الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنيـــــــة — **مديرية التربيـة لولايتي بسكرة + البليدة**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — **دورة مـــــاي 2025**

الشعبــــة: تقني رياضياتي — **ثانويـةٍ: بوجمعة محمد + بوعزة جميلة**

اختبار في مادة: الرياضيـــات — **المـدة: 04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

قسم للثالثة تقني رياضياتي به 18 تلميذا موزعين على أربع تخصصات كما يلي: 6 تلاميذ هندسة كهربائية منهم 4 ذكور ، 5 تلاميذ هندسة ميكانيكية منهم 3 ذكور ، 4 تلاميذ هندسة مدنية كلهم ذكور و 3 تلاميذ هندسة الطرائق كلهم إناث .

I/ نريد تشكيل لجنة تضم 4 تلاميذ من هذا القسم بطريقة عشوائية .

1) احسب إحتمال كل من الحدثين التاليين :

A " اللجنة تضم تلاميذا من نفس التخصص " B " تلاميذ اللجنة من نفس الجنس "

2) بين أن $P(A\cap B)=\dfrac{1}{1530}$ ، واستنتج إحتمال أن تضم اللجنة تلاميذا من نفس التخصص أو من نفس الجنس .

II/ نريد الآن وبطريقة عشوائية تعيين تلميذين من هذا القسم أحدهم رئيس والآخر نائب .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة عدد تلاميذ الهندسة الكهربائية فيها .

1) برر أن القيم الممكنة لـ X هي $\{0;1;2\}$ ثم عرف قانون إحتمال X .

2) احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـ X ثم عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون : $E(2025X+\alpha)=2024$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 13 .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(1446^{1962}\right)^{2025}$ على 13 .

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $7\times2025^{6n}-3\times1446^{2026}+1302$ مضاعف لـ 13 .

3) عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n^2+29^{3n+1}\times2n+1446^{3n+2}\equiv0[13]$.

4) ليكن العدد الطبيعي N الذي يكتب $\overline{\alpha612}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta\beta0\beta\beta02}$ في نظام التعداد ذو الأساس 3 .

– عين قيمة كل من α و β ثم أكتب العدد $N+7$ في النظام العشري .

5) أ) حلل العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية ثم إستنتج قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $2025\equiv0\left[n^3\right]$

ب) جد العددين الطبيعيين a و b حيث: $m^3+11d^3=2025$ حيث $d=PGCD(a;b)$ و $m=PPCM(a;b)$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\sqrt{2u_n}$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n\le 2$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : ${u_{n+1}}^2-{u_n}^2=u_n(2-u_n)$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln 2-\ln u_n$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_n=\dfrac{2}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}$ ، $T_n=\dfrac{v_0}{\ln 2}C_n^0+\dfrac{v_1}{\ln 2}C_n^1+\ldots+\dfrac{v_n}{\ln 2}C_n^n$

احسب كلا من S_n و T_n بدلالة n .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2x+1)e^x-1$

1) ادرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) احسب $g(0)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(e^x-1)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x$ مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(e^x-1)g(x)$.

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها .

5) اكتب معادلة (T) مماس للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة x_0 والمار من مبدأ المعلم .

6) انشيء كل من (Δ) ، (T) والمنحني (C_f) .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$.

8) أ) تحقق أن: $H:x\mapsto 2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة : $h:x\mapsto x-f(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب : $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات التالية مع التبرير:

1) الجذران التربيعيان للعدد المركب i هما:

أ) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ب) $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ و $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ج) $1+i$ و $1-i$

2) العدد المركب $\left(\frac{-4-3i}{3-4i}\right)^{2025}$ يساوي :

أ) i ب) $-i$ ج) 1

3) z عدد مركب حيث $z=3\sqrt{2}(1+i)$ ، الشكل الأسي للعدد المركب : $(1+i)z$ هو :

أ) $z=3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ب) $z=6e^{i\frac{\pi}{4}}$ ج) $z=6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

4) عمدة للعدد المركب z عدد حيث $z=-3\left(-\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)$ هي :

أ) $\frac{\pi}{7}$ ب) $-\frac{\pi}{7}$ ج) $\pi-\frac{\pi}{7}$

5) E مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $\left|2z-2+4i\right|=8$ هي دائرة مركزها A ونصف قطرها r بحيث :

أ) $A(-2;4)$ ، $r=8$ ب) $A(1;-2)$ ، $r=4$ ج) $A(-2;4)$ ، $r=3$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 9

2) بين أن العدد $1948^{2025}+2\times1954^{1962}+1446$ مضاعف للعدد 9

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+5+5^2+...+5^n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4S_n=5^{n+1}-1$

ب) عين باقي قسمة S_{2025} على 9

ج) حدد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $S_n\equiv0[9]$

4) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E)...5^nx-S_ny=9$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، 5^n و S_n أوليان فيما بينهما .

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على أربع كريات حمراء تحمل الأرقام -1 ، -1 ، 0 ، 1 وكريتين خضراوين تحملان الرقمين -1 ، 0 وكرية سوداء تحمل الرقم 1 الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس .

I) نسحب عشوائيا كريتين في آت واحد

1) احسب إحتمال الحدثين التاليين : A : الكريتين من نفس اللون ، B : جداء الرقمين الظاهرين معدوم .

– احسب $P(A\cap B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب العدد $e^{|a-b|}$ حيث a و b الرقمين المسجلين على الكريتين.

– عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتماله .

II) نعيد الكريات المسحوبة للصندوق ونضيف له n$(n\geq 1)$ كرية تحمل الرقم 1

ثم نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع

– بين أن إحتمال سحب رقمين مختلفين تماما في الإشارة يساوي $\dfrac{6n+12}{n^2+13n+42}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+(1-2x)\ln x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

I) 1) – احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا . – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-2\ln x+\dfrac{1-x}{x}$.

3) بين أن الدالة f متزايدة تماما على $]0;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$. ثم شكل جدول تغيراتها

4) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0,33<\alpha<0,34$ و $1,95<\beta<1,96$

6) ارسم (Δ) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما عدد حلول المعادلة : $me^{2x\ln x}=xe^{x}$

II) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=x+1+(-1-2x)\ln(x+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

– بين كيف يمكن إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) . (الإنشاء غير مطلوب)

III) بتوظيف المكاملة بالتجزئة أحسب التكامل I حيث : $I=\int_{\frac{1}{2}}^{2}(1-2x)\ln x\,dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني

الإجابة مفصلة و سلم التنقيط – الموضوع الاول

اختبار مادة : الرياضيات **المستوى: الثالثة ثانوي** **الشعبة : تقني رياضياتي**

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزاة	العلامة المجموع
الإحتمالات	انظر أدناه		4ن

<u>التمرين الاول</u>:

I) عدد الحالات الممكنة : $card\Omega = C_{18}^{4} = 3060$

1) احتمال أن تضم اللجنة تلاميذ من نفس التخصص :

$$P(A) = \frac{C_6^4 + C_5^4 + C_4^4}{C_{18}^4} = \frac{7}{1020}$$

احتمال أن تضم اللجنة تلاميذ من نفس الجنس :

$$P(B) = \frac{C_{11}^4 + C_7^4}{C_{18}^4} = \frac{63}{612}$$

2) **تبيين أن** $P(A \cap B) = \frac{1}{1530}$:

$$P(A \cap B) = \frac{C_4^4 + C_4^4}{C_{18}^4} = \frac{1}{1530}$$

استنتاج احتمال أن تضم اللجنة تلاميذا من نفس التخصص أو من نفس الجنس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{1020} + \frac{73}{612} - \frac{1}{1530} = \frac{32}{255}$$

II) **1) التبرير :**

$X = 0$: اللجنة لا تضم أي تلميذ من تلاميذ هـ.ك

$X = 1$: اللجنة تضم تلميذا واحدا من تلاميذ هـ.ك

$X = 2$: اللجنة تضم تلميذين من تلاميذ هـ.ك

تعريف قانون إحتمال المتغير العشوائي X :

$P(X=0) = \frac{A_{12}^2}{A_{18}^2} = \frac{132}{306} = \frac{22}{51}$ ، $P(X=1) = \frac{A_6^1 \times A_{12}^1 \times 2}{A_{18}^2} = \frac{144}{306} = \frac{8}{17}$ ،

$P(X=2) = \frac{A_6^2}{A_{18}^2} = \frac{30}{306} = \frac{5}{51}$ ومنه فان قانون احتمال X **يتلخص في الجدول التالي:**

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{22}{51}$	$\frac{8}{17} = \frac{24}{51}$	$\frac{5}{51}$

2) حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p(X = x_i) = 0 \times \frac{22}{51} + 1 \times \frac{24}{51} + 2 \times \frac{5}{51} = \frac{2}{3}$$

تعيين قيمة α : $E(2025X + \alpha) = 2024$ معناه $2025E(X) + \alpha = 2024$ معناه

$\alpha = 2024 - 2025E(X)$ معناه $\alpha = 674$.

5ن

القسمة و الموافقات

<u>التمرين الثاني</u>

1) أ) الدراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 13 :

لدينا : $3^0\equiv1[13]$ ، $3^1\equiv3[13]$ ، $3^2\equiv9[13]$ ، $3^3\equiv1[13]$ إذن بواقي القسمة دورية ودورها 3 :

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
$3^n\equiv$	1	3	9

لدينا : $1446\equiv3[13]$ و $1962=3(654)$ ومنه $1446^{1962}\equiv1[13]$

أي $\left(1446^{1962}\right)^{2025}\equiv1[13]$

2) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $7\times2025^{6n}-3\times1446^{2026}+1302$ مضاعفا لـ 13 :

لدينا $2025\equiv10[13]$ و $10\equiv-3[13]$ ومنه $2025\equiv-3[13]$

اذن $((2025)^2)^{3n}\equiv((-3)^2)^{3n}[13]$ ومنه $2025^{6n}\equiv((3)^{3n})^2[13]$

وعليه $2025^{6n}\equiv1[13]$ ....(1)

ولدينا $1446\equiv3[13]$ و $2026=3(675)+1$

وعليه $1446^{2026}\equiv3[13]$ ....(2)

ولدينا $1302\equiv2[13]$ ....(3)

من (1) و (2) و (3) نجد : $7\times2025^{6n}-3\times1446^{2026}+1302\equiv7-9+2[13]$

أي $7\times2025^{6n}-3\times1446^{2026}+1302\equiv0[13]$

3) تعيين الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n^2+29^{3n+1}\times2n+1446^{3n+2}\equiv0[13]$:

لدينا $n^2+29^{3n+1}\times2n+1446^{3n+2}\equiv n^2+6n+9[13]$ ومنه $n^2+6n+9\equiv0[13]$

أي $(n+3)^2\equiv0[13]$ وبما أن 13 عدد أولي اذن $n+3\equiv0[13]$ أي $n\equiv-3[13]$ أي $n\equiv10[13]$ ومنه $n=13\alpha+10$ حيث $\alpha\in\mathbb{N}$.

4)

$$\begin{cases}N=\overline{\alpha612}^{\,7}\\ N=\overline{\beta\beta0\beta\beta02}^{\,3}\\ 1\le\alpha\le6\ ;\ 1\le\beta\le2\end{cases}$$ ومنه $$\begin{cases}N=2\times7^0+1\times7^1+6\times7^2+\alpha\times7^3\\ N=2\times3^0+\beta\times3^2+\beta\times3^3+\beta\times3^5+\beta\times3^6\\ 1\le\alpha\le6\ ;\ 1\le\beta\le2\end{cases}$$

ومنه $$\begin{cases}N=303+343\alpha\\ N=1008\beta+2\\ 1\le\alpha\le6\ ;\ 1\le\beta\le2\end{cases}$$ أي $$\begin{cases}343\alpha=1008\beta-301\\ 1\le\alpha\le6\ ;\ 1\le\beta\le2\end{cases}$$

- من أجل $\beta=1$ لدينا $\alpha=\dfrac{707}{343}\notin\mathbb{N}$ مرفوض
- من أجل $\beta=2$ فان: $\alpha=5$ ومنه $(\alpha;\beta)=(5;2)$.

$N=1008(2)+2=2018$ ومنه $N+7=2025$.

5) أ) تحليل 2025 إلى جداء عوامل أولية :

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 3 \\ 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

أي $2025 = 3^4 \times 5^2$

استنتاج قيم n حيث : $2025 \equiv 0\left[n^3\right]$ معناه $n^3 \setminus 2025$ ومنه $n=1$ او $n=3$

اذن $n \in \{1;3\}$.

ب) تعيين الثنائيات الطبيعية $(a;b)$ حيث :

$$\begin{cases} m^3 + 11d^3 = 2025 \\ m = PPCM(a;b) \\ d = PGCD(a;b) \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

لدينا :

$$\begin{cases} a \times b = md \\ a = a'd \\ b = b'd \\ a' \wedge b' = 1 \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$

نعوض (2) في (1) نجد : $(a'b'd)^3 + 11d^3 = 2025$ ومنه

$d^3((a'b')^3 + 11) = 2025$ ومنه $d^3 \setminus 2025$ ومنه $d=1$ او $d=3$

من أجل $d=1$ نجد $(a'b')^3 = 2014$ وهو مرفوض .

من أجل $d=3$ نجد $(a'b')^3 = 64$ ومنه

$$\begin{cases} a' \times b' = 4 \\ a' \wedge b' = 1 \end{cases}$$

a'	1	4
b'	4	1
a	3	12
b	12	3

اذن $(a;b) = \{(3;12),(12;3)\}$

المتتاليات العددية

التمرين الثالث

1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \le 2$:

نضع : $P(n): 0 < u_n \le 2$ لدينا $0 < u_0 = 1 \le 2$ اذن $P(0)$ صحيحة .

نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل عدد طبيعي كيفي n أي $0 < u_n \le 2$ ومنه

$0 < 2u_n \le 4$ ومنه $0 < \sqrt{2u_n} \le 2$ أي $0 < u_{n+1} \le 2$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة اذن

$P(n)$ وراثية وعليه نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \le 2$.

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}{}^2 - u_n{}^2 = u_n(2-u_n)$:

$u_{n+1}{}^2 - u_n{}^2 = \sqrt{2u_n}^2 - u_n{}^2 = 2u_n - u_n{}^2 = u_n(2-u_n)$ وهو المطلوب .

لدينا $u_{n+1}{}^2 - u_n{}^2 = u_n(2-u_n)$ ومنه $(u_{n+1}+u_n)(u_{n+1}-u_n) = u_n(2-u_n)$ ومنه

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-u_n)}{u_{n+1}+u_n}$ بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \le 2$ نستنتج

انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n \ge 0$ وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة .

لدينا المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 2 ومتزايدة وبالتالي فهي متقاربة .

2) أ) تبيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ و تعيين حدها الأول :

لدينا $v_n = \ln 2 - \ln u_n$ ومنه

$$v_{n+1} = \ln 2 - \ln u_{n+1} = \ln 2 - \ln\sqrt{2u_n} = \ln 2 - \frac{1}{2}\ln(2u_n)$$

$$= \ln 2 - \frac{1}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}\ln(u_n) = \frac{1}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}\ln(u_n) = \frac{1}{2}\big(\ln(2) - \ln(u_n)\big) = \frac{1}{2}v_n$$

اذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ و حدها الأول : $v_0 = \ln 2 - \ln u_0 = \ln 2$

ب) التعبير عن v_n بدلالة n: $v_n = v_0 q^n = \ln 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = \dfrac{\ln 2}{2^n}$.

تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_n = \dfrac{2}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$: لدينا $v_n = \ln 2 - \ln u_n$ ومنه

$\ln u_n = \ln 2 - v_n$ ومنه

$$u_n = e^{\ln 2 - v_n} = e^{\ln 2}e^{-v_n} = 2e^{-\frac{-\ln 2}{2^n}} = 2\left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{-1}{2^n}} = 2\times 2^{-\frac{-1}{2^n}} = \frac{2}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}} = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{2^{\frac{1}{2^n}}} = 2$.

3) حساب كل من S_n و T_n بدلالة n: لدينا

$$S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1} = v_0\frac{1-q^n}{1-q} = \ln 2\,\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = 2\ln 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

5ن

$$T_n=\frac{v_0}{\ln 2}C_n^0+\frac{v_1}{\ln 2}C_n^1+\ldots+\frac{v_n}{\ln 2}C_n^n=\frac{\frac{\ln 2}{2^0}}{\ln 2}C_n^0+\frac{\frac{\ln 2}{2^1}}{\ln 2}C_n^1+\ldots+\frac{\frac{\ln 2}{2^n}}{\ln 2}C_n^n$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^0C_n^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1C_n^1+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^nC_n^n=C_n^0 1^{n-0}\left(\frac{1}{2}\right)^0+C_n^1 1^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)^1+\ldots+C_n^n 1^{n-n}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{3}{2}\right)^n$$

الدوال العددية

7ن

<u>التمرين الرابع</u>

I) 1) لدينا : $g'(x)=(2x+3)e^x$ واشارتها من نفس إشارة $2x+3$

جدول الإشارة :

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

اذن الدالة g متزايدة تماما على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$-2e^{-3/2}-1$	$\nearrow$	$+\infty$

2) $g(0)=0$ من خلال جذول التغيرات السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ تكون:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x(e^x-2)^2-x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[xe^{2x}-2xe^x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[xe^x(e^x-2)\right]=0$

ومنه $(\Delta):y=x$ مقاربا لـ (C_f) عند $-\infty$.

ب) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-x=xe^x(e^x-2)$ ومنه $f(x)-x=0$ تعني

$x=0$ او $x=\ln 2$ ومنه يكون الوضع النسبي مبين في الجدول التالي :

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
xe^x		$-$	0	$+$		$+$	
e^x-2		$-$		$+$	0	$+$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)	

3) أ) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$$f'(x)=(e^x-1)^2+2xe^x(e^x-1)=(e^x-1)+(e^x-1+2xe^x)=(e^x-1)g(x)$$

ب) إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$g(x)$	$-$ 0 $+$
e^x-1	$-$ $+$
$f'(x)$	$+$ 0 $+$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ 0 $\nearrow$ $+\infty$

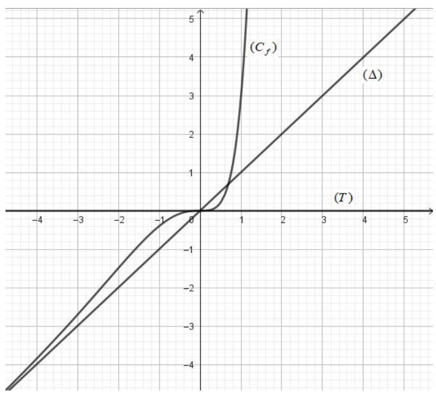
4) من خلال جدول التغيرات السابق لدينا المشتقة الأولى تنعدم عند 0 وتحافظ على اشارتها وهذا يعني ان المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف هي مبدأ المعلم $O(0;0)$.

5) (T) معادلته من الشكل $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ولدينا (T) يمر من المبدأ

معناه : $f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)=0$ أي $-x_0(e^{x_0}-1)g(x_0)+x_0(e^{x_0}-1)^2=0$ تكافيء

$x_0(e^{x_0}-1)\left[-g(x_0)+x_0(e^{x_0}-1)\right]=0$ ومنه $x_0(e^{x_0}-1)\left[-(2x_0+1)e^{x_0}+1+e^{x_0}-1\right]=0$ وعليه

$x_0(e^{x_0}-1)(-2x_0e^{x_0})=0$ وعليه $x_0=0$ ومنه $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ وبالتالي : $(T):y=0$



6) انشاء (Δ) ، (T) و (C_f) :

7) حلول المعادلة $f(x)=mx$ هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيمات :

$(\Delta_m):y=mx$ وهذه المستقيمات كلها تدور حول مبدأ المعلم وعليه :من أجل m=1 فان (Δ_m) ينطبق على (Δ) ومن أجل m=0 فإن (Δ_m) ينطبق على حامل محور الفواصل .

– المناقشة :

- M<0 المعادلة تقبل حلا وحيدا .* 0<m<1 المعادلة تقبل ثلاث حلول .
- من أجل $m\geq 1$ المعادلة تقبل حلين .

8) أ) الدالة H قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $H'(x)=2e^x+2(x-1)e^x+\frac{1}{4}\times 2e^{2x}(1-2x)-2\times\frac{1}{4}e^{2x}$ أي

$H'(x)=2e^x+2xe^x-2e^x-\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}e^{2x}-xe^{2x}$ ومنه $H'(x)=2e^x-xe^{2x}$ أي

$H'(x)=xe^x(2-e^x)=-xe^x(e^x-2)=-\left[f(x)-x\right]$ اذن $H'(x)=x-f(x)=h(x)$

ب) $S=\int_0^{\ln 2}h(x)dx=\left[H(x)\right]_0^{\ln 2}=H(\ln 2)-H(0)=\ln 4-\frac{5}{4}$ وهي قيمة مساحة الحيز المستوي المحدد (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمات ذات المعادلات $x=0$ و $x=\ln 2$.