الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديريـة التربية لولاية بسكرة — الثانويات : محمد بوجمعة لوطاية - محمد خيرالدين

امتحان البكالوريا التجريبي — مكي مني- العربي بن مهيدي

الشعبة : آداب وفلسفة , لغات أجنبية — يوم: الاثنين 12 مـــاي 2025

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول:(06ن)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_{11} = 42$ و $u_{15} = 54$

1) بين أن أساس المتتالية (U_n) هو $r = 3$ ، ثم أحسب حدها الأول U_0 .
2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n
3) أحسب الحد الثامن للمتتالية (u_n)
4) بين أن العدد 2025 هو حد من حدود المتتالية (u_n) . عين رتبته
5) أحسب المجموع بدلالة n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$
6) عين العدد الطبيعي n حيث : $S_n = 156$

التمرين الثاني:(06ن)

لتكن a ، b و c أعداد طبيعية حيث: $c = 2024$ ، $b = 2025$ ، $a \equiv 1446$.

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5 .
2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a+b+c$ ، $a \times b + c$ و $2a + b^2$ على 5 .
3) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $c^{2n} \equiv 1[5]$.
4) بين أن $c^{2026} - 1$ يقبل القسمة على 5 .
5) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $c^{2026} - 1 + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثالث:(08ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x - 2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .
3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4) أ) تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$

   ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل
5) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

   ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
6) أنشيء (C_f) والمماس (Δ)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(06ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$$

1) أحسب u_1 و u_2

2) نعرف المتتالية (v_n) على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 3$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $S_n' = u_0 + u_1 + ... + u_n$

أحسب S_n بدلالة n ثم استنتج S_n'

التمرين الثاني:(06ن)

ليكن a و b عددان طبيعيان حيث : $a = 2026$، $b \equiv -21[5]$

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 5

2) اثبت ان العدد $b^3 + 7a - 1$ يقبل القسمة على 5

3) أ) بين أن $3^4 \equiv 1[5]$.

ب)استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي k : $3^{4k} \equiv 1[5]$، $3^{4k+1} \equiv 3[5]$ ، $3^{4k+2} \equiv 4[5]$ ، $3^{4k+3} \equiv 2[5]$.

4) استنتج باقي قسمة العدد $1963^{1830} + 3^{1954} - 4$ على 5 .

التمرين الثالث:(08ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ : $f(x) = \dfrac{2x-5}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) تحقق أنه لكل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = 2 - \dfrac{9}{x+2}$

2) أ) احسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3) أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

4) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات .

5) اكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أنشئ(Δ) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

تصحيح نموذجي لإختبار البكالوريا التجريبي(الموضوع1) :

تصحيح التمرين الأول:

1) إيجاد الأساس r :

لدينا $u_{11} = 42$ و $u_{15} = 54$

ونعلم أن $u_n = u_p + (n-p)r$ ومنه $r = \dfrac{u_n - u_p}{n-p}$

أي $r = \dfrac{u_{12} - u_{11}}{15-11} = \dfrac{54-42}{4}$ ومنه $r = 3$.

حساب u_0 : لدينا $u_n = u_0 + nr$ ومنه $u_{11} = u_0 + 11r$

إذن $42 = u_0 + 33$ ومنه $u_0 = 9$.

2) عبارة u_n بدلالة n :

لدينا $u_n = u_0 + nr$ ومنه $u_n = 9 + 3n$

3) حساب الحد الثامن للمتتالية (u_n) :

الحد الثامن للمتتالية (u_n) هو u_7

ولدينا $u_n = u_0 + nr$ أي $u_7 = 9 + 7\times 3$ وبالتالي: $u_7 = 30$

4) اثبات أن 2025 حد من حدود (u_n) :

نحل المعادلة $u_n = 2025$ أي $9 + 3n = 2025$

ومنه $3n = 2016$ وبالتالي : $n = 672$. ومنه 2025 هو حد من حدود (u_n) بحيث $u_{672} = 2025$.

رتبته هي 673 .

5) حساب S_n : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

عدد الحدود : n-0+1=n+1 اذن:

$$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}(9+9+3n)$$

$$= \frac{1}{2}(n+1)(3n+18)$$

6) إيجاد العدد الطبيعي n حيث $S_n = 156$:

لدينا $S_n = 156$ معناه $\frac{1}{2}(n+1)(3n+18) = 156$

بالضرب في 2 نجد : $(n+1)(3n+18) = 312$ معناه

$3n^2 + 18n + 3n + 18 - 312 = 0$ معناه $3n^2 + 21n - 294 = 0$

ومنه $\Delta = 21^2 - 4(3)(-294) = 3969 = 63^2$

للمعادلة حلين هما :

$n_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-21-63}{6} = -14$ وهو مرفوض لانه سالب

$n_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-21+63}{6} = 7$ وهو مقبول أي $n = 7$.

تصحيح التمرين الثاني:

1) باقي القسمة الإقليدية لـ a ، b و c على 5 :

لدينا $a = 1446 = 5\times 289 + 1$ اذن $a \equiv 1[5]$

ولدينا $b = 2025 = 5\times 405$ اذن $b \equiv 0[5]$

ولدينا $c = 2024 = 5\times 404 + 4$ اذن $c \equiv 4[5]$

2) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد:

- $a+b+c$ على 5:

لدينا $\begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \\ c \equiv 4[5] \end{cases}$ ومنه $a+b+c \equiv 5[5]$ وعليه

$a+b+c \equiv 0[5]$

- $a\times b + c$ على 5 :

لدينا $\begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \\ c \equiv 4[5] \end{cases}$ ومنه $abc \equiv 0[5]$

- $2a + b^2$ على 5 :

لدينا $\begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2a \equiv 2[5] \\ b^2 \equiv 0[5] \end{cases}$

وعليه $2a + b^2 \equiv 2[5]$

3) التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $c^{2n} \equiv 1[5]$:

لدينا $c \equiv 4[5]$ ومنه $c \equiv -1[5]$ وبالتالي $c^2 \equiv (-1)^2[5]$

وعليه $c^2 \equiv 1[5]$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فان :

$(c^2)^n \equiv 1^n[5]$ وبالتالي : $c^{2n} \equiv 1[5]$ وهو المطلوب .

4) تبيين أن $c^{2026} - 1$ يقبل القسمة على 5 :

لدينا $2026 = 2(2013)$ ومنه $c^{2026} \equiv 1[5]$ وعليه

$c^{2026} - 1 \equiv 1 - 1[5]$ ومنه $c^{2026} - 1 \equiv 0[5]$

ومنه فإن العدد $c^{2026} - 1$ يقبل القسمة على 5 .

5) قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $c^{2026} - 1 + n \equiv 0[5]$

لدينا مما سبق $c^{2026} \equiv 1[5]$ ولدينا $c^{2026} - 1 + n \equiv 0[5]$

ومنه $n \equiv 0[5]$ أي $n = 5k$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

تصحيح التمرين الثالث :

1) حساب $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

2) f' : الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)=3(x-1)(x+1)$

دراسة إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3) استنتاج اتجاه تغير f :

f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[-1;1]$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

4) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=(x+1)(x^2-x-2)$ يكفي النشر والتبسيط .

ب) نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$:

$f(x)=0$ معناه $(x+1)(x^2-x-2)=0$ معناه

$x+1=0$ أي $x=-1$ أو $x^2-x-2=0$

$\Delta=(-1)^2-4(1)(-2)=9$ ومنه للمعادلة

$x^2-x-2=0$ حلين هما $x_1=\dfrac{-(-1)-3}{2}=-1$ ،

$x_2=\dfrac{-(-1)+3}{2}=2$.

نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هناك نقطتان:

أي $(C_f)\cap(xx')=\{(-1;0),(2;0)\}$.

5) أ) اثبات أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف وتعيينها :

f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f''(x)=6x$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

اذن المشتقة الثانية تنعدم عند 0 وتغير إشارتها ومنه المنحني

(C_f) يقبل نقطة إنعطاف وهي $\omega(0;f(0))$ أي $\omega(0;-2)$.

ب) كتابة معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 وهي $\omega(0;-2)$:

$(\Delta): y=f'(a)(x-a)+f(a)$

ومنه $(\Delta): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$(\Delta): y=-3x-2$

6) انشاء (C_f) و (Δ) :