاط)

(x_n) و (y_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} x_0 = 2 \\ x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n - y_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} y_0 = 0 \\ y_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + y_n) \end{cases}$

$A_n(x_n;y_n)$ نقطة من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (الوحدة 2)

1. أنشئ النقط : A_0 ، A_1 ، A_2 ، A_3 ، A_4 في نفس المعلم . ... (1 ن)

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $U_n = \|\overrightarrow{OA_n}\|$.

أ / بيّن أنّ (U_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و حدها الأول U_0 يطلب تعيينه.................................... (1.5 ن)

ب / أكتب U_n بدلالة n . ... (1 ن)

ج / إبتداء من أي رتبة n_0 تكون النقط A_n تنتمي إلى القرص الذي مركزه O ونصف قطره $\frac{1}{16}$ ؟ .... (0.5 ن)

3 – علما أن المثلث OA_nA_{n+1} قائم ومتساوي الساقين في A_{n+1}

أ / أحسب الطول L_n للخط المنكسر $A_0A_1A_2A_3 \dots \dots A_{n-1}A_n$ حيث :

$L_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \dots \dots + A_{n-1}A_n$ . ... (1.5 ن)

ب / أحسب $\lim_{n\to+\infty} L_n$ . ... (0.5 ن)

أقلب الصفحة

التمرين الثالث : (07 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(-1;2;4)$ ، $C(0;-2;3)$ و $D(1;1;-2)$ و المستوي (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية $2x-y+2z+1=0$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1 – النقط A ، B و C تعين مستويا . ... (1.5 ن)

2 – المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P) . ... (1.5 ن)

3- $x-2y-z-1=0$ هي معادلة للمستوي (ACD) . ... (1.5 ن)

4- $\begin{cases} x=2t \\ y=-2+3t \\ z=3-4t \end{cases}$ ، $t\in\mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AC) . ... (1.5 ن)

5- المسافة بين النقطة D و المستوي (P) تساوي $\frac{3}{2}$ . ... (1.5 ن)

6- النقطة $E(-2;-1;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة C على (P) . ... (1.5 ن)

7- سطح الكرة ذات المركز D و نصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM}=0$ . ... (1.5 ن)

علمونا في المدارس بيت الشعر :

ما كل ما يتمنى المرء يدركه .... تجري الرياح بما لا تشتهي السفن

لكن لم يعلمونا أبيات الشعر القائلة :

تجري الرياح كما تجري سفينتنا .... نحن الرياح و نحن البحر و السفن

إنّ الذي يرتجي شيئا بهمته .... يلقاه لو حاربته الإنس و الجن

فكوني من الذين يصنعون الواقع

موفقات

رمضانكن مبارك وعيدكن

سعيد وعطلتكن أسعد

ثانوية أول نوفمبر 1954
الاغواط

المدة: ساعتان
التاريخ: 2019/05/13

2
رياضيات

إختبار الثلاثي الثالث في مـــادة الرياضيات

التمرين الأول: التوقيت (30 دقيقــــــــة)

05.5 نقاط

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = -1$ وبالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$، وذلك من أجل كل عدد طبيعي n.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- أحسب v_n بدلالة n ، ثم بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2- استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).

3- أ- أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n.(إرشاد: أكتب حدود S بدلالة حدود المتتالية (u_n))

4- أحسب نهاية المتتالية (u_n) عند $+\infty$.

5- أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = 2019^{v_0} \times 2019^{v_1} \times \dots\dots\dots \times$

التمرين الثاني: التوقيت (40 دقيقــــــــة)

07 نقاط

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$

f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ و ليكن (C_f) منحنيها البياني (في الوثيقة المرفقة) .

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ : $u_0 = 3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ. مثل على محور الفواصل ودون حساب . الحدود $u_3; u_2; u_1; u_0$ مبرزا خطوط الرسم .

ب . أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

جـ- بيّن انّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(1+u_n)}{2\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n}$

د . إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$. استنتج أنّ (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$ ثم برّر لماذا (u_n) متقاربة

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = u_n^2 - 1$ ،

أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، أحسب حدها الأول.

ب/ أكتب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

3) أحسب بدلالة n كلا من المجموعين الآتيين: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

$S'_n = u_0^2 + u_1^2 + \cdots \dots + u_n^2$

إقلب الصفحة

4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على N بـ: $w_n = 2^n v_n$

أ/ برهن أنّ المتتالية (w_n) ثابتة ،

ثم أحسب بدلالة n المجموع: $T_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_n$

07.5 نقاط

التمرين الثالث

التوقيت (40 دقيقــــــــة)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ و ليكن المستوي (P) الذي معادلته

$$x + 2y - z - 1 = 0$$

ولتكن النقط $A(4; 1: 5)$ ، $B(-3; 2; 0)$ ، $C(1; 3; 6)$ و $D(-7; 0; 4)$

1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستوي

2) تحقق أن هذا المستوي هو (P)

3) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D ويعامد (P)

4) بين أن المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي $d = 2\sqrt{6}$

5) عين احداثيات النقطة H ، تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P)

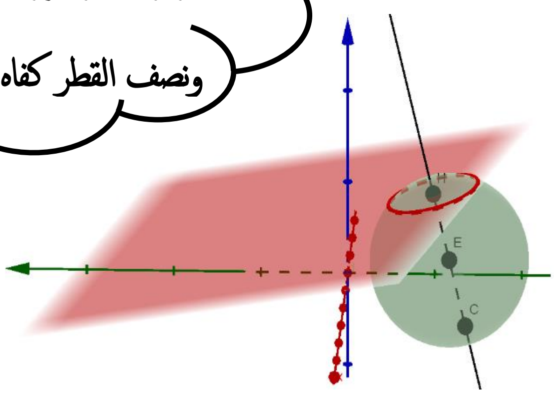
ثم استنتج من جديد المسافة بين D و المستوي (P).

6) (S) هي سطح الكرة التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 + 14x - 8z + 29 = 0$

a) بين أن مركز الكرة (S) هو D و نصف قطرها 6 ثم تأكد أن B تنتمي إلى (S) .

b) وضح مركز و نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (S) و (P) .

*** انتهــــــــى ***



.... tounsi_nawri@yahoo.com ....

الأستاذ: تونسي -ن- يتمنى لكم التوفيق والنجاح ...رمضان كريــــم

ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم — الأستاذ: س - ع

الاختبار الثالث في مـــادة الرياضيـــات

المدة:ساعتان	الأربعاء 17 رمضان1440ه الموافق 22 ماي 2019م	المستوى: الثانية رياضيات

التمرين الأول: { 08 ن}

المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = -6$، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$

1- احسب u_1 , u_2 , u_3 و u_4

2- أ) برهن من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 3$ أن : $u_n > 0$

ب) أكتب u_n بدلالة u_{n-1} ، ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$ أن : $u_n > 2n - 3$

جـ) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3- المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4n + 10$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

جـ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$

د) احسب بدلالة n الجداء: $P_n = v_1 \times v_2 \times \ldots\ldots \times v_n$

التمرين الثاني : { 09 ن }

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعطي النقط $A(1;1;2)$ ، $B(1;3;0)$ ، $C(2;1;1)$

و $D(0;0;m)$ مع m عدد حقيقي $m \neq 4$.

1) أحسب $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم أكتب معادلة ديكارتية له .

3) أ / تحقق أن $ABCD$ رباعي وجوه ثم أحسب حجمه V_m بدلالة m.

بـ / عين m حتى يكون $V_m = 1\,u\,v$.

4) أ / أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) و يشمل منتصف القطعة $[AB]$.

بـ / M نقطة كيفية من (Δ)، تحقق أن $MA = MB = MC$

جـ / بين أنه توجد نقطة وحيدة H من (Δ) تحقق $HA = HO$ يطلب تعيين إحداثياتها.

د / استنتج أن النقط O ، A ، B و C تنتمي إلى نفس سطح الكرة (S) يطلب تعيين عناصرها المميزة.

5) عين مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $(x-2y-2z+5)^2 + (x+y+z-4)^2 = 0$.

أقلب الصفحة

التمرين الثالث: { 03 ن }

أجب ب : صحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية مع تصحيح الخطأ :

1 - معادلة سطح الأسطوانة الدورانية التي محورها (xx') ونصف قطرها $\sqrt{2}$: هي $x^2+y^2=2$

2 - معادلة سطح المخروط الدوراني الذي رأسه o مبدأ المعلم ونصف زاويته الرأسية $\frac{\pi}{3}$ ومحوره (zz'):

هي $x^2+y^2-\frac{\sqrt{3}}{3}z^2=0$

3 - الأعداد الحقيقية $\frac{3\pi}{4}$, π , $-\frac{4\pi}{3}$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية أساسها $q=\frac{4}{3}$

4 - $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\left(-\frac{3}{4}\right)^n\right)$ غير موجودة لأن $\left(-\frac{3}{4}<0\right)$

5 – المتتالية العددية (u_n) المعرفة في $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_1=2$ و $u_{n+1}=\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)u_n$

هي متتالية متناقصة تماما في $\mathbb{N}^*$

6 - $\lim_{x\to+\infty} x\sin\frac{1}{x}=+\infty$

صح رمضانكم بالتوفيق و عطلة سعيدة ... أستاذ المادة: س-ع

ولاية بجاية ثانوية ايت داود حسين التاريخ:2022/05/26	**اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات**	السنة الدراسية:2022/2021 المستوى:2 ثانوي رياضيات. المدة: ساعتان

عليك اختيار احد التمرينين الاول او الثاني و الباقي اجباري

التمرين الأول:6ن

يحتوي كيس على 6 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الارقام -3، -3، -3، -2، -2، -1، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس ،ونسجل رقمي الكرتين المسحوبتين و نرمز لهما α و β .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب العدد $|\alpha-\beta|$.

1) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ؛ثم عرف قانون احتماله.

2) احسب كل من الامل الرياضياتي $E(X)$،التباين $V(X)$و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X

التمرين الثاني:6ن

I) ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث : $AB = AC = 5cm$ ؛

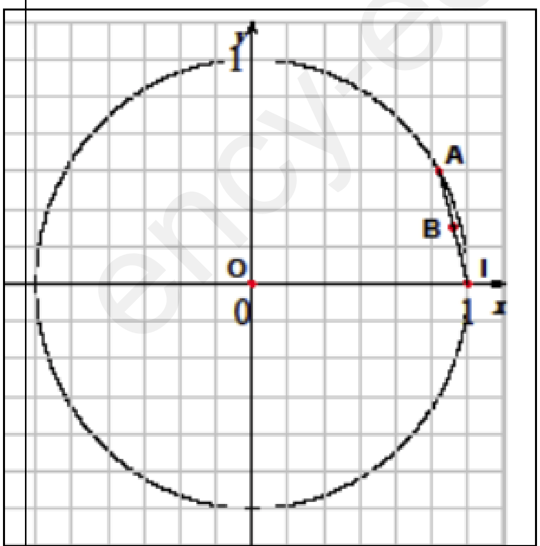
G نقطة من المستوي التي تحقق: $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ⇦ اثبت ان G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta),(C,\gamma)\}$ مع تعيين الاعداد الحقيقية $\alpha\ \beta\ ;\gamma$و

II) لتكن M نقطة كيفية من المستوي، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث : $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

$\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1. عبر عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.
2. أثبت ان: $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
3. أنشئ النقطة D حيث: $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$
4. أحسب بـ cm كل من : AD و AG
5. عين ثم انشئ (T) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\| = 0$

التمرين الثالث :6ن



1) (c) دائرة مثلثية التي مركزها O المرفق بالمعلم $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

I النقطة التي احداثياتها $(1;0)$ و A نقطة من (c)حيث :

$(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

و B منتصف القطعة $[AI]$ (الشكل المقابل)

a) عين الاحداثيات الديكارتية للنقطتين A و B (تعطى القيم المضبوطة)

b) بين أن : $OB = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

c) عين القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$ ثم استنتج باستعمال المثلث OBI القيمة المضبوطة لـ : $cos\frac{\pi}{12}$

2) اذا علمت أن : $sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

a) احسب القيمتين المضبوطتين لكل من : $cos\frac{11\pi}{12}$ و $sin\frac{7\pi}{12}$

b) حل في المجال $[0,2\pi]$ المعادلة ذات المجهول x : $\sqrt{3} - 2sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$

التمرين الرابع:8ن

I) تعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $f_m(x) = \frac{x^2+mx}{x^2-1}$ حيث m وسيط حقيقي .

1) عين قيم m التي من أجلها يقبل بيان الدالة f_m مماسا عند المبدأ موازيا لمحور الفواصل.

II) نضع $m = 2$ و نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2-1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to 1} f(x)$; $\lim_{x\to -1} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا .

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فان : $f'(x) = \frac{-2(x^2+x+1)}{(x^2-1)^2}$.

3) ادرس اشارة $f'(x)$. على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) ما هو عدد مماسات (C_f) التي توازي المستقيم ذو المعادلة $2y = 6\sqrt{2}$.

5) ادرس اشارة العبارة $\frac{x^2+2x}{x^2-1} - 1$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = 1$

6) احسب $f(0)$ و حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم أنشئ (C_f).

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

III) لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $h(x) = \left|\frac{x^2+2x}{x^2-1}\right|$

1) أكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

2) بين كيف يمكن انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .

إختبار الفصل الثالث — ثانوية ديدوش مراد – ميلة-

السنة الثانية رياضيات — يوم 20 ماي 2024

اختبار في مادة الرياضيات — المدة:ساعتان

التمرين الأول:(06.5 نقطة)

أجب بـ "صحيح" أو "خطأ" مع التعليل:

1) (γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي المعرفة بالمعادلة: $x^2+y^2-2x+3y+k=0$ حيث $k\in\mathbb{R}$

قيم العدد الحقيقي k لكي تكون (γ) دائرة هي $k\in\left]\frac{13}{4};+\infty\right[$

2) النقطة C مرجح للجملة $\{(A,2);(B,-3)\}$ معناه C هي صورة B بالتحاكي h ذو المركز A و النسبة $k=3$

3) لدينا $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$. القيمة المضبوطة لـ $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ هي $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

4) ABC مثلث كيفي حيث $AB=5cm$ و $AC=7cm$ و $\widehat{BAC}=60^\circ$

أ- $BC=\sqrt{39}\ cm$

ب-مساحة المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالتحاكي الذي نسبته $k=-\frac{1}{3}$ هي $S=\frac{35\sqrt{3}}{36}\ cm^2$

التمرين الثاني:(07.5 نقطة)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط $A(-1;-3)$; $B(2;1)$; $C(6;-2)$

1)أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(7;1)$ شعاع ناظمي له

2)أ- أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ و AB و AC ثم استنتج قيسا للزاوية $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$

ب- أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم حدد بدقة طبيعة المثلث ABC

3)أ- أكتب معادلة الدائرة (C) ذات القطر $[AC]$ ثم عين مركزها H و نصف قطرها R

ب-بين أن الدائرة (C) محيطة بالمثلث ABC

ج-أحسب المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) ثم استنتج وضعية (Δ) بالنسبة للدائرة (C)

4)أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ') الموازي لـ (Δ) و المماس للدائرة (C) في نقطة تختلف عن A

5)حدد طبيعة و عناصر (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2+MC^2=50$

أقلب الصفحة

التمرين الثالث:(06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة التراجعية التالية: $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n+1}$

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ بـ $f(x) = \frac{x}{2x+1}$ في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

و المستقيم $(\Delta): y = x$ هو المنصف الأول . **<u>(أنظر الشكل على الوثيقة المرفقة)</u>**

1) أ- مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج- إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 0$. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

2)نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{1-u_n}{u_n}$ حيث $u_n \neq 0$

أ- أثبت أن (v_n)متتالية حسابية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{2}{4n+1}$.

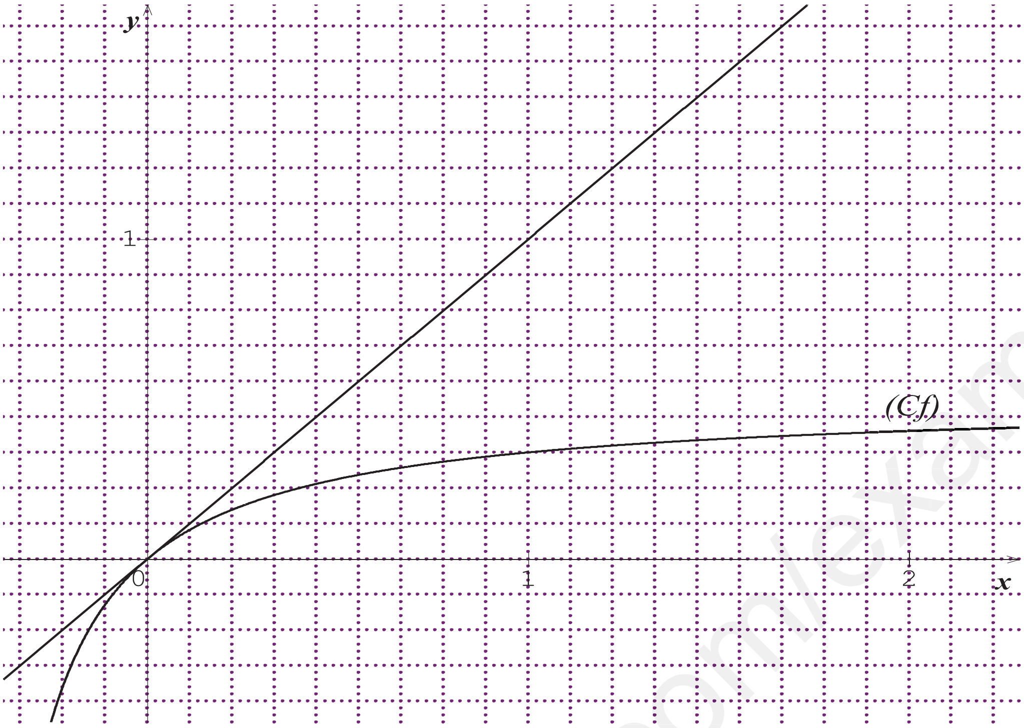
ج-أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{2}v_0 + \frac{1}{2}v_1 + \cdots + \frac{1}{2}v_n$.

ثم عين قيمة n حتى يكون $S_n = 2000$

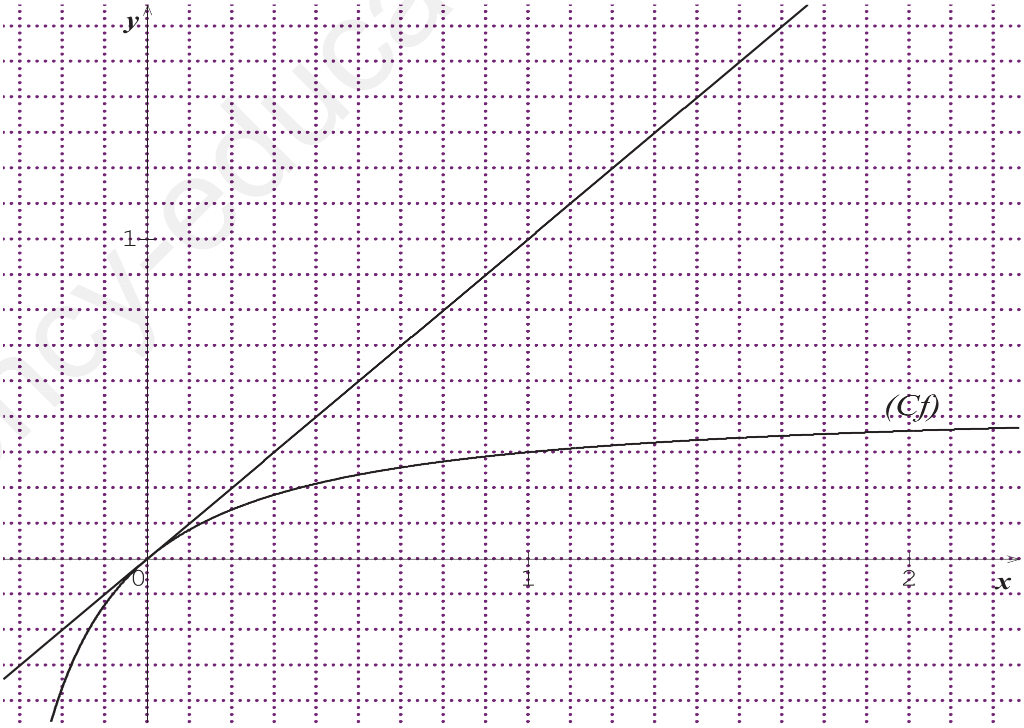
بالتوفيق

و عطلة سعيدة

الإسم و اللقب:..



الإسم و اللقب:..

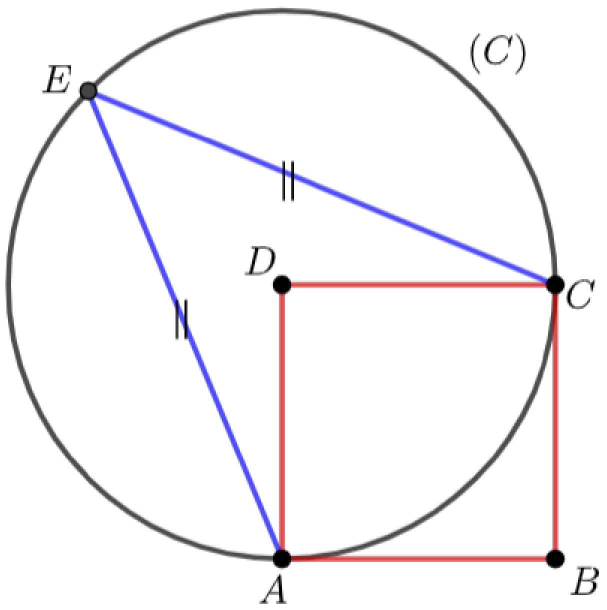


اختبار الفصـــــل الثالث
في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي - رياضيات | المدة: ساعتان | الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

ملاحظة: يمنع إستعمال اللون الأحمر والأخضر

التمرين الأول [06 نقاط]



في المستوى الموجه، $ABCD$ مربع و ACE مثلث متساوي الساقين، (C) الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها DC كمّا في الشكل المقابل:

❶ عيّن قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)$ و $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)$

❷ بيّن أن المثلثين EDC و EDA متقايسان

❸ عيّن قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$ و $\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DA}\right)$

❹ بيّن أنّ العدد $\dfrac{2019\pi}{4}$ هو قيس لـ $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$

❺ بيّن أنّ $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi$

❻ ماذا يمكنك القول عن النقط E، D و B. علل إجابتك

التمرين الثاني [06 نقاط]

المتتـــاليـة العدديـــة المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \end{cases}$ ، ومن أجـــل كل عدد طبيعي غيـــــــر معدوم: $u_{n+1} = 7u_n + 8u_{n-1}$

والمتتاليـــــة (w_n) المعرفـــة من أجل كل عدد طبيعي بـ:

$$w_n = u_{n+1} + u_n$$

❶

أ/ بيّن أنّ المتتالية (w_n) هندسية مبينا أساسها وحدها الأول

ب/ استنتج عبارة w_n بدلالة n

❷ نضع $v_n = (-1)^n \times u_n$ ، ونعتبر المتتاليـــــة (t_n) المعرفـــة من أجل كل عدد طبيعي بـ:

$$t_n = v_{n+1} - v_n$$

أ/ عبر عن t_n بدلالة w_n

ب/ عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n

ج/ بيّن أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{u_n}{8^n}\right)=\dfrac{1}{9}$

التمرين الثالث [07 نقاط]

m وسيط حقيقي يختلف عن 4

نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$f_m(x)=\frac{2x^2+mx+2}{(x+1)^2}$$

ونسمي (C_m) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f_m(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا

❷ حسب قيم m، احسب $\lim\limits_{x\to-1} f_m(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا

❸

أ/ بيّن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ فإنّ:

$$f'_m(x)=\frac{(4-m)x-4+m}{(x+1)^3}$$

ب/ حسب قيم m ، استنتج تغيرات الدالة f_m وشكل جدول تغيراتها

❹ بيّن أنه توجد مستقيمات مماسية لـ (C_m) موازية لحامل محور الفواصل في نقطة Ω يطلب تعيين إحداثييها

❺ برهن أن جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة وحيدة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثييها

❻ أوجد نقط تقاطع (C_m) مع محوري الإحداثيات

❼ مثل بيانيا (C_0) ومستقيماته المقاربة

بالتوفيق

الأستاذ: قويسم خليل

الخليل للرياضيات

+ [01ن] على الإجابة المنهجية

تصحيح مقترح
لاختبار الفصل الثالث
في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة ثانوي – شعبة رياضيات — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

التمرين الأول [06 نقاط]

❶ تعيين قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)$ و $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)$: [01ن]

لدينا $ABCD$ مربع ومنه $\boxed{\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{2}}$

ولدينا حسب نظرية الزاوية المحيطية:

$$2\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)\Rightarrow\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}\right)\Rightarrow\boxed{\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\frac{\pi}{4}}$$

❷ تبيين أن المثلثين EDC و EDA متقايسان: [01ن]

لدينا: ACE مثلث متساوي الساقين ومنه: $EA=EC$

لدينا: $ABCD$ مربع ومنه: $AD=DC$

إذن: المثلثان EDC و EDA متقايسان

❸ تعيين قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$ و $\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DA}\right)$: [01ن]

لدينا:

$$\left(\overrightarrow{ED};\overrightarrow{EC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}$$

ولدينا: المثلث DCE متساوي الساقين ، ومنه:

$$\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)+2\left(\overrightarrow{ED};\overrightarrow{EC}\right)=\pi\Longrightarrow\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi-2\left(\overrightarrow{ED};\overrightarrow{EC}\right)$$

$$\Longrightarrow\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi-2\left(\overrightarrow{ED};\overrightarrow{EC}\right)$$

$$\Longrightarrow\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi-2\frac{\pi}{8}$$

$$\Longrightarrow\boxed{\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{3\pi}{4}}$$

أيضا نجد أنّ: $\boxed{\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DA}\right)=\frac{3\pi}{4}}$

❹ تبيين أنّ العدد $\frac{2018\pi}{6}$ هو قيس لـ $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$: [01ن]

$$\frac{2019\pi}{4}=\frac{2016\pi+3\pi}{4}=\frac{2016\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}=504\pi+\frac{3\pi}{4}=\boxed{\frac{3\pi}{4}=\left(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA}\right)}$$

❺ تبيين أنّ $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi$: [01ن]

لدينا $ABCD$ مربع ومنه $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{4}$

ومنه:

$$\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}=\boxed{\pi}$$

❻ تبرير ماذا يمكننا القول عن النقط E، D و B: [01ن]

حسب علاقة شال لدينا:

$$\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\pi\Longrightarrow\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DE}\right)=\pi$$

ومنه النقط E، D و B على استقامية

التمرين الثاني [06 نقاط]

❶

[01.5ن] أ/ تبيين ان المتتالية (w_n) هندسية:

$$w_{n+1}=u_{n+2}+u_{n+1}=\underbrace{7u_{n+1}+8u_n}_{u_{n+2}}+u_{n+1}$$
$$=8u_{n+1}+8u_n=8(u_{n+1}+u_n)=8s_w$$

ولدينا: $w_0=1$ ، ومنه (w_n) متتالية هندسية أساسها 8 و حدها الأول 1.

[01ن] ب/ استنتاج عبارة w_n بدلالة n : $\boxed{w_n=(8)^n}$

❷

[01.5ن] أ/ التعبير عن t_n بدلالة w_n:

$$t_n=v_{n+1}-v_n=(-1)^{n+1}\times u_{n+1}-(-1)^n\times u_n$$
$$=(-1)^{n+1}\times u_{n+1}+(-1)^{n+1}\times u_n=(-1)^{n+1}(u_{n+1}+u_n)$$
$$=(-1)^{n+1}\times w_n$$

[01ن] ب/ التعبير عن v_n و u_n بدلالة n :

لدينا:

$$\begin{cases} t_0=v_1-v_0\\ t_1=v_2-v_1\\ \vdots\\ t_{n-1}=v_n-v_{n-1}\end{cases}$$

بالجمع نجد: $t_0+t_1+t_2+\cdots+t_{n-1}=v_1-v_0+v_2-v_1+v_3-v_2+\cdots+v_n-v_{n-1}$

ومنه: $t_0+t_1+t_2+\cdots+t_{n-1}=-v_0+v_n$

ولدينا:

$$t_n=(-1)^{n+1}\times w_n\Rightarrow t_{n-1}=(-1)^n\times w_{n-1}\Rightarrow t_{n-1}=(-1)^n\times(8)^{n-1}$$
$$\Rightarrow t_{n-1}=(-1)^n\times\frac{(8)^n}{8}\Rightarrow t_{n-1}=\frac{(-1\times8)^n}{8}$$
$$\Rightarrow t_{n-1}=\frac{(-8)^n}{8}$$

ومنه:

$$t_0+t_1+t_2+\cdots+t_{n-1}=-v_0+v_n\Rightarrow -1\left(\frac{1-(-8)^n}{1-(-8)}\right)=\underbrace{-0}_{-v_0}+v_n$$
$$\Rightarrow v_n=-\left(\frac{1-(-8)^n}{9}\right)$$
$$\Rightarrow \boxed{v_n=\frac{1}{9}((-8)^n-1)}$$

ولدينا:

$$v_n=(-1)^n\times u_n\Rightarrow u_n=\frac{v_n}{(-1)^n}\Rightarrow\boxed{u_n=\frac{(-8)^n-1}{9(-1)^n}}$$

[01ن] ❸ حساب: $\lim_{n\to+\infty}\left[{}^{u_n}/_{8^n}\right]$:

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{u_n}{8^n}\right]=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{\frac{(-8)^n-1}{9(-1)^n}}{8^n}\right]=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{(-8)^n-1}{8^n\times9(-1)^n}\right]=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{(-8)^n-1}{9(-8)^n}\right]$$
$$=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{(-8)^n\left(1-\frac{1}{(-8)^n}\right)}{9(-8)^n}\right]=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{1-\frac{1}{(-8)^n}}{9}\right]=\boxed{\frac{1}{9}}$$

التمرين الثالث [07 نقاط]

❶ حساب $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f_m(x)$: [01ن]

$$\bullet \lim_{|x|\to+\infty} f_m(x)=\lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{2x^2}{x^2}\right)=\boxed{2}$$

• التفسير الهندسي: (C_m) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=2$ بجوار $\pm\infty$

❷ حساب $\lim\limits_{x\to-1} f_m(x)$: [01ن]

$$\lim_{x\to-1} f_m(x)=\lim_{x\to-1}\left(\frac{2x^2+mx+2}{(x+1)^2}\right)=\frac{4-m}{0^+}$$

• لما $4-m>0$ ، أي لما: $m<4$ نجد: $\boxed{\lim\limits_{x\to-1} f_m(x)=+\infty}$

• لما $4-m<0$ ، أي لما: $m>4$ نجد: $\boxed{\lim\limits_{x\to-1} f_m(x)=-\infty}$

❸ أ/ تبيين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ لدينا: $f'_m(x)=\frac{(4-m)x-4+m}{(x+1)^3}$: [01ن]

$$f'_m(x)=\frac{(4x+m)(x+1)^2-2(x+1)(2x^2+mx+2)}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{(4x+m)(x+1)-2(2x^2+mx+2)}{(x+1)^3}=\boxed{\frac{(4-m)x-4+m}{(x+1)^3}}$$

ب/ استنتاج تغيرات الدالة f_m وتشكيل جدول تغيراتها: [01ن]

لدينا:

$$f'_m(x)=0 \Rightarrow \frac{(4-m)x-4+m}{(x+1)^3}=0$$

ندرس إشارة البسط:

$$(4-m)x-4+m=0 \Rightarrow x=1$$

ندرس إشارة المقام:

$$(x+1)^3\neq 0 \Rightarrow x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1$$

إذن:

• لما $4-m>0$ ، أي لما: $m<4$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$(4-m)x-4+m$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x+1)^3$		$-$	||	$+$	|	$+$	
$f'_m(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	
$f_m(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	2

• لما $4-m<0$ ، أي لما: $m>4$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$(4-m)x-4+m$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(x+1)^3$		$-$	||	$+$	|	$+$	
$f'_m(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	
$f_m(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	2

❹ تبيين أنه توجد مستقيمات مماسية لـ (C_m) موازية لحامل محور الفواصل في نقطة Ω : [0.5ن]

من جدول التغيرات نجد أنّ (C_m) تقبل مستقيمات مقاربة في النقطة ذات الفاصلة 1 أي: $\boxed{\Omega(1;f_m(1))}$

❺ برهان أنّ جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة وحيدة ثابتة ω : [0.5ن]

نفرض أنّ $m=0$ نجد: $f_0(x)=\dfrac{2x^2+2}{(x-1)^3}$

نفرض أنّ $m=1$ نجد: $f_1(x)=\dfrac{2x^2+x+2}{(x-1)^3}$

لدينا:

$$f_0(x)=f_1(x) \Rightarrow \frac{2x^2+2}{(x-1)^3}=\frac{2x^2+x+2}{(x-1)^3} \Rightarrow 2x^2+2=2x^2+x+2 \Rightarrow x=0$$

إذن جميع جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة وحيدة ثابتة $\omega(0;f_m(0))$ أي: $\boxed{\omega(0;2)}$

❻ **ايجاد نقط تقاطع (C_m) مع محوري الإحداثيات:** [01ن]

• مع (xx'):

$$f_m(x)=0 \Rightarrow \frac{2x^2+mx+2}{(x+1)^2}=0 \Rightarrow 2x^2+mx+2=0$$

لدينا: $\Delta=m^2-4(2)(2)=m^2-16=(m+4)(m-4)$

m	$-\infty$		-4		4		$+\infty$
m^2-16		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

◆ لمّا: $\Delta>0$ أي لمّا: $(m+4)(m-4)>0$ أي لمّا: $m\in]-\infty;-4[\cup]4;+\infty[$

المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين: $x_1=\dfrac{-m+\sqrt{(m+4)(m-4)}}{4}$; $x_2=\dfrac{-m-\sqrt{(m+4)(m-4)}}{4}$

◆ لمّا: $\Delta=0$ أي لمّا: $(m+4)(m-4)=0$ أي لمّا: $m=-4$

المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل مضاعف: $x=\dfrac{-m}{4}$ أي $x=1$

◆ لمّا: $\Delta<0$ أي لمّا: $(m+4)(m-4)<0$ أي لمّا: $m\in]-4;4[$

المعادلة $f_m(x)=0$ لا تقبل حلولا

• مع (yy'):

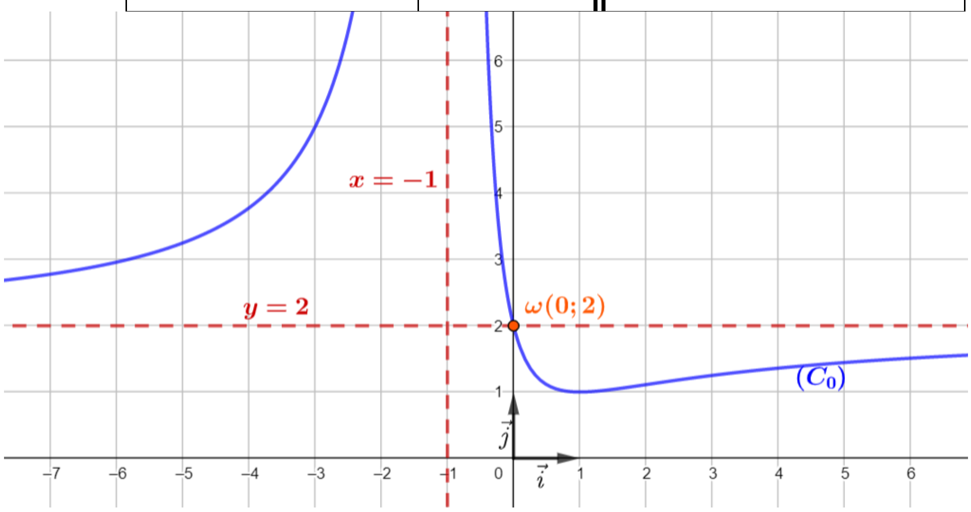
$$f_m(0)=\frac{2(0)^2+(0)+2}{((0)-1)^3}=2$$

إذن: $\boxed{(C_m)\cap(yy')=\{2\}}$

❼ **تمثيل بيانيا (C_0) ومستقيماته المقاربة:** [01ن]

لما $m=0$ لدينا:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'_m(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f_m(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2



بالتوفيق

الأستاذ: قويسم خليل