الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديـــــــــرية التربية لولاية البيض

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية حميتو الحاج علي-الشـــلالة

الشعبة: علوم تجريبية — دورة: مــــــــــاي 2025

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول(04ن)

لتكن المتتالية (v_n) هندسية حدودها موجبة تماما وهي معرفة على $\mathbb{N}$ بحيث: $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$ و $v_1 - v_3 = \frac{7}{16}$

1) احسب الحد v_2 ثم الأساس q لهذه المتتالية واكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n

2) نعتبر المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = \frac{-2}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$

أ) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

ب) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ -2$

ت) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج تقاربها

3) نضع $w_n = u_n - v_n$

أ) اثبت أنه من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n = -2$

ب) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

ت) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \ldots + \frac{u_n}{v_n}$

التمرين الثاني:(04ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\left(z^2 + \sqrt{3}z + 1\right) = 0$

2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ، $z_B = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $z_C = \overline{z_B}$

أ) أكتب الاعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الاسي

ب) بين أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحول C الى A يطلب تعيين عناصره المميزة

3) أ) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي اضلاع ثم حدد بدقة طبيعته.

ب) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $|z - z_A| = |\overline{z} - z_B|$ مع $\overline{z}$ مرافق z

ج) عين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $z = z_B + \sqrt{3}e^{\theta i}$ عندما يمسح θ كل $\mathbb{R}$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث (05ن)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام: $2 ; 1 ; 0 ; -1 ; -2$ وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام: $-1 ; 0 ; 1$ وكرتان سوداوان تحملان الرقمين: $-1 ; 0$ (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس).

1) نسحب عشوائيا ودون إرجاع كريتين من هذا الكيس وليكن الحدثان:

A:"الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان", B:"الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما"

- أحسب $p(A)$ و $p(B)$ ثم بين أن $p(A \cup B)=\frac{32}{45}$.

2) نعيد الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين في آن واحد

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس.

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم أكتب قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع: (07نقاط)

I) لتكن الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ يحقق $0,34<\alpha<0,36$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$

و (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقارب مائلا (Δ) معادلته $y=x-1$ بجوار $+\infty$

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

2) **أ)** بين أن من اجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$

ب) حدد اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

4) نضع $f(\alpha)=0,85$ أرسم (T)، (Δ) والمنحنى (C_f)

5) الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

أ) عين الأعداد a, b و c الحقيقية بحيث تكون الدالة h دالة أصلية للدالة المعرفة بالشكل $x\mapsto(x^2+2)e^{-x}$

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز S من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ و $x=4$ و $y=0$.

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول:(04ن)

(u_n) متتالية عددية بحدها الأول $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2u_n-1}$

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-1=\dfrac{(u_n-1)^2}{2u_n-1}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أنّ: $u_n-1\succ 0$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\ln\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$

أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ثم احسب حدها الأول v_0

ب) اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=\left(1-\dfrac{1}{u_0}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{u_1}\right)\times\ldots\times\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$

التمرين الثاني(04ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A=i$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1-i$ و $z_D=1-2i$

أ) تحقق أن النقطة D مرجح للجملة: $\{(A,1),(B,-1),(C,-1)\}$

ب) اكتب العدد $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم فسر النتيجة هندسيا وحدد طبيعة الرباعي $ABCD$

ت) اكتب العدد $-4+4i$ على الشكل الأسي ثم احسب $(-4+4i)^{2019}$

3) من أجل كل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تختلف عن B نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z'

بحيث: $z'=\dfrac{iz-4+2i}{z-2}$

أ) تحقق أن $z'-i=\dfrac{-4+4i}{z-2}$ واستنتج أن: $AM'\times BM=4\sqrt{2}$ وأن: $(\vec{u},\overrightarrow{AM})+(\vec{u},\overrightarrow{BM})=\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$

التمرين الثالث:(05ن)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس، سبع كريات بيضاء مرقمة بالأعداد من 1 إلى 7، وثلاث كريات سوداء مرقمة بالأعداد من 1 إلى 3، نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد من الكيس

اقلب الصفحة

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية:

A : "الحصول على كرتين بيضاوين" B : " الحصول على كرتين تحملان رقمان فرديان"

C:"المعادلة $x^2-2\alpha x+\beta=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا مضاعفا، حيث α و β هما رقمي الكرتين المسحوبتين"

2) احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$ و $P(\overline{A}\cup\overline{B})$

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المحصل عليها

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) استنتج: $E(5X+2016)$ و $P(X^2-X\le 0)$

التمرين الرابع (07ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=-x+\ln\left(xe^x-e^x+1\right)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α ; β حيث: $-1.2\prec\alpha\prec-1.1$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

6) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و (C_f).

7) m عدد حقيقي

- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\ln(x-1+e^{-x})-(e-1)x=m...(E)$

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا2025