امتحان بكالوريا تجريبية	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	ثانوية الأخوين حيدرة –يلل–
الشعبة: تقني رياضي	مديرية التربية لولاية غليزان	ثانوية بن عولة الميلود –القطار–
دورة : 2024		ثانوية المجاهد بقادة بلمهل –مازونة –

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و نصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل:(4 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، موزعة كما يلي : اربع كريات بيضاء مرقمة بـ : 3 ، 3 ، 2 ، 2.

و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 0 ، 2 ، 3 و كريتان خضراوان مرقمتان بـ : 0 ، 3 و كرية سوداء مرقمة بـ : 4 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كريات من هذا الكيس و نعتبر الأحداث A ، B ، C الآتية :

A " الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة مثنى مثنى " ، B " الكريات المسحوبة من لونين فقط "

C " الكريات المسحوبة تحمل على الأقل رقم زوجي " ، D " الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة "

1) أحسب $P(A)$ ، $P(C)$ و $P(D)$.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ . برّر أن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{1;2;3;4\}$.

ب . بيّن أنّ : $P(B)=\dfrac{29}{105}$ ، ثم عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

3) نسحب الآن عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع أربع كريات من هذا الكيس

– أحسب إحتمال الحصول على أربع كريات أرقامها تشكل العدد 2024 .

التمرين الثاني:(4 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3-\dfrac{2}{u_n}$.

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2<u_n\leq 3$.

2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنّها متقاربة .

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln\left(\dfrac{u_n-1}{u_n-2}\right)$.

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\ln 2$ يطلب تعيّين حدّها الأوّل v_0 .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\dfrac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) أ) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ ، أحسب S_n بدلالة n .

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(\dfrac{u_0-1}{u_0-2}\right)\times\left(\dfrac{u_1-1}{u_1-2}\right)\times\cdots\times\left(\dfrac{u_n-1}{u_n-2}\right)=2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$.

التمرين الثالث:(4 نقاط)

1) أ− ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب−عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(2025^{2024}-1444^{1444}-1\right)^{1962}-2\times 6^{2023}$ على 7 .

2) أ− بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(5n+2)\times 64^n-5^{6n+1}\equiv(5n+4)2^{6n}[7]$.

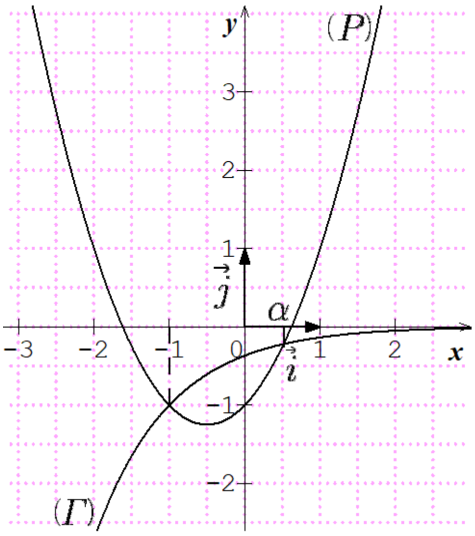
ب−عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(5n+2)\times 64^n-5^{6n+1}\equiv 0[7]$.

3) نعتبر المعادلة : $4x-7y=3\ ...(E)$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ− تحقق أن الثنائية $(6;3)$ حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

ب− من أجل كل $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (E)، عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2025^x\times 1444^{2y}$ على 7.

التمرين الرابع:(8 نقاط)



I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto -e^{-x-1}$ ، (P) التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto x^2+x-1$. α و -1 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (P) حيث :

$0.5\prec\alpha\prec 0.6$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (P) على $\mathbb{R}$.

2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=x^2+x-1+e^{-x-1}$$

− حدد إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+1-\left(x^2+x\right)e^{-x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) أ− أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.

ب− بين أن (D) ذا المعادلة : $y=x+1$ مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ .. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) .

2) أ− بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(-x)e^{-x+1}$.

ب−بيّن أنّ الدالة الدالة f متزايدة على كل $]-\infty;-\alpha]$ و $[1;+\infty[$ و متناقصة على $[-\alpha;1]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ− بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثياتها .

ب− بيّن أن $y=(1-e)x+1$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ− نشئ كل من (D) ، (T) و (C_f) . (نأخذ $f(-1)=0$ ، $f(-\alpha)\approx 1{,}6$) .

ب− ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx+1$.

5) أ− جّد الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة $x\mapsto\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x+1}$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto\left(x^2+x\right)e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب− استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x+1$ ، $x=0$ و $x=2$.

انتهى الموضوع الأوّل

تار 01

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المؤسسة : ثانوية المجاهد بقادة بلمهل مازونة — اختبار الثلاثي : الثالث

التلميذ (ة) : التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي — القسم : الثالثة تقني رياضي

المادة : الرياضيات — التاريخ : 2024/05/13

استاذ (ة) المادة : — الرقم :

الرقم:

ورقة الإجابة

العلامات الجزئية	
السؤال 1	04
السؤال 2	04
السؤال 3	04
السؤال 4	08

Scan the QR code

4B	3 3	2 2	
3R	3	2	0
2V	3		0
1N			4

10 كرات — زوجي 6 — فردي 4

التمرين (01):

- نسحب في أن واحد 4 كرات دفعة واحدة ← توفيقة.

عدد الإمكانيات الكلية: $C_{10}^{4} = 210$.

① احتمال الحوادث A ، B ، C.

A: الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة $1B\ 1R\ 1V\ 1N$.

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{210} = \frac{24}{210} \underset{a b/c}{=} \frac{4}{35}.$$

C: نحصل على الأقل رقم زوجي.

← زوجي × 6.

← فردي × 4.

(3 فردي ; 1 زوجي) ; (2 فردي ; 2 زوجي) ; (1 فردي 3 زوجي) ; (4 زوجي)

01ن
$$P(C) = \frac{C_6^1 \times C_4^3 + C_6^2 \times C_4^2 + C_6^3 \times C_4^1 + C_6^4}{210} = \frac{209}{210}.$$

02ن الحادثة $\overline{C}$: عدم الحصول على أي عدد زوجي معناه كل الأرقام فردية.

$$P(\overline{C}) = \frac{C_4^4}{210} = \frac{1}{210}$$

ومنه=

ومنه

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = \frac{209}{210}$ (بعد الحساب).

② تبرير قيم المتغير العشوائي X.

Ω	$X(\Omega)$
4B	1
3B1R ; 2B2R ; 1B3R ; 2B2V 3B1V ; 3B1N ; 3R1V ; 2R2V ; 3R1N	2
1B 1R 1V 1N	4
1B1R2V ; 1B2R1V ; 1B2R1N ; 2B1R1V 2B1R1N ; 1R2V1N ; 2R1V1N ; 1B2V1N 2B1V1N	3

B = الكريات المسحوبة من لونين فقط.

إنطلاقا مما سبق.

$$P(B)=\frac{C_4^3\times C_3^1+C_4^2\times C_3^2+C_4^1\times C_3^3+C_4^2\times C_2^2+C_4^3\times C_2^1+C_4^3\times C_1^1+C_3^3\times C_2^1+C_3^2\times C_2^2+C_3^3\times C_1^1}{210}=\frac{58}{210}\overset{ab/c}{=}\frac{29}{105}.$$

← قانون الإحتمال.

* $P(X=4)=P(A)=\dfrac{24}{210}.$

* $$P(X=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^2+C_4^1\cdot C_3^2\cdot C_2^1+C_4^1\cdot C_3^2\cdot C_1^1+C_4^2\cdot C_3^1\cdot C_1^1+C_3^1\cdot C_2^2\cdot C_1^1+C_3^2\cdot C_2^1\cdot C_1^1+C_4^1\cdot C_2^2\cdot C_1^1+C_4^2\cdot C_2^1\cdot C_1^1}{210}$$

$$=\frac{127}{210}.$$

* $P(X=1)=\dfrac{C_4^4}{210}=\dfrac{1}{210}.$

* $P(X=2)=P(B)=\dfrac{58}{210}$

X	1	2	3	4
P(X)	1/210	58/210	127/210	24/210

الأمل الرياضي =

$$E(x)=1\times\frac{1}{210}+2\times\frac{58}{210}+3\times\frac{27}{210}+4\times\frac{24}{210}$$

$$=\frac{294}{210}\overset{ab/c}{=}\frac{7}{5}.$$

← سحب على التوالي بدون إرجاع ← ترتيبة.

عدد الإمكانيات الكلية = $A_{10}^4=5040$

إحتمال أن تشكل الكرات 2024

$$\begin{array}{|l}3\times 4\\2\times 3\\0\times 2\\4\times 1\\\hline\end{array}$$

10 كرات.

$$P(A)=\frac{A_3^1\times A_2^1\times A_2^1\times A_1^1}{5040}$$

ومنه $P(A)=\dfrac{12}{5040}\overset{ab/c}{=}\dfrac{1}{420}.$

التمرين الثاني:

① البرهان بالتراجع: $P(n) \ldots\ldots 2 < U_n \leq 3$.

من أجل $n=0$: $2 < U_0 \leq 3$ محققة.

نفرض الخاصية $P(n)$ صحيحة حيث $2 < U_n \leq 3$

ونبرهن صحة الخاصية $P(n+1)$ أي $2 < U_{n+1} \leq 3$.

لدينا:

$$2 < 3-\frac{2}{U_n} \leq \frac{7}{3} \xleftarrow{+3} -1 < -\frac{2}{U_n} \leq -\frac{2}{3} \xleftarrow{\times(-2)} \frac{1}{3} \leq \frac{1}{U_n} < \frac{1}{2} \xleftarrow{\text{مقلوب}} 2 < U_n \leq 3$$

ومنه $2 < U_{n+1} \leq \frac{7}{3} \leq 3$ (بالتعدي) ومنه محققة.

② دراسة اتجاه تغيرها.

$$U_{n+1}-U_n = 3-\frac{2}{U_n}-U_n = \frac{3U_n-2-U_n^2}{U_n}$$

$$= \frac{-(U_n^2-3U_n+2)}{U_n}$$

نقوم بتحليل العبارة $U_n^2-3U_n+2$.

من الدرجة '2' $\leftarrow \Delta = 1 \leftarrow t_1 = 1$ أو $t_2 = 2$.

ومنه

$$U_{n+1}-U_n = \frac{-(U_n-2)(U_n-1)}{U_n}$$

لدينا $2 < U_n \leq 3 \longrightarrow 0 < U_n - 2 \leq 1$

لـ $1 < U_n - 1 \leq 2$ ومنه $U_{n+1}-U_n \leq 0$.

ومنه المتتالية (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

بما أن المتتالية (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بـ 2 فهي متقاربة.

③ أ- تبيان أن المتتالية (V_n) حسابية. معناه نحسب الفرق $V_{n+1}-V_n$.

$$V_{n+1} = \ln\left(\frac{U_{n+1}-1}{U_{n+1}-2}\right) = \ln\left(\frac{3-\frac{2}{U_n}-1}{3-\frac{2}{U_n}-2}\right) = \ln\left(\frac{\frac{2U_n-2}{\cancel{U_n}}}{\frac{U_n-2}{\cancel{U_n}}}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{2U_n-2}{U_n-2}\right) = \ln\left(2\times\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right)\right) = \ln(2) + \ln\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right).$$

عامل مشترك.

ومنه

$$V_{n+1}-V_n = \ln(2) + \cancel{\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right)} - \cancel{\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right)} = \ln(2)$$

ومنه:

(V_n) متتالية حسابية أساسها $r = \ln(2)$

وحدها الأول.

$$V_0 = \ln\left(\frac{U_0-1}{U_0-2}\right) = \ln\left(\frac{2}{1}\right) = \ln(2).$$

عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية.

(V_n) هو:

$$V_n = V_0 + n\times r$$
$$= \ln(2) + n\times\ln(2) = \ln(2)\,(n+1).$$

- عبارة الحد العام لـ U_n

مما سبق $V_n = \ln\left(\frac{U_n - 1}{U_n - 2}\right)$ ومنه $\frac{e^{V_n}}{1} = \frac{U_n - 1}{U_n - 2}$

$(U_n - 2) \times e^{V_n} = U_n - 1 \longrightarrow U_n \times e^{V_n} - U_n = 2e^{V_n} - 1$.

$\longrightarrow U_n(e^{V_n} - 1) = 2e^{V_n} - 1 \longrightarrow U_n = \frac{2e^{V_n} - 1}{e^{V_n} - 1}$

ومن جهة أخرى. $e^{V_n} = e^{\ln(2) \times (n+1)} = e^{(n+1)\ln 2} = \cancel{e}^{\cancel{\ln}(2^{n+1})}$

$e^{V_n} = 2^{n+1}$.

ومنه $U_n = \frac{2^1 \times 2^{n+1} - 1}{2^{n+1} - 1} = \frac{2^{n+2} - 1}{2^{n+1} - 1}$.

حساب النهاية =

$\lim_{n \to +\infty} U_n =$ 'ح ع ت'

$\lim_{n \to +\infty} \frac{\cancel{2^{n+1}}\left(2 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)}{\cancel{2^{n+1}}\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)} = \frac{2}{1} = 2$.

4- حساب المجموع $S_n = V_0 + \dots + V_n$

مجموع متتالية حسابية - $\text{عدد الحدود} = n - 0 + 1 = n + 1$.

$V_0 = \ln(2)$, $V_n = \ln(2)(n+1)$

ومنه

$S_n = \frac{n+1}{2}\left((\ln 2)(n+1) + \ln(2)\right) = \frac{n+1}{2}\left(\ln(2)(n+2)\right) = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \times \ln(2)$

مما سبق نلاحظ أن =

$\frac{U_n - 1}{U_n - 2} = e^{V_n}$

ومنه

$e^{V_0} \times e^{V_1} \times \dots \times e^{V_n} \overset{\text{الخواص}}{=} e^{V_0 + V_1 + \dots + V_n} = e^{S_n}$

ومنه

$e^{S_n} = e^{\frac{(n+1)(n+2)}{2} \cdot \ln(2)} = \cancel{e}^{\ln\left(2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}\right)} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المؤسسة : ثانوية المجاهد بقادة بلمهل مازونة — اختبار الثلاثي : الثالث

التلميذ (ة) : التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي — القسم : الثالثة تقني رياضي

المادة : الرياضيات — التاريخ : 2024/05/13

استاذ (ة) المادة : — الرقم :

الرقم:

ورقة الإجابة

العلامات الجزئية	
السؤال ①	04
السؤال ②	04
السؤال ③	04
السؤال ④	08

التمرين (03) :

1) أ- بواقي قسمة 2^n على 7 .

$2^0\equiv1[7]$

$2^1\equiv2[7]$

$2^2\equiv4[7]$

$2^3\equiv1[7]$

ومنه بواقي قسمة 2^n على 7 هي متتالية دورية ، دورها 3 ومنه.

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$2^n\equiv$	1	2	4	$[7]$

$; k\in\mathbb{Z}$

ب- تعيين باقي قسمة العدد على 7 .

$2025\equiv2[7] \longrightarrow 2024=3\times674+2 \Rightarrow 3k+2$.

$1444\equiv2[7] \longrightarrow 1444=3\times481+1 \Rightarrow 3k+1$.

$2025^{2024}\equiv4[7]$

$1444^{1444}\equiv2[7]$.

$(2025^{2024}+1444^{1444}-1)\equiv5[7]\equiv-2[7]$.

$(2025^{2024}+1444^{1444}-1)^{1962}\equiv(-2)^{1962}[7]\equiv\cancel{(-1)^{1962}}\times2^{1962}[7]$. 1

$1962=3\times654\Rightarrow 3k$

$6\equiv(-1)[7] \longrightarrow 6^{2023}\equiv(-1)^{2023}[7]\equiv-1[7]$.

-1

ومنه

$(2025^{2024}-1444^{1444}-1)^{1962}-2\times6^{2023}\equiv1-2\times(-1)[7]$

$\equiv3[7]$

ومنه باقي قسمة العدد هو 3 .

2) أ-

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$64=2^6 \longrightarrow 64^n=(2^6)^n=2^{6n}$

ومنه

$(5n+2)\times64^n\equiv(5n+2)\times2^{6n}[7]$.

$5\equiv5[7]\equiv-2[7] \longrightarrow 5^{6n+1}\equiv(-2)^{6n+1}[7]$

$\equiv\cancel{(-1)^{6n+1}}\times2^{6n+1}[7]$. و $6n+1=2(3n)+1$

-1 — "عدد فردي" .

Scan the QR code

$5^{6n+1} \equiv -2^{6n+1}\ [7]$ ومنه

عامل مشترك

ومنه $(5n+2)\times 64^n - 5^{6n+1} \equiv (5n+2)\times 2^{6n} + 2^{6n}\times 2^1\ [7]$

$\equiv 2^{6n}(5n+2+2)\ [7] \equiv (5n+4).2^{6n}\ [7]$.

✓ تعيين قيم العدد الطبيعي n معناه. $(5n+4)\times 2^{6n} \equiv 0\ [7]$

إما $~~2^{6n} \equiv 0\ [7]~~$ أو $5n+4 \equiv 0\ [7]$.

لاتقبل حلا

و $5n+4 \equiv 0[7] \longrightarrow 5n \equiv -4[7] \equiv 3[7] \equiv 10[7]$

ومنه (01) $5n \equiv 10\ [7] \longrightarrow n \equiv 2\ [7]$

(02) $5 \equiv 5[7] \equiv -2[7] \longrightarrow -2n \equiv -4\ [7] \longrightarrow n \equiv 2\ [7]$

ومنه $n = 7k+2 ; k\in\mathbb{Z}$.

3) التحقق أن $(6;3)$ حل للمعادلة (E). ✓ $4\times 6 - 7\times 3 = 3$.

حل المعادلة. $\begin{cases} 4x - 7y = 3 \\ 4\times 6 - 7\times 3 = 3 \end{cases}$ بالطرح نجد:

$4(x-6) - 7(y-3) = 0$

$4(x-6) = 7(y-3)$

بما أن $7\wedge 4 = 1$ فإن $4 / y-3$

ومنه $y - 3 = 4k ; k\in\mathbb{Z}$.

$y = 4k+3 ; k\in\mathbb{Z}$

ومنه $4x - 7(4k-3) = 3$

$4x - 28k - 21 = 3$.

$4x = 28k - 24$

و $4 | 4$ و $4 | 28$ و $4 | 24$ نجد: $x = 7k - 6 ; k\in\mathbb{Z}$

ومنه حلولها الثنائية $(x;y) = (7k-6 ; 4k+3)$; $k\in\mathbb{Z}$.

4) أ- بواقي القسمة الإقليدية على 7 .

$2025^x \times 1444^{2y} \equiv ?\ [7]$.

مما سبق $2025 \equiv 2\ [7] \longrightarrow 2025^x \equiv 2^{7k-6}\ [7]$.

$1444 \equiv 2\ [7] \longrightarrow 1444^{2y} \equiv 2^{2\times(4k+3)}\ [7] \equiv 2^{8k+6}\ [7]$.

$$2^{7k-6} \times 2^{8k+6} = 2^{7k-6+8k+6} = 2^{15k} \quad ; k \in \mathbb{Z}.$$ ومنه:

ومنه
$$2^{15k} = 2^{3\times(5k)} \equiv 1\,[7] \; ; 15k = 3\times(5k) \Rightarrow 3k' ; k' \in \mathbb{Z}$$
$k \in \mathbb{Z}$.

التمرين الرابع:

① وضعية (Γ) بالنسبة لـ (P).

x	$-\infty$ -1 α $+\infty$
الوضع النسبي	(Γ) تحت (P) ؛ $(P)\cap(\Gamma)$ في $(-1;-1)$ ؛ (Γ) فوق (P) ؛ $(P)\cap(\Gamma)$ في $(\alpha;-e^{-\alpha-1})$ ؛ (Γ) تحت (P)

② إشارة $g(x)$ مكتوبة من الشكل $g(x) = (x^2+x-1) - (-e^{-x-1})$.
أي إشارة الفرق = ما سابقاً بين الوضع النسبي بين (P) و (Γ)

x	$-\infty$	-1		α	$+\infty$
g	$+$	0	$-$	0	$+$
	$\uparrow(P)$ ←		$\downarrow(P)$ ←		$\uparrow(P)$ ←

إشارة $g(-x)$ أي يقصد تركيب دالتين $g(x)$ و $x \mapsto -x$.

$g(-x) \geq 0$ لما $-x \leq -1$ أو $-x \geq \alpha$

$x \geq 1$ أو $x \leq -\alpha$ أي $x \in]-\infty;-\alpha] \cup [1;+\infty[$

$g(-x) \leq 0$ لما $-1 \leq -x \leq \alpha$

ومنه $-\alpha \leq x \leq 1$ ومنه $x \in [-\alpha; 1]$

ومنه:

x	$-\infty$	$-\alpha$		1	$+\infty$
$g(-x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$f(x) = x+1-(x^2+x)e^{-x+1} \quad ; D_f =]-\infty;+\infty[$$

① - حساب النهايات.

$$\lim_{x\to-\infty} \underbrace{x+1}_{-\infty} - \underbrace{(x^2+x)}_{+\infty} \underbrace{e^{-x+1}}_{+\infty} = -\infty.$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \text{'ح ع ت'}.$$

$$\lim_{x\to+\infty} \underbrace{x+1}_{+\infty} - \underbrace{\frac{x^2}{e^x}}_{0} \times e^1 - \underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0} \times e^1 = +\infty$$

② تبيان أن $y = x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} [f(x) - y] = \lim_{x\to+\infty} \left[-(x^2-x)e^{-x+1}\right] =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} -\underbrace{\frac{x^2}{e^x}}_{0} \times e^1 - \underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0} \times e^1 = 0.$$

الوضع النسبي معناه دراسة إشارة الفرق $f(x) - y = -(x^2+x)e^{-x+1}$

لدينا $e^{-x+1} > 0$ موجبة تماما على $\mathbb{R}$. معناه دراسة إشارة $-x^2-x$.

← معادلة جبرية: $-x^2 - x = 0 \Leftarrow -x(x+1) = 0 \Leftarrow x = -1$ أو $x = 0$.

← جدول الإشارة:

x	$-\infty$	-1		0	$+\infty$
$-x$	$+$		$+$	0	$-$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	$(\mathscr{C})$ تحت (Δ)	$(\Delta) \cap (\mathscr{C})$ في $(-1;0)$	$(\mathscr{C})$ فوق (Δ)	$(\Delta) \cap (\mathscr{C})$ في $(0;1)$	$(\mathscr{C})$ تحت (Δ)

③ قابلية الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومشتقتها.

$$f'(x) = 1 - \left[(2x+1)e^{-x+1} - e^{-x+1}(x^2+x)\right]$$
$$= 1 - \left[e^{-x+1}(2x+1-x^2-x)\right] = 1 - e^{-x+1}(-x^2+x+1)$$
$$= e^{-x+1}\left(\frac{1}{e^{-x+1}} - (-x^2+x+1)\right) = e^{-x+1}\left(e^{x-1} + x^2 - x - 1\right)$$

ونلاحظ أن: $g(-x) = x^2 - x - 1 + e^{x-1}$

ومنه $f'(x) = g(-x) \times e^{-x+1}$

لدينا $e^{-x+1} > 0$ موجبة تماما على $\mathbb{R}$ ومنه إشارة f' من إشارة $g(-x)$.

ومنه

x	$-\infty$	$-\alpha$		1	$+\infty$
e^{-x+1}	$+$		$+$		$+$
$g(-x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$

✓ f' موجبة على المجالين $]-\infty; -\alpha[$ و $[1; +\infty[$ ومنه f متزايدة.

f' سالبة على المجال $[-\alpha; 1]$ ومنه f متناقصة.

ت ر 03

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المؤسسة : ثانوية المجاهد بقادة بلمهل مازونة	اختبار الثلاثي : الثالث
التلميذ (ة) : التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي	القسم : الثالثة تقني رياضي
المادة : الرياضيات	التاريخ : 2024/05/13
استاذ (ة) المادة :	الرقم :

الرقم :

ورقة الإجابة

العلامات الجزئية	
السؤال 1	04
السؤال 2	04
السؤال 3	04
السؤال 4	08

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-\alpha$		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-\alpha)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

4) تبيان أن $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطتي انعطاف :

f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه . $f'(x)=g(-x)\times e^{-x+1}$

$$f''(x) = -g'(-x)\times e^{-x+1} - e^{-x+1}\cdot g(-x)$$
$$= -e^{-x+1}\left(g'(-x)+g(-x)\right)$$
$$= -e^{-x+1}\left(-2x \cancel{+1} \cancel{+e^{x-1}} + x^2 - x \cancel{-1} \cancel{-e^{x-1}}\right)$$
$$= -e^{-x+1}\left(x^2-3x\right) = -e^{-x+1}\times x(x-3)$$

$e^{-x+1}>0$ موجبة تماما على $\mathbb{R}$ ومنه إشارتها من إشارة $-x(x-3)$

معادلة صفرية $-x(x-3)=0$ نجد $x=0$ أو $x=3$.

جدول الإشارة.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
e^{-x+1}		$+$		$+$		$+$	
f''		$-$	0	$+$	0	$-$	

f'' تنعدم وتغير إشارتها لما $x=0$ أو $x=3$.

ومنه $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطتي انعطاف إحداثيتهما .

$(0; f(0)) = (0; 1)$

$(3; f(3)) = (3; 4-12e^{-2}) \simeq (3; 2,37)$.

Scan the QR code

معادلة المماس عند $x=0$

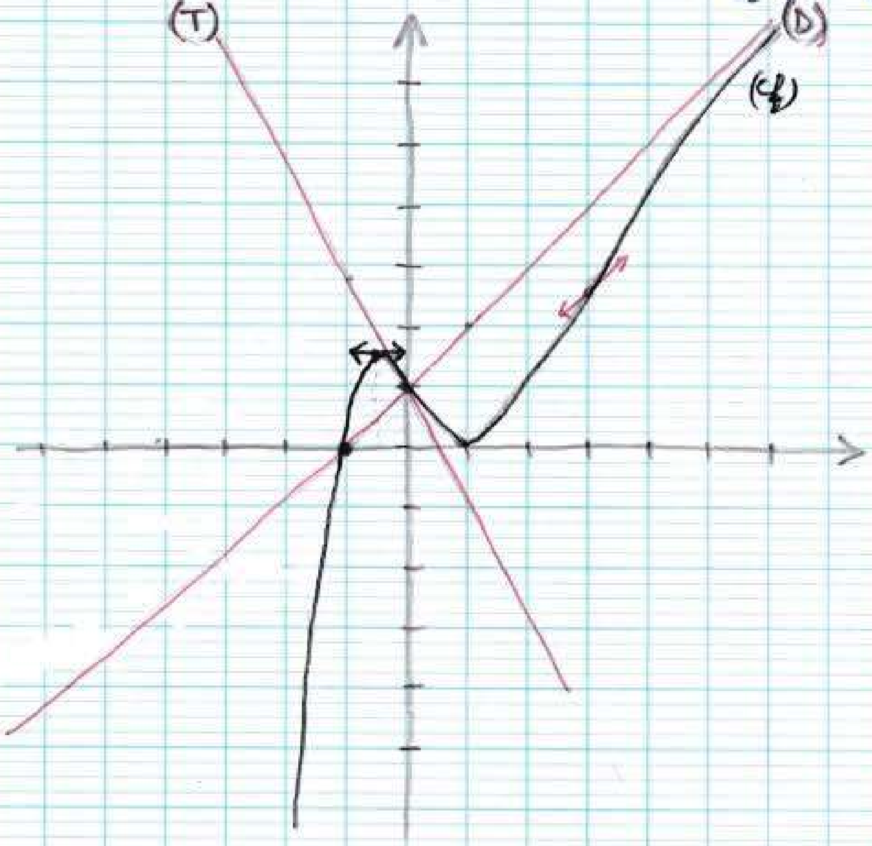
معناه $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$f'(0)=(-1+e^{-1})\times e^{1}=-e^{1}+1$; $f(0)=1$

ومنه :

$(T) \dots y=(1-e)\,x+1$.

④ التمثيل البياني :



$y=x+1$.

x	0	1
y	1	2

$y=(1-e)\,x+1$.

x	0	-1
y	1	e

ب- عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+1$.

حلولها هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=mx+1$ مع $m\in\mathbb{R}$. (مناقشة مائلة لأن ميل المستقيم (Δm) متغير) .

$(\Delta m) \dots y=mx+1$

④ إيجاد النقطة الثابتة التي تشملها المستقيمات (Δ_m) مع $m\in\mathbb{R}$.

ط1) يكفي أخذ مستقيمان.

$(\Delta_m)\cap(\Delta_{m+1})$ ومنه $(m+1)x+\cancel{1}=mx+\cancel{1}$.

$$(m+1)x-mx=0$$

$$\cancel{mx}+x-\cancel{mx}=0$$

$$x=0$$

بالتعويض نجد $y=m\times0+1=1$

ومنه $(0;1)$.

ط2)

لدينا $y=mx+1$ ومنه $(y-1)-mx=0$

معناه $x=0$ و $y-1=0$

$x=0$ و $y=1$

ومنه النقطة الثابتة التي تشملها جميع المستقيمات (Δ_m) هي = $(0;1)$.

$m\in]-\infty;1-e]$ المعادلة تقبل حلا وحيدًا معدومًا (نقطة التماس فاصلتها $x_0=0$).

$m\in]1-e;1[$ المعادلة تقبل 3 حلول (حل موجب، حل معدوم وحل سالب). (الحل المعدوم فاصلة نقطة التماس $x_0=0$)

$m\in[1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلين أحدهما معدوم فاصلة نقطة التماس والحل الآخر سالب.

⑥ حتى تكون $(ax^2+bx+c)e^{-x+1}$ دالة أصلية لـ $(x^2+x)e^{-x+1}$

معناه $\left((ax^2+bx+c)e^{-x+1}\right)'=(x^2+x)e^{-x+1}$

ومنه

$$(2ax+b)e^{-x+1}-e^{-x+1}(ax^2+bx+c)$$

$$=e^{-x+1}(2ax+b-ax^2-bx-c)$$

$$=e^{-x+1}(-ax^2+x(2a-b)+b-c)$$

بالمطابقة نجد

$-a=1 \longrightarrow a=-1$

$2a-b=1 \longrightarrow b=2a-1=-3$.

$b-c=0 \longrightarrow c=b=-3$

ومنه: $F:x\mapsto(-x^2-3x-3)e^{-x+1}$

ب. حساب مساحة الحيز بين (C_f) و(D) والمستقيمان $x=0$ و $x=2$.

على المجال $[0;2]$ ، (C_f) تحت (D)

ومنه

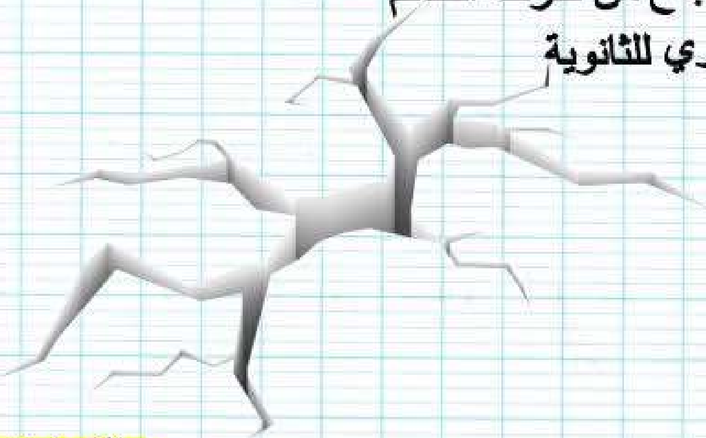
$$\int_0^2 y - f(x)\,dx = \int_0^2 (x^2+x)e^{-x+1}\,dx$$

مما سبق.

$$= \left[(-x^2-3x-3)e^{-x+1}\right]_0^2$$

$$= -13e^{-1}+3e^{1} \quad (U.A).$$

إن وجدت أي نقائص نبيهونا
موفقون في بكالوريا جوان 2024
تمنياتنا لكم بالنجاح من طرف الطاقم التربوي والإداري للثانوية



بالتوفيق للجميع