الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديـــــــرية التربية لولاية مستغانم**
امتحان البكالوريا التجريبي — **ثانوية أحمد بومهدي سيدي لخضر**
الشعبة: آداب وفلسفة — **دورة: مـــــــــــــــــــــاي 2025**
اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 02سا**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول :(06ن)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.
2) أ) بين أن العددين 2024^{2025} و 2025^{1446} متوافقان بتردد 7.
ب) بين أن: $1448 \equiv -1[7]$ ثم استنتج باقي قسمة العدد 1448^{2025} على 7
3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $\left(5\times 2^{3n+1} - 4\times 2025^{1446} + 25^{3n}\right)$ يقبل القسمة على 7.
4) عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $2024^{2025} + 2n - 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثاني: (06ن)

(u_n) متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $\begin{cases} u_0 + u_2 = 8 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 24 \end{cases}$

1) احسب الحدين u_1 و u_3 .
2) عين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .
3) تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2 + 2n$
4) هل العدد 82 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟
5) احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_{40}$

التمرين الثالث: (08ن)

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = (x-1)(3x-1)$
ب- ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.
3) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
4) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x^2 - 2x + 1)$
ب- حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.
5) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني(20ن)

التمرين الأول :(06ن)

لتكن الاعداد الطبيعية a، b و c حيث : $a=1446$ ، $b=2972$ ، $c=2025$

1. عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد a ، b و c على 8.
2. تحقق أن العددين a و $(2c+b)$ متوافقان بتردد 8.
3. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $b^2+(2a)-c$ على 8.
4. أ- تحقق أن: $a+c\equiv -1[8]$

ب- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $c^n+(a+c)^{2n+1}\equiv 0[8]$

التمرين الثاني: (06ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=3u_n+4$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .
2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_n+2$

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0.

ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n .

3. أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.
4. أحسب المجموع: $S_n^{'}=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الثالث :(08ن)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=3+\frac{2}{x-2}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$: $f(x)=\frac{3x-4}{x-2}$
2. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.
3. **أ-** عين الدالة المشتقة للدالة f ثم ادرس اشارتها .

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها .

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$.
5. أ- اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

ب- أرسم (C_f) والمماس (T)

انتهى الموضوع الثاني

****مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا 2025****

تصحيح الاختبار التجريبي "الموضوع الأول"

التمرين الأول(06ن):

1.دراسة بواقي قسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 حسب قيم العدد الطبيعي **(01.5ن)**

$2^0 \equiv 1[7]$ ، $2^1 \equiv 2[7]$ ، $2^2 \equiv 4[7]$ ، $2^3 \equiv 1[7]$ ،الدور هو 3.

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
$2^n \equiv$	1	2	4

2.أ-تبيان أن العددين 2024^{2025} و 2025^{1446} متوافقان بتردد 7 **(2×0.75ن)**

- لدينا: $2024 = 289 \times 7 + 1$ ومنه: $2024 \equiv 1[7]$ ومنه:

$2024^{2025} \equiv 1^{2025}[7]$ ومنه: $2024^{2025} \equiv 1[7]$

إذا: باقي قسمة 2024^{2025} على 7 هو 1.

-لدينا: $\begin{cases} 2025 = 7 \times 289 + 2 \\ 1446 = 3 \times 482 \end{cases}$ ومنه: $2025 \equiv 2[7]$

ومنه: $2025^{1446} \equiv 2^{3\times 482}[7]$ ومنه: $2025^{1446} \equiv 2^{3K}[7]$

إذا: $2025^{1446} \equiv 1[7]$

ومنه العددين 2024^{2025} و 2025^{1446} متوافقان بتردد 7

ب-تبيين أن: $1448 \equiv -1[7]$ **(0.75ن)**

لدينا: $1448 = 7 \times 206 + 6$ ومنه: $1448 \equiv 6[7]$ ومنه:

إذا: $1448 \equiv 6 - 7[7]$ $-4\times 2025^{1446} \equiv -4\times 1[7]$

استنتاج باقي قسمة العدد 1448^{2025} على 7 **(0.75ن)**

لدينا: $1448 \equiv -1[7]$ إذا: $1448^{2025} \equiv (-1)^{2025}[7]$ ومنه:

$1448^{2025} \equiv -1[7]$ وعليه: $1448^{2025} \equiv 6[7]$

إذا باقي قسمة العدد 1448^{2025} على 7 هو 6.

3.تبيين أن $5\times 2^{3n+1} - 4\times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 0[7]$

لدينا: $5\times 2^{3n+1} \equiv 5\times 2[7]$ ومنه: $5\times 2^{3n+1} \equiv 3[7]$

$-4\times 2025^{1446} \equiv -4\times 1[7]$ ومنه: $-4\times 2025^{1446} \equiv -4[7]$

$25^{3n} \equiv 4^{3n}[7]$ أي $25^{3n} \equiv 2^{3n}\times 2^{3n}[7]$ ومنه: $25^{3n} \equiv 1[7]$

ومنه: $5\times 2^{3n+1} - 4\times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 3-4+1[7]$

ومنه: $5\times 2^{3n+1} - 4\times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 0[7]$

4.عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: **(01ن)**

$2024^{2025} + 2n - 1 \equiv 0[7]$

لدينا: $2024^{2025} + 2n - 1 \equiv 0[7]$

ومنه: $2n - 1 \equiv 0[7]$ ومنه: $2n \equiv 0[7]$

ومنه: $n \equiv 0[7]$

إذا: $n = 7k$ حيث k عدد طبيعي.

التمرين الثاني(06ن):

لدينا: $\begin{cases} u_0 + u_2 = 8 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 24 \end{cases}$

1- حساب الحدين u_1 و u_3 **(2×01ن)**

لدينا حسب خاصية الوسط الحسابي:

$u_0 + u_2 = 2u_1$ ، $u_2 + u_4 = 2u_3$ ومنه:

ومنه: $\begin{cases} 2u_1 = 8 \\ 2u_3 + u_3 = 24 \end{cases}$ $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_3 = 8 \end{cases}$

2-تعيين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

$r = \frac{U_3 - U_1}{3-1} = \frac{8-4}{2} = 2$ **(0.75ن)**

$u_3 = u_0 + 3r$ ومنه: $U_0 = U_3 - 3r = 8 - 3 \times 2 = 2$

(0.75ن)

3-التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 82$

لدينا: $u_n = u_0 + nr$ ومنه: $u_n = 2 + 2n$ **(0.75ن)**

4-هل العدد 82 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟ **(0.75ن+0.25ن)**

$u_n = 82$ تكافئ: $2 + 2n = 82$ ومنه: $n = \frac{82-2}{2} = 40$

إذا العدد 82 هو حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 41

5-حساب المجموع: **(0.75ن)**

$$S = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_{40} = \frac{40-0+1}{2}(u_0 + u_{40})$$

$u_0 = 2$ ، $u_{40} = 82$

إذا: $S = 20.5(2+82) = 1722$

التمرين الثالث(08ن):

$f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ ، $D_f = \mathbb{R}$

1. حساب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ **(2×0.5ن)**

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} x^3 = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} x^3 = +\infty$

2.أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: **(0.75ن)**

$f'(x) = (x-1)(3x-1)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

ولدينا:

$(x-1)(3x-1) = 3x^2 - x - 3x + 1 = 3x^2 - 4x + 1 = f'(x)$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f **(0.75ن)**

$f'(x)=0$ تكافئ: $(x-1)(3x-1)=0$ ومنه:

أو $\begin{cases}x-1=0\\3x-1=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{cases}$

ومنه:

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0		$-$	0	$+$	

إذا: الدالة f متزايدة على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right]$ و $[1;+\infty[$

ومتناقصة على المجال $\left[\frac{1}{3};1\right]$ **(0.5ن)**

شكل جدول تغيرات الدالة f **(0.5ن)**

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(1/3)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 **(0.75ن)**

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

إذا: $(T): y=x$

3.بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f''(x)=6x-4$

$f''(x)=0$ تكافئ $6x-4=0$ ومنه: $x=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0		$+$	

$f\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^3-2\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$ **(0.75ن)**

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي $A\left(\frac{2}{3};\frac{2}{27}\right)$

4.أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : **(0.75ن)**

$f(x)=x(x^2-2x+1)$

$x(x^2-2x+1)=x\times x^2-2x\times x+1\times x$

$=x^3-2x^2+x=f(x)$

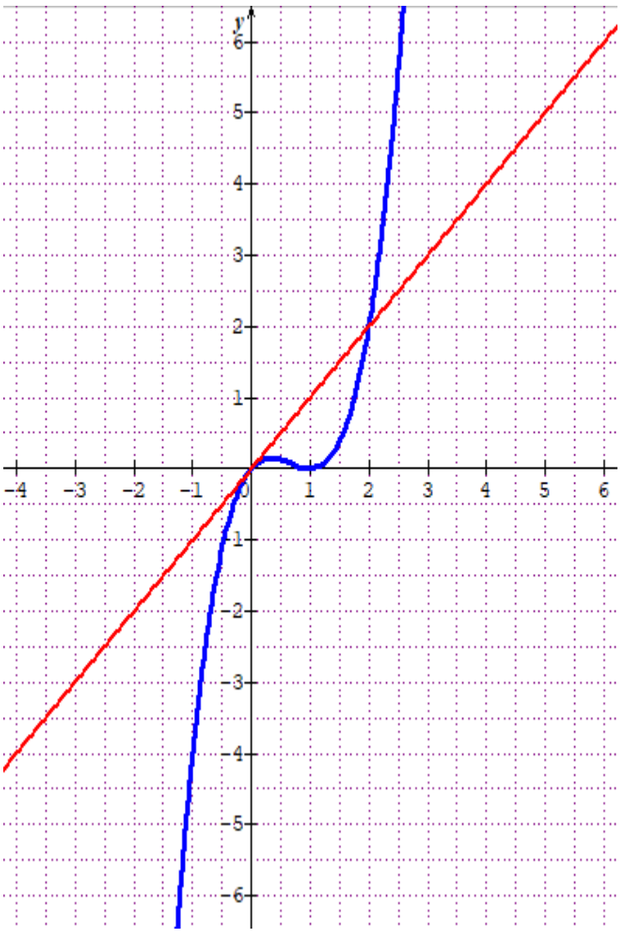
ب- حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل **(01ن)**

$f(x)=0$ تكافئ: $x(x^2-2x+1)=0$ ومنه:

$\begin{cases}\Delta=0;x=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1\\x=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x^2-2x+1=0\\x=0\end{cases}$

إذا: $(C_f)\cap(xx')=\{(0;0)(1;0)\}$

5.أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) **(0.75ن+0ن .5)**



الموضوع الثاني

التمرين الأول(06ن):

لتكن الاعداد الطبيعية a، b و c حيث : $a=1446$ ، $b=2972$ ، $c=2025$

أ) عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد a ، b و c على 8. **0 .5+0.5+0.5**

$a=1446=8\times180+6$ باقي قسمة العدد 1446 على 8 هو 6

$b=2972=8\times371+4$ باقي قسمة العدد 2972 على 8 هو 4

$c=2025=8\times253+1$ باقي قسمة العدد 2025 على 8 هو 1

ب) تحقق أن العددين a و $(2c+b)$ متوافقان بتردد 8. **(01ن)**

لدينا: $a\equiv6[8]$ و $b\equiv4[8]$ و $c\equiv1[8]$

$(2c+b)\equiv2\times1+4[8]$ ومنه: $(2c+b)\equiv6[8]$

إذا a و $(2c+b)$ متوافقان بتردد 8.

ج) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $b^2+(2a)-c$ على 8. **(01.5ن)**

لدينا: $a\equiv6[8]$ و $b\equiv4[8]$ و $c\equiv1[8]$

$b^2+(2a)-c\equiv4^2+2\times6-1[8]$ و منه:

$b^2+(2a)-c\equiv27[8]$

لدينا: $27\equiv3[8]$ **اذا** $b^2+(2a)-c\equiv3[8]$

ومنه باقي قسمة العدد $b^2+(2a)-c$ على 8 هو 3

2.أ) تحقق ان: $a+c\equiv-1[8]$ **(01)**

لدينا: $a\equiv6[8]$ و $c\equiv1[8]$ ومنه: $a+c\equiv1+6[8]$ إذا:

$a+c\equiv7[8]$. وعليه $a+c\equiv7-8[8]$ ومنه $a+c\equiv-1[8]$

ب) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n :

$c^n+(a+c)^{2n+1}\equiv0[8]$ **(01ن)**

لدينا: $a\equiv6[8]$ و $c\equiv1[8]$ ومنه:

$c^n+(a+c)^{2n+1}\equiv1^n+(-1)^{2n+1}[8]$

اذا $c^n+(a+c)^{2n+1}\equiv0[8]$

التمرين الثاني(06ن):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=3u_n+4$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

$u_1=3u_0+4=3\times2+4=10$ **(0.5ن)**

$u_2=3u_1+4=3\times10+4=34$ **(0.5ن)**

$u_3=3u_2+4=3\times34+4=106$ **(0.5ن)**

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_n+2$

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0.

$v_{n+1}=u_{n+1}+2=3u_n+4+2=3u_n+6$

$v_{n+1}=3(u_n+2)=3v_n$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول

$v_0=u_0+2=4$ **(01)**

ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n .

$v_n=v_0q^n=4\times3^n$ **(0.75ن)**

لدينا : $v_n=u_n+2$ أي $u_n=v_n-2$ ومنه $u_n=4\times3^n-2$ **(0.75ن)**

3. أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.

(01)

$$S_n=v_0+v_1+...+v_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$S_n=4\frac{1-3^{n+1}}{1-3}=-2\left(1-3^{n+1}\right)$$

4. أحسب المجموع:

$S_n'=u_0+u_1+...+u_n$

$S_n'=(v_0-2)+(v_1-2)+...+(v_n-2)$

$S_n'=v_0+v_1+...+v_n-\underbrace{2-2-...-2}_{n+1}$

$S_n'=-2\left(1-3^{n+1}\right)-2(n+1)$

$S_n'=-2+2\times3^{n+1}-2n-2=2\times3^{n+1}-2n-4$

(01ن)

التمرين الثالث(08ن):

$D_f=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، $f(x)=3+\dfrac{2}{x-2}$

1.التحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$:

$f(x)=\dfrac{3x-4}{x-2}$ **(0.75ن)**

$$f(x)=3+\frac{2}{x-2}=\frac{3(x-2)+2}{x-2}=\frac{3x-6+2}{x-2}=\frac{3x-4}{x-2}$$

2.حساب النهايات ثم تفسير النتائج بيانيا. **(4×0.25ن)**

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{x}=3\ ،\ \lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{x}=3$$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}2}f(x)=-\infty\ ،\ \lim_{x\xrightarrow{>}2}f(x)=+\infty$$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلة كل منهما $x=2$ ، $y=3$ **(2×0.5ن)**

3.أ- تعيين الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . **(0.75ن+0.75ن)**

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$f'(x)=\dfrac{-2}{(x-2)^2}\prec 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها

ت- تشكيل جدول تغيرات الدالة f . **(0.75ن)**

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$\|\|$		$-$
$f(x)$	3	↘	$\|\|$	↘	$+\infty$
			$-\infty$		3

4.اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$ **(0.75ن)**

لدينا: $(T):y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ومنه: $y=f'(3)(x-3)+f(3)$

إذا: $y=-2(x-3)+5=-2x+6+5$ $(T):y=-6x+11$

5.أ- اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

-مع محور التراتيب: $f(0)=3+\dfrac{2}{0-2}=2$

ومنه: $(C_f)\cap(yy')=\{(0;2)\}$ **(0.75ن)**

-مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ تكافئ: $3x-4=0$ ومنه: $x=\dfrac{4}{3}$

إذا: $(C_f)\cap(xx')=\left\{\left(\dfrac{4}{3};0\right)\right\}$ **(0.75ن)**

ب- أرسم (C_f) والمماس (T) **(0.5ن+0.25ن)**