الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانويات سطيف المقاطعة –02–

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة : ماي 2025

الشعبة : آداب و فلسفة و لغات أجنبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) (ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.
(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2025} على 5.

2) (ا) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$.
(ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.

3) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $2^{4n+3} + 2^n + 10$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) (u_n) متتالية هندسية و حدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث:
$u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.
(ا) احسب u_6 والأساس q.
(ب) احسب u_1، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) (ا) احسب المجموع S_n بدلالة n، حيث: $S_n = u_3 + u_4 + \cdots + u_n$.
(ب) علما أن: $2^{12} = 4096$ عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 4088$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1) نعتبر الدالة العددية f ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
(ا) أحسب نهاية الدّالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f

2) شكّل جدول التغيرات.

3) (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تحديد إحداثييها.
(ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$

4) (ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = \frac{1}{2}$.
(ب) حدد إحداثيات نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f).

إنتهى الموضوع الاول

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) a و b عددان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.

(ا) هل العدد $2a^3 + 5b^2$ يقبل القسمة على 4 ؟

(ب) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 9b^3$ على 4.

2) (ا) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.

(ب) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2025} \times (b+1)^{1446}$ على 4.

3) استنتج أن: $a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.

(ا) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.

(ب) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n، ثم احسب u_{18}.

2) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2025$.

3) (ا) احسب بدلالة n المجموع:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n.$$

(ب) استنتج قيمة المجموع:

$$S = 5 + 7 + 9 + \cdots + 2025.$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1) تعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ حيث:

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+2}$

(ب) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$, $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$,

2) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، يطلب تعيين معادلة كل منهما.

(ا) عيّن الدالة المُشتقة f' للدالة f وأدرس أشارتها.

(ب) استنتج أتّجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.

3) (ا) عيّن احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

(ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أنشىء (T) و المستقيمات المقاربة ثمّ المنحنى (C_f)

إنتهى الموضوع الثاني

شعبة الآداب والفلسفة + لغات أجنبية : Bac 2025 /

الموضوع الأول :

ت 1 :

① دراسة بواقي قسمة 2^n على 5 :

لدينا :

$2^0 \equiv 1 [5]$

$2^1 \equiv 2 [5]$

$2^2 \equiv 4 [5]$

$2^3 \equiv 3 [5]$

$2^4 \equiv 1 [5]$

ومنه : $T = 4$ و $2^{4k} \equiv 1 [5]$

معناه :

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	$[5]$

② تعيين باقي قسمة 1446^{2025} على 5 :

لدينا :

$1447 \equiv 2 [5]$

و $2025 = 4 \times 506 + 1$

ومنه : $1447^{2025} \equiv 2^{4\times 506+1} [5]$

$\equiv 2 [5]$

ومنه $\boxed{r = 2}$ لأن $0 \leq 2 < 5$

③ بيان أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $2^{4n} \equiv 1 [5]$

لدينا :

$2^4 = 16$

و $16 \equiv 1 [5]$ إذن

$2^4 \equiv 1 [5]$ و منه $(2^4)^n \equiv 1 [5]$

إذن : $2^{4n} \equiv 1 [5]$

④ بيان أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$:

$2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0 [5]$

لدينا :

$$2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 2^{4(1001)} + 2^{4(2n)+2} - 5 [5]$$

$$\equiv 1 + 4 - 5 [5]$$

$$\equiv 5 - 5 [5]$$

$$\equiv 0 [5]$$

⑤ تعيين العدد الطبيعي n بحيث :

$2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 0 [5]$

لدينا :

$$2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 3 + 2^n + 10 [5]$$

$$\equiv 13 + 2^n [5]$$

$$\equiv 3 + 2^n [5]$$

ومنه : $2^n + 3 \equiv 0 [5]$

يكافئ ، $2^n \equiv -3 [5]$

يكافئ : $2^n \equiv 2 [5]$

أي : $\boxed{k \in \mathbb{N} ، n = 4k+1}$

التمرين الثاني :

حساب u_6 و q :

من خاصية الوسط الهندسي ينتج :

$u_5 \times u_7 = u_6^2$

معناه : $u_6^2 = 4096$

إذن : $u_6 = \pm\sqrt{4096}$

ومنه : $u_6 = -64$ أو $u_6 = 64$

بما أن (u_n) حدودها موجبة فإن $\boxed{u_6 = 64}$

($u_6 = -64$ مرفوض)

ومنه: قيمة الأساس q:

لدينا: $u_6 = u_3 \cdot q^{6-3}$

معناه: $u_6 = u_3\, q^3$

إذن: $u_6 = 8\, q^3$

ومنه: $q^3 = 8$

إذن: $\boxed{q = 2}$

② حساب قيمة الحد u_1:

لدينا: $u_3 = u_1\, q^2$

ومنه: $u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

أي: $u_1 = 2$

عبارة u_n بدلالة n:

لدينا:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$
$$= 2 \cdot (2)^{n-1}$$
$$= 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n$$

③ دراسة اتجاه تغير (u_n):

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1)$$
$$= 2^n > 0$$

إذن: (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

أو $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$

④ حساب S_n:

لدينا:

$$S_n = u_3 + u_4 + \dots + u_n$$
$$= u_3\left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2-1}\right)$$
$$= 8\left(2^{n-2} - 1\right)$$
$$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$$
$$= 2^{n+1} - 8$$

إيجاد n بحيث: $S_n = 4088$:

لدينا: $S_n = 4088$

معناه: $2^{n+1} - 8 = 4088$

تكافئ: $2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$

$$\begin{array}{r|l} 4096 & 2 \\ 2048 & 2 \\ 1024 & 2 \\ 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

إذن: $n + 1 = 12$

ومنه $\boxed{n = 11}$

ومنه: قيمة الأساس q:

لدينا: $U_6 = U_3 \cdot q^{6-3}$

معناه $U_6 = U_3 \, q^3$

إذن: $64 = 8 \, q^3$

ومنه: $q^3 = 8$

إذن: $\boxed{q = 2}$

② حساب قيمة الحد U_1:

لدينا: $U_3 = U_1 \, q^2$

ومنه: $U_1 = \frac{U_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

أي: $U_1 = 2$

عبارة U_n بدلالة n:

لدينا: $U_n = U_1 \cdot q^{n-1}$

$= 2 \cdot (2)^{n-1}$

$= 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n$

③ دراسة اتجاه تغير (U_n):

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$U_{n+1} - U_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1)$

$= 2^n > 0$

إذن: (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

أو $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$

④ حساب S_n:

لدينا: $S_n = U_3 + U_4 + \cdots + U_n$

$= U_3 \left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2-1} \right)$

$= 8 \left(2^{n-2} - 1 \right)$

$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$

$= 2^{n+1} - 8$

إيجاد n حيث: $S_n = 4088$:

لدينا: $S_n = 4088$

معناه: $2^{n+1} - 8 = 4088$

تكافئ: $2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

إذن: $n + 1 = 12$

ومنه $\boxed{n = 11}$

التمرين الثالث :

لدينا :

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$D_f =]-\infty ; +\infty[$

① حساب النهايات :

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$

② دراسة اتجاه تغير f :

f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$f'(x) = 6x^2 - 6x$

$f'(x) = 0$ معناه: $6x(x-1) = 0$ أي $x = 0$ أو $x = 1$ ومنه :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty, 0]$ و $[1; +\infty[$ لأن $f'(x) \geq 0$.

f متناقصة تماما على المجال $[0, 1]$.

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

③ اثبات نقطة الانعطاف :

نحسب $f''(x)$: لدينا :

$f''(x) = 12x - 6$

ومنه $f''(x) = 0$ تكافئ :

$12x - 6 = 0$ معناه : $x = \frac{6}{12}$

أي : $\boxed{x = \frac{1}{2}}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

f'' تنعدم عند $\frac{1}{2}$ مغيرة اشارتها

اذن : $A\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ومنه :

$A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)

④ التحقق أن : $f(x) = (x-1)(2x^2-x+1)$ لكل $x \in \mathbb{R}$:

لدينا :

$(x-1)(2x^2-x-1)$

$= 2x^3 - x^2 - x - 2x^2 + x + 1$

$= 2x^3 - 3x^2 + 1 = f(x)$

⑤ نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل :

أولا : $(C_f) \cap (xx') = ?$

نحل المعادلة $f(x) = 0$

تكافئ : $(x-1)(2x^2-x-1) = 0$

معناه :
$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \text{أو} \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

اذن :
$$\begin{cases} x = 1 \\ \text{أو} \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

$\Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9 = 3^2$

$\sqrt{\Delta} = 3$

ومنه:

$x_1 = 1$

أو $x_2 = \frac{1-3}{2\times 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

أو $x_3 = \frac{1+3}{4} = 1$

$\leftarrow S = \{1, -\frac{1}{2}\}$

أي:

$(C_f) \cap (x'x) = \{A(1,0), B(-\frac{1}{2},0)\}$

ثانيا مع (yy'): $(C_f) \cap (yy') = ?$

لدينا:

$(C_f) \cap (yy') = \{C(0, f(0))\}$

$= \{C(0,1)\}$

6) معادلة (T) المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$:

$(T): y = f'(\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

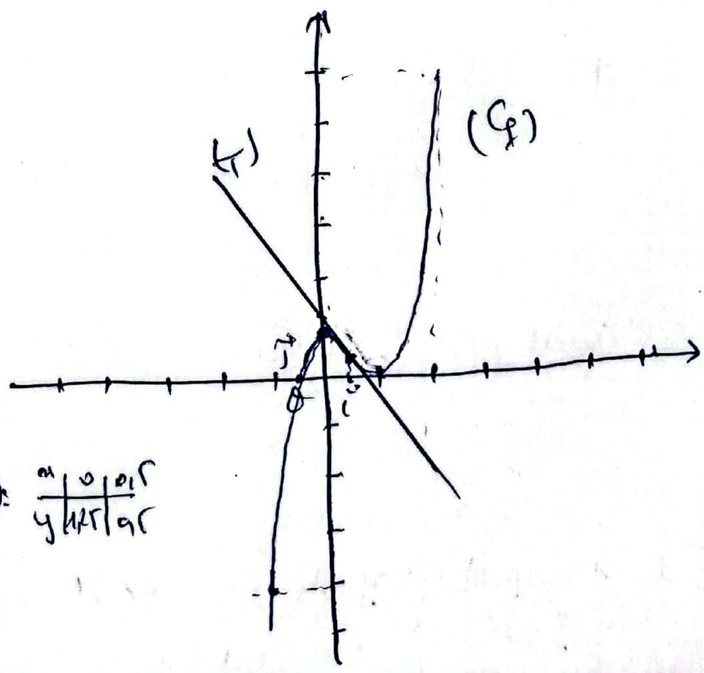
$= -\frac{3}{2}(x-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\times\frac{2}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$

ومنه: $\boxed{(T): y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}}$

الإنشاء:



(T):

x	٠	٠,٥
y	١,٢٥	٠,٥

الموضوع 2:

1C: لدينا: $a \equiv 3[4]$ ، $b \equiv 2[4]$

(1)

$2a^3 + 5b^2 \equiv ?[4]$

لدينا: $a \equiv 3[4]$ معناه: $a^3 \equiv 27[4]$

أي: $a^3 \equiv 3[4]$ ، ومنه: $2a^3 \equiv 6[4]$

أي: $\boxed{(1) \dots 2a^3 \equiv 2[4]}$

أيضا:

$b \equiv 2[4]$ معناه: $b^2 \equiv 4[4]$ أي:

$b^2 \equiv 0[4]$ ، ومنه: $\boxed{5b^2 \equiv 0[4] \quad (2)\dots}$

بجمع (1) و(2) نجد:

$2a^3 + 5b^2 \equiv 2 + 0[4]$

$\equiv 2[4]$

ومنه: $r \neq 0$ أي لا يقبل القسمة على 4.

(2) باقي قسمة $a^2 - 9b^3$ على 4:

لدينا: $a^2 \equiv 9[4]$ معناه: $\boxed{a^2 \equiv 1[4]}$

و $b^3 \equiv 8[4]$ أي: $b^3 \equiv 0[4]$ أي: $9b^3 \equiv 0[4]$ معناه: $\boxed{-9b^3 \equiv 0[4]}$

ومنه:

$a^2 - 9b^3 \equiv 1 + 0[4]$

$\equiv 1[4]$

$0 \leq r < 4$ أي: الباقي: $\boxed{r = 1}$

(3) التحقق أن: $a \equiv -1[4]$:

لدينا: $a \equiv 3[4]$ معناه: $a+1 \equiv 4[4]$

أي: $a+1 \equiv 0[4]$ ، ومنه: $a \equiv -1[4]$.

④ استنتاج باقي قسمة $a^{2025} \times (b+1)^{1446}$ على 4:

لدينا:

$a \equiv -1 [4]$

ومنه: $a^{2025} \equiv (-1)^{2025} [4]$

$(1) \ldots \equiv -1 [4]$

من جهة أخرى: $b \equiv 2 [4]$

معناه: $b+1 \equiv 3 [4]$

$\equiv -1 [4]$

إذن: $(b+1)^{1446} \equiv (-1)^{1446} [4]$

ومنه: $(2) \ldots (b+1)^{1446} \equiv 1 [4]$

بضرب (1) في (2) نجد:

$a^{2025} \times (b+1)^{1446} \equiv (-1) \times (1) [4]$

$\equiv -1 [4]$

$\equiv 3 [4]$

و $\boxed{r=3}$

ومنه:

$a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv -1 + 1 [4]$

$\equiv 0 [4]$

إذن: $\boxed{r=0}$

حل التمرين 2:

(U_n) حسابية + $U_3 = 1$ و $U_{12} = 19$

① تعيين الأساس r و U_0:

لدينا: $U_{12} = U_3 + (12-3)r$

معناه: $19 = 1 + 9r$

نكافئ: $18 = 9r$

ومنه: $\boxed{r=2}$

إيجاد U_0:

لدينا:

$U_3 = 1$

معناه: $U_3 = U_0 + 3r$

إذن:

$U_0 = U_3 - 3r$

$= 1 - 3(2)$

$= 1 - 6 = -5$

ومنه:

$\boxed{U_0 = -5}$

3) إيجاد قيمة n حيث: $U_n = 2025$:

$U_n = 2025$ معناه: $-5 + 2n = 2025$

نكافئ: $2n = 2030$

ومنه: $n = 1015$.

④ لدينا:

$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

$= \frac{(n+1)}{2}(U_0 + U_n)$

$= \frac{(n+1)}{2}(-5 + 2n - 5)$

$= \frac{(n+1)}{2}(2n - 10)$

$= (n+1)(n-5)$

$= n^2 - 5n + n - 5$

$= n^2 - 4n - 5$

قيمة S:

$S = 5 + 7 + 9 + \cdots + 2025$

$= U_5 + U_6 + U_7 + \cdots + U_{1015}$

$= \frac{1011}{2}(U_5 + U_{2025})$

$= \frac{1011}{2}(5 + 2025)$

$= 1026165$.

التمرين الثالث :

لدينا :

$f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$ ،

$D_f =]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$.

1) من أجل كل $x \neq -2$ لدينا :

$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x)$

(+ لهما نفس مجموعة التعريف)

2) أ) حساب النهايات :

$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2$ ، $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2$

$\lim_{x \underset{<}{\to} -2} \frac{2x+2}{x+2} = +\infty$

$\lim_{x \underset{>}{\to} -2} \frac{2x+2}{x+2} = -\infty$

ب) المقاربات :

$x=-2$ معادلة مقارب لـ (C_f) عمودي.

$y=2$ معادلة مقارب لـ (C_f) أفقي بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

3) $f'(x)$ + اشارة $f(x)$:

من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ ، f تقبل الاشتقاق ولدينا :

$f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2} > 0$

4) اذن : f متزايدة تماما على $\mathbb{R}-\{-2\}$

وجدول تغيراتها :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\Vert$	$+$
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$	$\Vert$	$-\infty \nearrow 2$

5) نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات :

$(C_f)\cap(xx') = \{A(-1,0)\}$

$(C_f)\cap(yy') = \{B(0,1)\}$

6) معادلة (T) :

$(T): y = f'(0)(x) + f(0)$

$= \frac{1}{2}x + 1$

7) الانشاء :