الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تلمسان — **ثانوية:مشرنن محمد ـ بن سكران ـ**

امتحان بكالوريا تجريبي (ماي 2025) — **الشعبة: تسيير واقتصاد**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب بصح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) مجموعة حلول المعادلة $\ln(1-x)=3$ في المجال $]-\infty;1[$ هي $\{1-e^3\}$

2) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x^2-2x$

القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;2]$ هي 4

3) A وَ B حدثان من فضاء احتمال منته بحيث: $P(A)=0,4$ وَ $P_A(B)=0,3$ وَ $P(A\cup B)=0,6$

احتمال الحدث B يساوي $0,32$

4) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{1-x}$

الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور انتاج السيارات في احدى الشركات خلال الفترة الممتدة من 2018 إلى 2023

السنة	2018	2019	2020	2021	2022	2023
رتبة السنة	1	2	3	4	5	6
عدد السيارات	6000	6900	7120	7900	8500	9000

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد

($1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، $1cm$ يمثل 1000 سيارة على حامل محور التراتيب).

2) عين احداثيتي النقطة المتوسطة G

3) لتكن $y=ax+b$ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;y_i)$

بيّن أنّ: $a=587,33$ ثم أُحسب b (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-2}).

4) باعتبار أن كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة:

أ) ابتداء من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 12000 سيارة؟

ب) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2026؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ وَمن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=eu_n-e$

(يرمز العدد e إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

1) أ) أحسب u_1 وَ u_2

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < \frac{e}{e-1}$

ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - \frac{e}{e-1}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e يُطلب حساب حدّها الأول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ وَ $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

4) أُحسب S_n بدلالة n، ثمّ استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (08 نقاط)

1) الجدول الموالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln(2x)$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α حيث $0,6 < \alpha < 0,7$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

2) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln(2x)}{x^2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أُحسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (يعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(2x)}{x^2} = 0$)

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب للمنحني (C)

ج) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) أُرسم (Δ) وَ (C) (تعطى $f(\alpha) = 0,9$)

5) الدالة العددية H معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1+\ln x}{x}$

أ) بين أن H أصلية للدالة $h: x \mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$ على $]0;+\infty[$

ب) أُحسب مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحني (C)، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 1$ وَ $x = e$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{7}{9}u_n+\frac{4}{9}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n \geq 2$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n-2$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وَحدها الأول v_0

ب) أُكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّ: $u_n=2\times\left(\frac{7}{9}\right)^n+2$

ج) أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع من أجلّ كل عدد طبيعي n المجموع : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

بيّن أنّ: $S_n=2n+11-9\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

1) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-1-\ln x$ عند النقطة $A(1;0)$ هي:

أ) $y=2x-2$ ب) $y=x-1$ ج) $y=x+2$

2) مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمتراجحة ذات المجهول x ، $2\ln x-1>1$ هي:

أ) $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ ب) $]1;+\infty[$ ج) $]e;+\infty[$

3) الدّالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$كما يلي: $f(x)=\frac{e^x-2}{2e^x+1}$

أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ ج) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{2}$

4) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^e\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$ هي:

أ) e ب) 0 ج) $-1+e$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يوضح الجدول التالي تطور استهلاك منتوج في بلد من سنة 1998 إلى سنة 2004

السنوات	1998	2000	2001	2002	2004
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
الاستهلاك y_i بالآلاف	28.5	35	52	70.5	100.5

1) مثل سحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$ في معلم متعامد.

2) أ) عين إحداثيي النقطة المتوسطة لهذه السحابة.

ب) عين معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا (تعطى نتائج كل حساب مدورة إلى 10^{-2}).

3) اعتمادا على التعديل الخطي السابق، أعط كمية استهلاك المنتوج لهذا البلد سنة 2005؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^x+1}$

نسمي $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أُحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)=x+1-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$

3) أ) بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين أحدهما (Δ) معادلته $y=x+1$ عند $-\infty$ وَالآخر (Δ') معادلته $y=x-1$ عند $+\infty$

ب) أُدرس الوضعية النسبية للمنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى كلّ من (Δ) وَ (Δ')

4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{\left(e^x+1\right)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5) أُكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6) أُرسم كلاًّ من (Δ) ، (Δ') ، (T) وَ $\left(C_f\right)$

7) نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=\ln\left(e^x+1\right)$

أ) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة h بحيث: $h(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ وَ (Δ) وَالمستقيمين الذين معادلتاهما:

$x=0$ و $x=\ln 5$

انتهى الموضوع الثاني