ثانوية محمد ربيع – ديرة –
المستوى : سنة ثانية علوم (1+2).

الواجب المنزلي الخامس في مادة الرياضيات

مديرية التربية لولاية البويرة
السنة الدراسية: 2022-2023

التمرين الأول	حاول في كل الأسئلة ، نظم إجابتك ، تجنب التشطيب	يسلم يوم الأربعاء:2023/05/03

إجابة واحدة صحيحة فقط من بين الإجابات المقترحة لكل سؤال ، عينها مع التعليل المناسب :

1) α قيس لزاوية موجهة حيث : $\alpha=\frac{-1444\pi}{3}$, القيس الرئيسي لهذه الزاوية الموجهة هو : أ) $\frac{\pi}{3}$ ب) $\frac{2\pi}{3}$ ج) $\frac{-\pi}{3}$

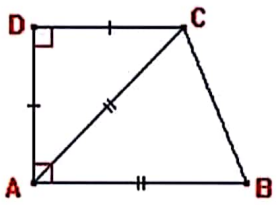
2) ليكن x عددا حقيقيا حيث $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ ، إذا كان $\sin(x)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ فان :

أ) $\cos(x)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ب) $\cos(x)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ج) $\cos(x)=1$.

3) العبارة المبسطة للعبارة $A(x)=\left[\cos\left(\frac{1441\pi}{2}-x\right)+\sin\left(\frac{2021\pi}{2}-x\right)\right]*\left[\cos(2023\pi+x)+\cos\left(\frac{2021\pi}{2}-x\right)\right]$ حيث $x\in\square$ هي :

أ) $A(x)=2\sin^2(x)-1$ ب) $A(x)=0$ ج) $A(x)=1$

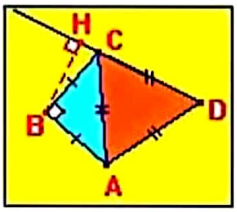
التمرين الثاني



$ABCD$ شبه منحرف قائم حيث $DC=AD$ و $AC=AB$

عين القيس الرئيسي للزوايا الموجهة التالية: 1) $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$ ، 2) $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)$ 3) $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BA}\right)$ ، 4) $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AD}\right)$

التمرين الثالث



ABC مثلث متساوي الساقين و قائم في B و ACD مثلث متقايس الأضلاع .علما أن $AC=6$

1) احسب الجداءات السلمية التالية: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DB}$

2) احسب DH حيث H هو المسقط العمودي لـ B على المستقيم (DC) .

3) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB}$ و استنتج قيمة $cosDCB$

التمرين الرابع

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، نعتبر النقط $A(1,0)$ ، $B(-1,4)$ و $D(-1,-1)$.

1) بين أن (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x^2+y^2+4x-2y=0$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2) تحقق أن $D\in(C)$ ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المماس للدائرة (C) في النقطة D .

3) بين أن $(AB)\perp(AD)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

4) هل المستقيم (D') ذو المعادلة $3x+2y-4=0$ مماس للدائرة (C) ؟

5) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث $MA^2+MB^2=8+\sqrt{5}$.

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق

Scanné avec CamScanner

① الإجابة الصحيحة هي: ب / $\frac{2\pi}{3}$

التعليل: طريقة 1: لدينا: $\alpha = \frac{-1444\pi}{3} = \frac{-1446\pi + 2\pi}{3} = -482\pi + \frac{2\pi}{3}$

و $\frac{2\pi}{3} \in]-\pi ; \pi]$

طريقة 2: باستعمال الحصر

$-\pi < \alpha + 2k\pi \leq \pi$

نجد العدد الصحيح الوحيد k ثم نعوضه في $\alpha + 2k\pi$ لنتحصل على القيمة الرئيسية للزاوية

② الإجابة الصحيحة هي أ- $\cos x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

التعليل: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$= 1 - \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2$

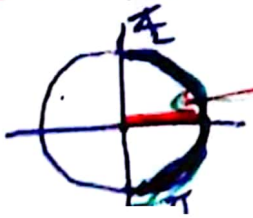
$= \frac{16 - (2+6-2\sqrt{12})}{16}$

$= \frac{16 - 8 + 4\sqrt{3}}{16}$

$= \frac{8 + 4\sqrt{3}}{16}$

$\cos^2 x = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2$

ومنه $\cos x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ مقبول أو $\cos x = -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ مرفوض



بما أن $x \in]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$ فإن $\cos x > 0$

لاحظ أن:

$\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{2+6-2\sqrt{12}}{16}$

$\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{8-4\sqrt{3}}{16}$

و

$\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{8+4\sqrt{3}}{16}$

Scanné avec CamScanner

$\boxed{A(x) = 2\sin^2 x - 1}$ ③ الإجابة الصحيحة هي: أ-

التعليل:

$$A(x) = \left[\cos\left(\frac{1441\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{2021\pi}{2} - x\right)\right]\left[\cos(2023\pi + x) + \cos\left(\frac{2021\pi}{2} - x\right)\right]$$

$$= \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right] \cdot \left[\cos(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]$$

$$= \underbrace{(\sin x}_{a} + \underbrace{\cos x}_{b})\ (\underbrace{-\cos x}_{-a} + \underbrace{\sin x}_{b})$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$= \sin^2 x - (1 - \sin^2 x)$$

$\boxed{A(x) = 2\sin^2 x - 1}$

بتطبيق $\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}$ ومنه $\boxed{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x}$

تنبيه: عند إيجاد مختلف النسب المثلثية

- $\cos\left(\frac{1441\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{1440\pi + \pi}{2} - x\right) = \cos\left(720\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)$

$2k\pi$ من المثل نأخذ

$= \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

- $\cos\left(\frac{1443\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{1444\pi - \pi}{2} - x\right) = \cos\left(722\pi - \frac{\pi}{2} - x\right)$

$\boxed{\cos(-x) = \cos(x)}$ دالة زوجية

$= \cos\left(-\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right)$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \boxed{-\sin x}$

Scanné avec CamScanner

① لدينا ABC مثلث متساوي الساقين وهنه $\hat{B} = \hat{C}$

لدينا $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$ وهنه $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}) = \frac{\pi - \frac{\pi}{4}}{2}$

$= \frac{\frac{4\pi - \pi}{4}}{2} = \frac{3\pi}{8} \in]-\pi;\pi]$

ومنه القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$ هو $\frac{3\pi}{8}$

② بما أن ADC مثلث متساوي الساقين وقائم في D فإن $(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{2}$

و $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$

أو $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

ومنه القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AC})$ هو $\frac{\pi}{4}$

③ بما أن المتعامدين $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{BA}$ مرتبطين خطيا ومتعاكسين في الإتجاه فإن القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{BA})$ هو π

④ لدينا: $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AD}) = (-\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) + \pi$

$= \frac{\pi}{2} + \pi$

$= \frac{3\pi}{2} \notin]-\pi;\pi]$

$= \frac{4\pi - \pi}{2}$

$= 2\pi - \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} \in]-\pi;\pi]$

القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AD})$ هو $-\frac{\pi}{2}$

b) :

Scanné avec CamScanner

حل التمرين الثالث

(1) حساب الجداء السلمية: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

ABC مثلث قائم في B حسب نظرية فيثاغورس:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

ومتساوي الساقين

$AC^2 = 2AB^2$ (AB = BC) و

$AB = \sqrt{\frac{36}{2}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{AB = BC = 3\sqrt{2}}$

B المسقط العمودي لـ C على الحامل (AB)، و

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB} = AB^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$

$\boxed{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 18}$

- حساب: $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD}$

لتكن D' المسقط العمودي لـ D على (AC)، لأن [AC] منتصف D'

ACD مثلث متقايس الأضلاع

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AC}\cdot\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\times 6^2 = \boxed{-18}$

- حساب: $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DA}$ لدينا: $DC = DA = AC = 6$

$\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DA} = DC \times DA \times \cos(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA})$

$= 6\times 6\times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= 36\times\frac{1}{2}$

$\boxed{\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DA} = 18}$

Scanné avec CamScanner

$DB = DD' + D'B$ ومنه، $[AC]$ مركز المستطيل $ABCD$: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}$ حساب.

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلثين القائمين $AD'D$ و $AD'B$

$$D'B^2 = AB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2$$
$$= 18 - 9$$
$$D'B^2 = 9$$
$$\boxed{D'B = 3}$$

و

$$DD'^2 = AD^2 - D'A^2$$
$$= AC^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2$$
$$= 36 - 9$$
$$DD'^2 = 27$$
$$DD' = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \boxed{3\sqrt{3}}$$

نأخذ: $\boxed{AD = AC}$ و $\boxed{AC = 6}$

$$DB = DD' + D'B = 3\sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1)$$

ولدينا $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) = \frac{(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})}{2} = \frac{\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$

ومنه:

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} = DC \times DB \times \cos\left(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DB}\right)$$
$$= 6 \times 3(\sqrt{3} + 1) \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= 18(\sqrt{3} + 1) \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 9\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$$
$$= 9 \times 3 + 9\sqrt{3}$$
$$\boxed{\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} = 9(3 + \sqrt{3})} \quad \text{---} \quad (*)$$

(2) حساب DH حيث H المسقط العمودي لـ B على (DC) فإن:

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DH} =$$

Scanné avec CamScanner

$= -6\left[\frac{3}{2}(3+\sqrt{3})-6\right]$

$= -9(3+\sqrt{3}) - 36$

$= -9(3+\sqrt{3}-4)$

$\vec{CD}\cdot\vec{CB} = -9(\sqrt{3}-1)$

$CH = DH - DC$

$CH = \frac{3}{2}(3+\sqrt{3}) - 6$

استنتاج / $\cos D\hat{C}B$:

$\cos(D\hat{C}B) = \cos(\vec{CD};\vec{CB})$

طريقة 1:

من جهة أخرى لدينا: $\vec{CD}\cdot\vec{CB} = CD \times CB \times \cos(\vec{CD},\vec{CB})$

$\vec{CD}\cdot\vec{CB} = CD \times CB \times \cos(D\hat{C}B)$

$= AC \times AB \times \cos(D\hat{C}B)$

$CB = AB = 3\sqrt{2}$

$-9(\sqrt{3}-1) = 6 \times 3\sqrt{2} \times \cos(D\hat{C}B)$

$\cos(D\hat{C}B) = \frac{-9(\sqrt{3}-1)}{6\times 3\sqrt{2}}$

$\cos(D\hat{C}B) = -\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \cos(D\hat{C}B) = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \left| \frac{\times\sqrt{2}}{\times\sqrt{2}} \right.$

$\cos(D\hat{C}B) = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$

طريقة 2: لدينا $(\vec{CD};\vec{CB}) = (\vec{CD},\vec{CA}) + (\vec{CA},\vec{CB}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

$\cos(D\hat{C}B) = \cos(\vec{CD},\vec{CB})$

$= \cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)$

دساتير الجمع: $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$

$= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(D\hat{C}B) = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$

ملاحظة: بما أن السؤال قال استنتج نستعمل [illegible]

Scanné avec CamScanner

① تبيين أن (C) هي دائرة مع تعيين عناصرها المميزة:

لدينا: $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$

ومنه $x^2 + 4x + y^2 - 2y = 0$

$(x+2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 = 0$

$(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}^2 > 0$

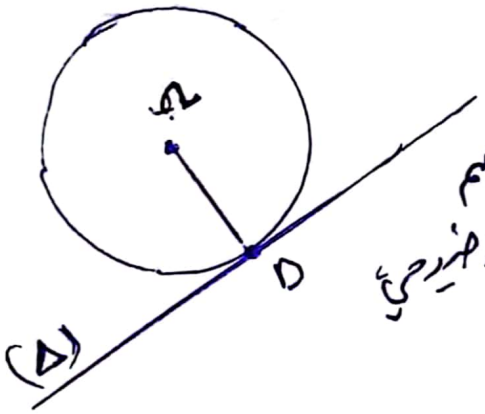
وعليه (C) هي دائرة مركزها $\Omega(-2;1)$ ونصف قطرها $\sqrt{5}$.

② التحقق أن $D \in (C)$ ، لدينا $D(-1;-1)$!

$(-1+2)^2 + (-1-1)^2 = 1^2 + (-2)^2 = 1 + 4 = 5 = \sqrt{5}^2$

ومنه $D \in (C)$ (لأن النقطة D تحقق معادلة (C))

كتابة معادلة (Δ) مماس الدائرة (C) في D:



الرسم توضيحي

لدينا: $\overrightarrow{D\Omega}$ شعاع ناظمي لـ (Δ)

$\overrightarrow{D\Omega}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ ومنه معادلة (Δ) من الشكل

$-x + 2y + l = 0$

$D(-1;-1) \in (\Delta)$ يعني $-(-1) + 2(-1) + l = 0$

$\boxed{l = 1}$

وعليه $\boxed{(\Delta): -x + 2y + 1 = 0}$

③ تبيين أن $(AB) \perp (AD)$ ؛ يكفي إثبات أن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$

Scanné avec CamScanner

لحساب معادلة (AB) نحتاج شعاع ناظمي للمستقيم (AB) وهنا $\vec{AD}$ شعاع ناظمي

$\vec{AD}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ ومنه معادلة (AB) من الشكل $-2x-y+m=0$

$A(1,0)\in(AB)$ يعني $-2(1)-0+m=0$ $\Leftarrow$ $m=2$

$$(AB): -2x-y+2=0$$

(4) حساب $d(\Omega;(D'))$ ومقارنة النتيجة بنصف قطر الدائرة (C) $r=\sqrt{5}$

$$d(\Omega;(D'))=\frac{|3(-2)+2(1)+4|}{\sqrt{3^2+2^2}}$$

$$=\frac{|-6+2-4|}{\sqrt{13}}$$

$(D'): 3x+2y+4=0$
$\Omega(-2;1)$

ومنه $d(\Omega;(D'))=\frac{8}{\sqrt{13}}$

ولدينا: $r=\sqrt{5}$

$d(\Omega;(D'))<r$ $\Leftarrow$ $\frac{8}{\sqrt{13}}<\sqrt{5}$

ومنه (D') ليس مماسا لـ (C) [(D') يقطع (C) في نقطتين]

(5) لتكن I منتصف [AB] لدينا حسب خاصية المتوسط من أجل كل نقطة M من المستوي:

$MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$

$2MI^2+\frac{1}{2}AB^2=8+\sqrt{5}$ تكافئ $\vec{MA}+\vec{MB}=8+\sqrt{5}$

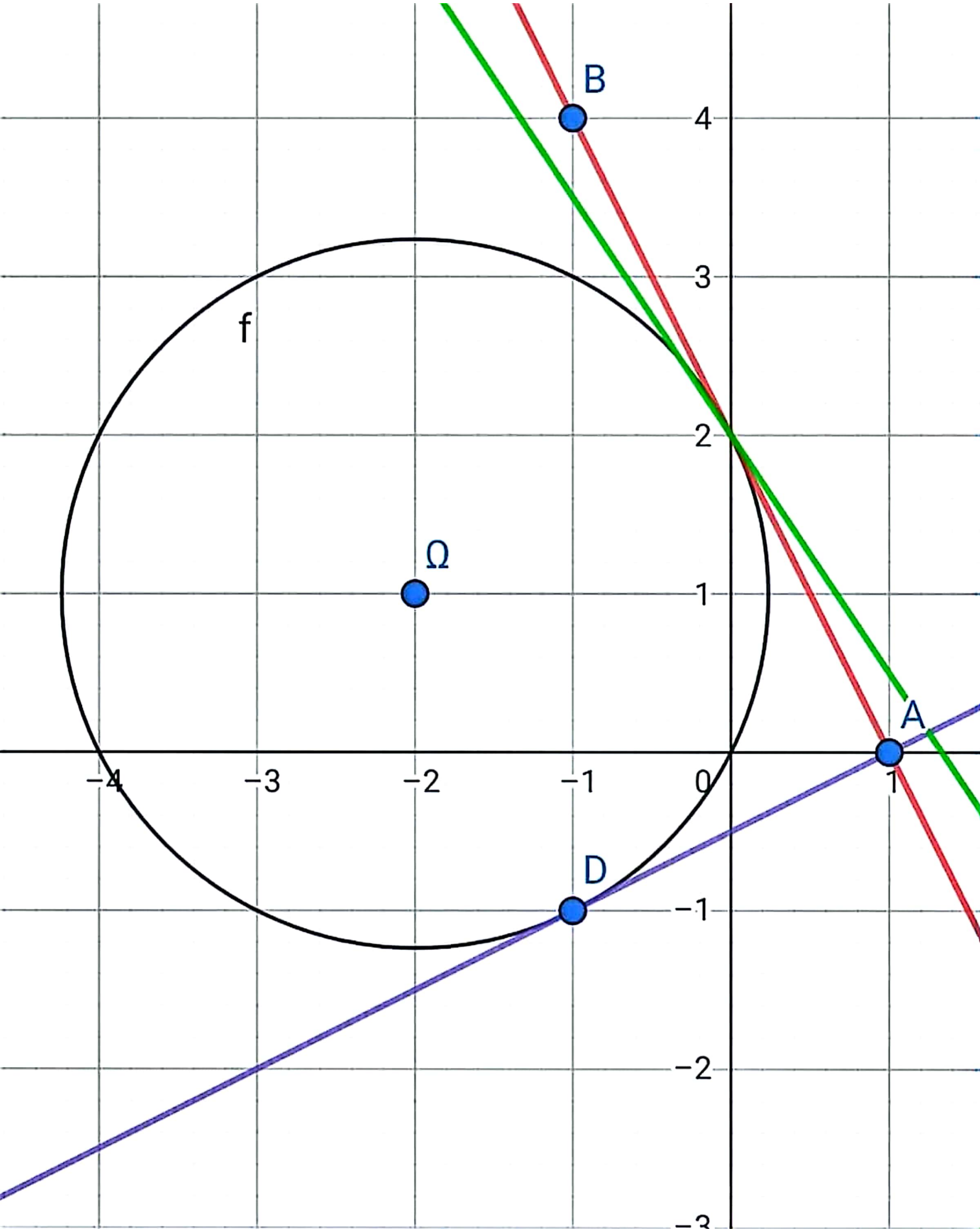
$AB=\sqrt{(-2)^2+4^2}$
$AB=\sqrt{4+16}$
$AB=\sqrt{20}$
$AB=2\sqrt{5}$

$2MI^2+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}=8+\sqrt{5}$

$2MI^2=8+\sqrt{5}-\sqrt{5}$

$MI^2=4$

Scanné avec CamScanner



Scanné avec CamScanner

Scanné avec CamScanner