الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : علوم تجريبية

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانوية جبايلي عبد الحفيظ – اولف
* دورة ماي 2024 *

اختبار في مادة الرياضيات — **المـدة : 03 ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

*** التمرين الأول : (04 نقاط)**

I. يحتوي صندوق على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1، 2 و 3 و ثلاث كريات سوداء تحمل الأرقام 1، 2 و 3 وكريتين حمراوين تحملان الرقمين 2 و 3 كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع ونعتبر الحادثتين التاليتين: A "الحصول على كريتين من نفس اللون " B "الحصول على كريتين تحملان رقمين فرديين "

1) أثبت أن : $P(A)=\frac{5}{18}$ ، ثم أحسب $P(B)$

2) – أ – احسب $P(A\cap B)$ ، هل الحادثتين A و B مستقلتان ؟

ب – استنتج احتمال الحادثة " الحصول على كريتين من نفس اللون او تحملان رقمين فرديين "

II. ننزع الكريات الحمراء من الصندوق ونقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب α د ج ، (α عدد طبيعي معطى) ويسحب كريتين من الكيس في آن واحد فإذا سحب كرتين بيضاوين يخسر مادفعه واذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يعاد له مادفعه واذا سحب كريتين سوداوين يحصل على 100 د ج

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل قيمة الربح الجبري للاعب بدلالة α

1) برر ان قيم المتغير العشوائي X هي $X\in\{-\alpha,0,100-\alpha\}$ ، ثم عرف قانون احتماله

2) عين اصغر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة ليست في صالح اللاعب

*** التمرين الثاني : (04 نقاط)**

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{\sqrt{4-u_n^2}}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le\sqrt{2}$.

ب) بين أن : $u_{n+1}^2-u_n^2=\frac{\left(2-u_n^2\right)^2}{4-u_n^2}$ ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .

2) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\frac{u_n^2}{2-u_n^2}$.

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 1 .

ب) اكتب v_n و u_n بدلالة n ،ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $w_n=\ln\left(\frac{u_n}{2}\right)$.

احسب بدلالة n المجموع : $S_n=w_1+w_2+\ldots+w_n$.

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\left(z+\sqrt{3}-3i\right)\left(z^2-6z+12\right)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ نعتبر النقط : A ، B و C التي لواحقها على الترتيب

$z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$

أ) أكتب كلا من z_A و z_C على الشكل الأسي ، وبين أن $\frac{z_C}{z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، ثم استنتج بدقة طبيعة المثلث OAC

ب) بين أن : $\left(\frac{z_C}{z_A}\right)^{2024}-i\left(\frac{z_C\times z_B}{12}\right)^{1445}=2$

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة الى حامل محور الفواصل لاحقتها z_D ، بين أن : $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=i$

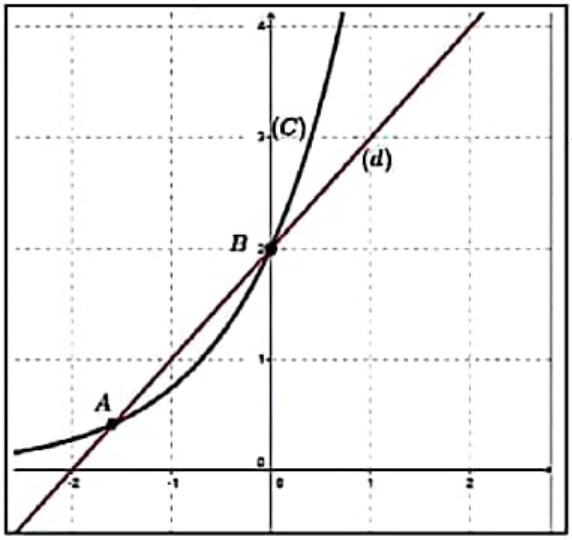
ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AD) و (BC)

4) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABO

5) – أ – عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|\overline{MO}+\overline{MA}+\overline{MB}\right\|=6$

ب – عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق : $z=3+i\sqrt{3}+(1+i)ke^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث $k\in IR_+$

* التمرين الرابع : (07 نقاط)



الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x-2$.

(C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto 2e^x$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$ كما هو موضح في الشكل .

(C) و (d) يتقاطعان في نقطتان A و B فاصلتاهما α و 0 على الترتيب حيث : $-1.6<\alpha<-1.5$.

1) بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (d) .

2) استنتج على $\mathbb{R}$ إشارة الدالة g .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، (وحدة الطول $2cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ثم احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وفسر بيانيا النتيجة الأخيرة .

2) أ– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^xg(x)$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f ، و شكل جدول تغيراتها .

ج – بين أن : $f(\alpha)=-\frac{\alpha(\alpha+2)}{4}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.واحسب $f(1)$ ثم ارسم (C_f).

3) أ. باستعمال التكامل بالتجزئة جد دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند القيمة 0 .

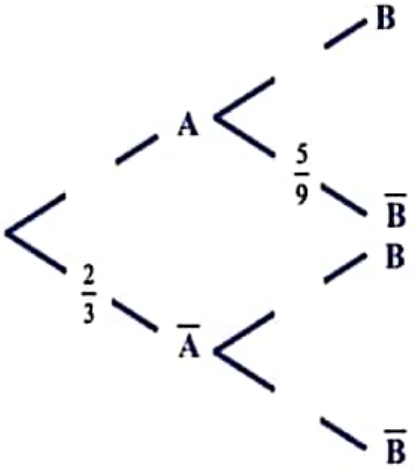
ب– λ عدد حقيقي سالب تماما، أحسب بدلالة λ العدد الحقيقي $A(\lambda)=4\int_{\lambda}^{0}f(x)dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

الموضوع الثاني

* التمرين الأول : (04 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان يحتوي U_1 على 5 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء ويحتوي U_2 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء (الكرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس) .

نرمي زهر نرد غير مزيف ، إذا تحصلنا على رقم مضاعف لـ 3 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 ، وفي باقي الحالات نسحب كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة من U_2 .



نسمي الحدث A "الحصول على عدد مضاعف للعدد 3 "

و نسمي الحدث B "الحصول على كرتين من نفس اللون "

1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها

2) احسب $P(B)$

3) علما ان الكرتين من نفس اللون ما احتمال ان يكونا من الصندوق U_2

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد 2 في حالة كانت الكرتين من نفس اللون والعدد -1 في حالة كانت الكرتين مختلفتين في اللون

أ – عرف قانون الاحتمال للمتغير X

ب – تحقق ان $E(X)=\frac{205}{441}$ ، ($E(X)$ الامل الرياضياتي للمتغير X)

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

I. α و β عددين مركبين ، حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ الجملة : $\begin{cases}\alpha+\beta=-1\\ \overline{\alpha}-\overline{\beta}=3-2i\end{cases}$

II. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط : A ، B و C التي لواحقها على الترتيب

$z_A=2+2i$ ، $z_B=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_C=-\sqrt{2}-i\sqrt{6}$

1) أكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي

2) – أ – اكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكلين الجبري و الاسي

ب – استنتج القيمة المضبوطة لكلا من $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) بين أن : $\frac{z_B}{z_C}=-1$ ، ثم استنتج ان النقط O ، B و C في استقامية

4) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق : $\left|i\left(\overline{z}-2\right)-2\right|=3$

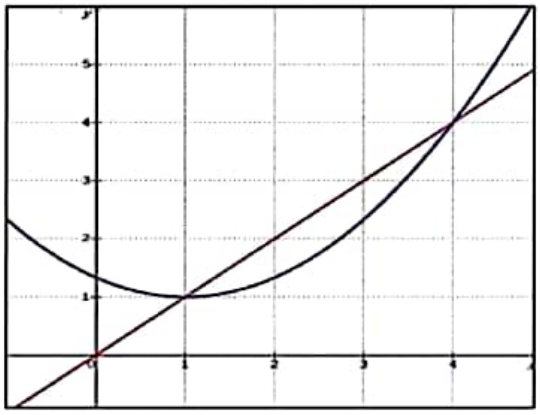
* التمرين الثالث : (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=3$ و من اجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1}=1+\frac{1}{3}(U_n-1)^2$$

في الشكل المقابل (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h المعرفة على IR بـ :

$h(x)=1+\frac{1}{3}(x-1)^2$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$



1) – أ – اعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 دون حسابها موضحا خطوط الرسم (الوثيقة المرفقة في الصفحة 5 / 5)

ب – ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالة (U_n) وتقاربها

2) – أ – برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n \leq 4$

ب – بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{3}(U_n - 1)(U_n - 4)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

ج – استنتج ان المتتالية (U_n) متقاربة ، وان $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

3) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على IN كما يلي : $V_n = \ln\left(\frac{U_n - 1}{3}\right)$

أ – بين ان المتتالية (V_n) هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول

ب – اكتب V_n بدلالة n، ثم تحقق أن : $U_n = 3e^{2^n \ln\left(\frac{2}{3}\right)} + 1$ و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

4) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $W_n = \frac{(U_0 - 1)(U_1 - 1)(U_2 - 1) \times \ldots\ldots \times (U_n - 1)}{3^n}$

✓ بين ان $W_n = 3e^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)\left(2^{n+1} - 1\right)}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n$

• التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - \ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0;+\infty[$: $g(x) \geq 0$.

الجزء الثاني : f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - x\ln x & ;x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ – بين أن الدالة f مستمرة على يمين 0 .

ب – ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 وفسر النتيجة بيانيا .

2) بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

3) أ– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = x + g(x)$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ– بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ب– بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f(x) - x = xg(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) احسب $f(e)$ ، ثم أنشئ كل من المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

6) باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $\int_1^x t\ln(t)dt = \frac{1}{2}x^2\ln(x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}$.

7) n عدد طبيعي حيث : $n \geq 2$. نسمي A_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$y = 0$ ، $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$.

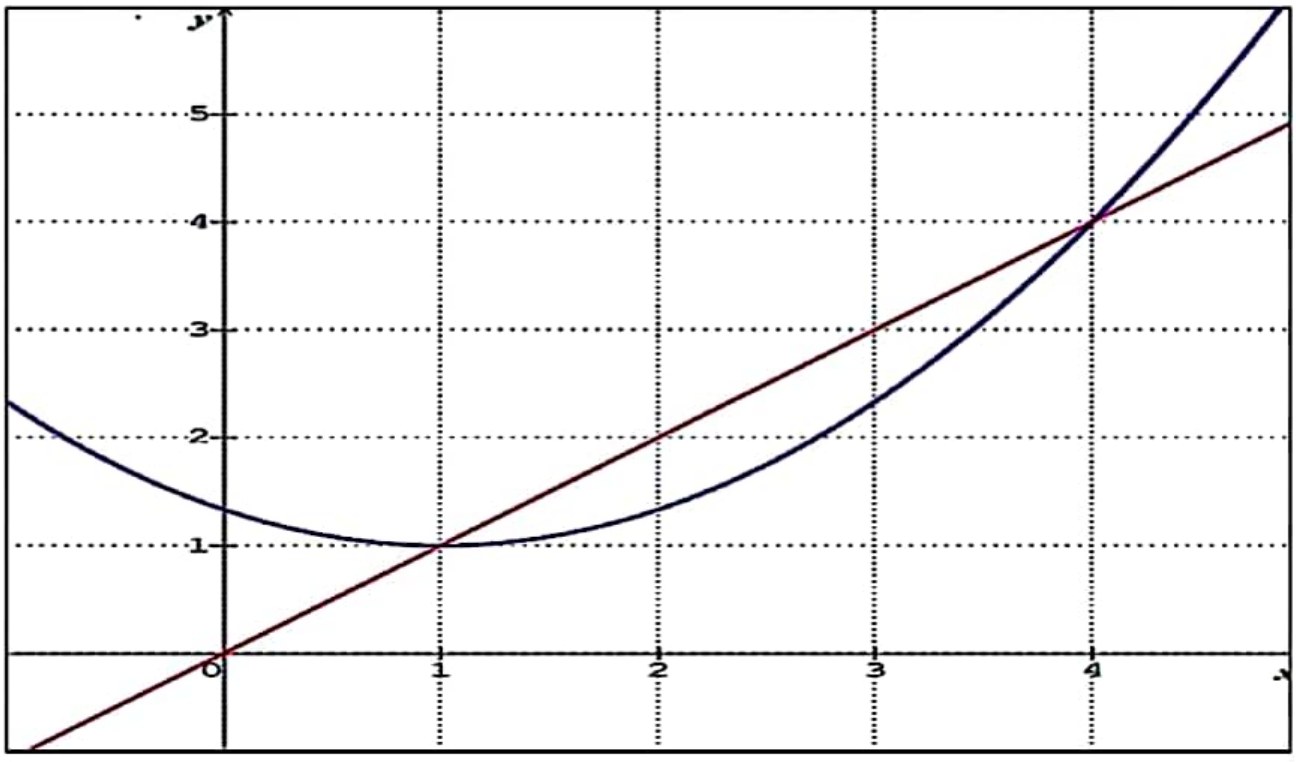
أ – بين أن : $A_n = \frac{7}{12} - \frac{\ln(n)}{2n^2} - \frac{1}{4n^2} - \frac{1}{3n^3}$.

ب – احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.ماذا تستنتج هندسيا ؟.

.....

الوثيقة المرفقة - خاصة بالتمرين الثالث من الموضوع الثاني

اللقب والاسم : ..... القسم : .....



تصحيح مقترح للبكالوريا التجريبية لمادة الرياضيات ماي 2024 نهائي علوم تجريبية

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

I.

1) لدينا : $P(A)=\frac{A_4^2+A_3^2+A_2^2}{A_9^2}=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$ ، و $P(B)=\frac{A_6^2}{A_9^2}=\frac{30}{72}=\frac{5}{12}$.

2) أ – لدينا : $P(A\cap B)=\frac{A_3^2+A_2^2}{A_9^2}=\frac{8}{72}=\frac{1}{9}$.

لدينا : $P(A)\times P(B)=\frac{25}{216}\neq P(A\cap B)$ ومنه الحائتين A و B غير مستقلتان .

ب – $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{7}{12}$.

II.

1) إذ سحب اللاعب كرتين بيضاوين فإن قيمة X هي : $-\alpha$ ، وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون فإن قيمة X هي 0 ، وإذا سحب كريتين سوداوين فإن قيمة X هي $100-\alpha$ ، ومنه قيم المتغير العشوائي X هي $\{-\alpha,0,100-\alpha\}$ ،

*قانون احتمال X . *

لدينا : $P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{2}{7}$ ، $P(X=0)=\frac{C_4^1\times C_3^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$ و $P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$.

x_i	$-\alpha$	0	$100-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

2) لدينا $E(X)=\frac{100-3\alpha}{7}$ ومنه $E(X)<0$ معناه : $\alpha>\frac{100}{3}\approx 33.33$

ومنه اصغر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة ليست في صالح اللاعب هي 34 .

• التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{\sqrt{4-(u_n)^2}}$.

1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\leq u_n\leq\sqrt{2}$.

- من أجل $n=0$ لدينا $u_0=0$ و $0\leq 0\leq\sqrt{2}$ أي $0\leq u_0\leq\sqrt{2}$ ومنه صحة الخاصية من أجل $n=0$.
- نفرض صحة الخاصية من أجل عدد طبيعي كيفي n ، ونبرهن صحتها من أجل $n+1$.

لدينا من فرض التراجع $0\leq u_n\leq\sqrt{2}$ ومنه بتطبيق قواعد الحصر نجد $0\leq u_{n+1}\leq\sqrt{2}$.ومنه صحة الخاصية من أجل $n+1$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq\sqrt{2}$.

ب) لدينا : $(u_{n+1})^2-(u_n)^2=\frac{4}{4-(u_n)^2}-(u_n)^2=\frac{4-4(u_n)^2+(u_n)^4}{4-(u_n)^2}=\frac{\left(2-(u_n)^2\right)^2}{4-(u_n)^2}$.

لدينا $(u_{n+1})^2-(u_n)^2\geq 0$ ومنه $(u_{n+1}-u_n)(u_{n+1}+u_n)\geq 0$ وبالتالي $u_{n+1}-u_n\geq 0$ لان ((u_n) موجبة)

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة .

2) الاستنتاج : لدينا المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى بالعدد $\sqrt{2}$ وبالتالي فهي متقاربة .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{(u_n)^2}{2-(u_n)^2}$.

أ) لدينا $v_{n+1} - v_n = \dfrac{(u_{n+1})^2}{2-(u_{n+1})^2} - \dfrac{(u_n)^2}{2-(u_n)^2} = \dfrac{2}{2-(u_n)^2} - \dfrac{(u_n)^2}{2-(u_n)^2} = 1$ ومنه (v_n) حسابية أساسها 1 .

ب) لدينا $v_n = v_0 + nr$ ومنه $v_n = n$ ولدينا $u_n = \sqrt{2-\dfrac{2}{v_n+1}}$ ومنه $u_n = \sqrt{2-\dfrac{2}{n+1}}$.

ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{2-\dfrac{2}{n+1}} = \sqrt{2}$.

4) لدينا : $w_n = \ln\left(\dfrac{u_n}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{\dfrac{n}{n+1}}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) + \ln\left(\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}\right) = -\ln\left(\sqrt{2}\right) + \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)$.

$$S_n = w_1 + w_2 + \ldots + w_n = -n\ln\left(\sqrt{2}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\ldots\times\frac{n}{n+1}\right)$$

ومنه : $= -\dfrac{n\ln 2}{2} + \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{1}{n+1}\right)$.

$$S_n = -\frac{1}{2}\left[n\ln 2 + \ln(n+1)\right]$$

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) حلول المعادلة : $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$ هي $S = \left\{-\sqrt{3}+3i\ ;\ 3-i\sqrt{3};\ 3+i\sqrt{3}\right\}$.

2) ا) لدينا : $|z_A| = |3+i\sqrt{3}| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ،

لتكن θ_A ،عمدة لـ z_A ومنه $\begin{cases}\cos(\theta_A) = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(\theta_A) = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta_A \equiv \dfrac{\pi}{6}[2\pi]$ وبالتالي : $z_A = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$

✓ وبنفس الطريقة نجد : $z_C = 2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

ومنه نجد $\dfrac{z_C}{z_A} = \dfrac{2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}}{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{e^{i\frac{2\pi}{3}}}{e^{i\frac{\pi}{6}}} = e^{i\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

ومنه نستنتج أن $\begin{cases}\left|\dfrac{z_C}{z_A}\right| = 1 \\ \arg\left(\dfrac{z_C}{z_A}\right) = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi\ ,k\in\mathbb{Z}\end{cases}$ اي $\begin{cases}OC = OA \\ \left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right) = \dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ ومنه المثلث OAC قائم في O ومتساوي الساقين .

$$\left(\frac{z_C}{z_A}\right)^{2024}-i\left(\frac{z_C\times z_B}{12}\right)^{1445}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2024}-i\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{1445}$$

$$=e^{i(1012\pi)}-ie^{i\left(722\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

ب)لدينا :
$$=\cos(1012\pi)+i\sin(1012\pi)-i\left[\cos\left(722\pi+\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(722\pi+\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$=1+0-i(0+i)$$

$$=2$$

3) لدينا $z_D=\overline{z_C}$ ومنه نجد : $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=i$

لدينا $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=i$ ومنه $k\in\mathbb{Z}$,$\arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ وبالتالي : $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}$

ومنه المستقيمان (AD) و (BC) متعامدان .

4) لدينا : $z_G=\frac{z_A+z_B+z_O}{3}=2$.

5) أ-لدينا : $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=6$ ومنه $\left\|3\overrightarrow{MG}\right\|=6$ أي $MG=2$

ومنه (γ) هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها 2 .

ب- لدينا : $z=3+i\sqrt{3}+(1+i)ke^{i\frac{\pi}{6}}=z_A+\sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{12}}$. حيث $k\in\mathbb{R}_+$

ومنه (E) هي نصف المستقيم $[AM]$ حيث $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\frac{5\pi}{12}$.

• التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول :

1) الوضع النسبي لـ (C) و (d) .

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
الوضع النسبي لـ (C) و (d)	(C) فوق (d)		(C) يقطع (d)		(C) تحت (d)		(C) فوق (d)

2) إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الجزء الثاني : لدينا: $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

1) لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^{2x}\left[1-\frac{x}{e^x}-\frac{1}{e^x}\right]=+\infty$ ،

ولدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}e^{2x}-xe^x-e^x=0$ ومنه محور الفواصل مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

2) أ) لدينا: $f'(x)=2e^{2x}-2e^x-xe^x=e^xg(x)$.ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha;0]$.

* جدول تغيرات الدالة f *.

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

ج – لدينا : $g(\alpha)=2e^{\alpha}-\alpha-2$ ومنه $e^{\alpha}=\dfrac{\alpha+2}{2}$

ومنه وبالتعويض في عبارة $f(\alpha)=e^{2\alpha}-(\alpha+1)e^{\alpha}$ نجد : $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha(\alpha+2)}{4}$.

- لدينا : $-1.6<\alpha<-1.5$ وبتطبيق خواص المتباينات نجد $0.15\le f(\alpha)\le 0.2$.
- $f(1)=e^2-2e$. *رسم (C_f) *.

3) أ. لتكن F الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند القيمة 0

- ومنه $F(x)=\int_0^x(t+1)e^t dt=\left[(t+1)e^t\right]_0^x-\int_0^x e^t dt=xe^x$

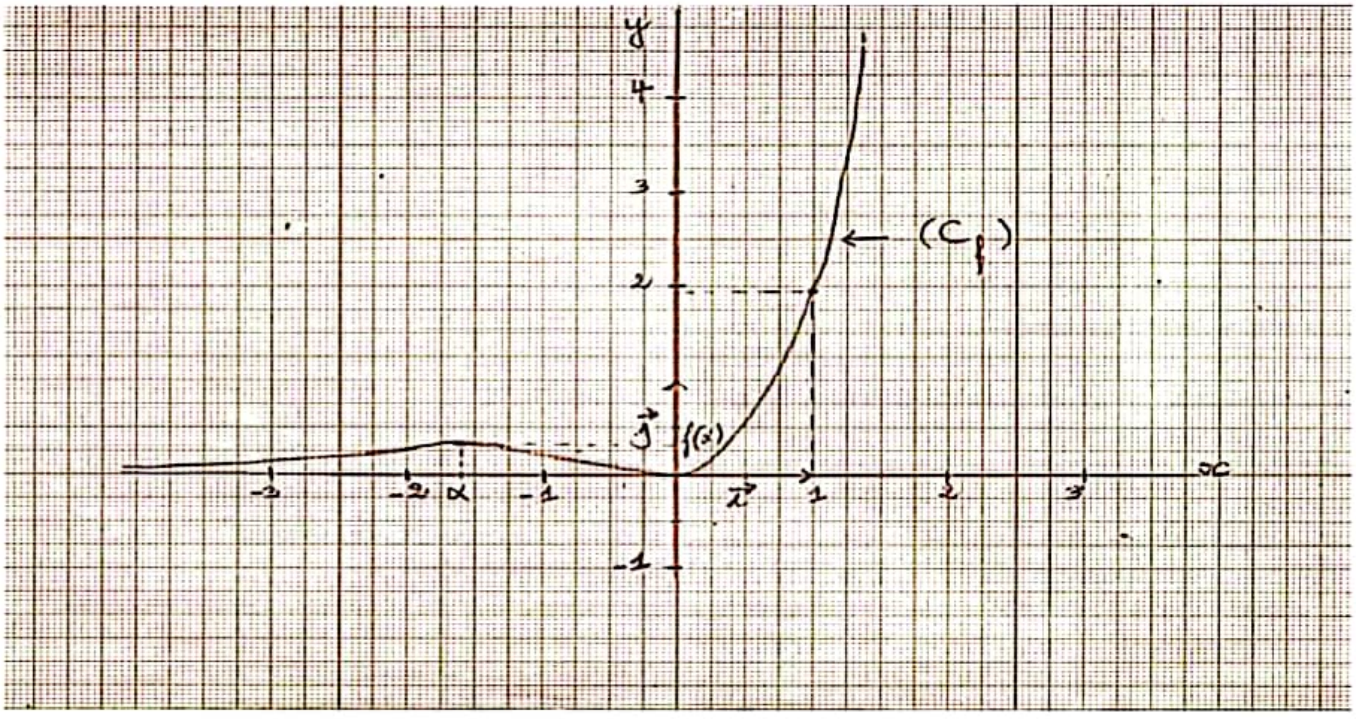
ب- لدينا

$$A(\lambda)=4\int_{\lambda}^{0}f(x)dx=4\int_{\lambda}^{0}\left[e^{2x}-(x+1)e^x\right]dx$$

$$=4\left[\frac{1}{2}e^{2x}-xe^x\right]_{\lambda}^{0}$$

$$=2-2e^{2\lambda}+4\lambda e^{\lambda}$$

- تفسير النتيجة هندسيا : $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل ومحور التراتيب والمستقيم الذي معادلته $x=\lambda$.

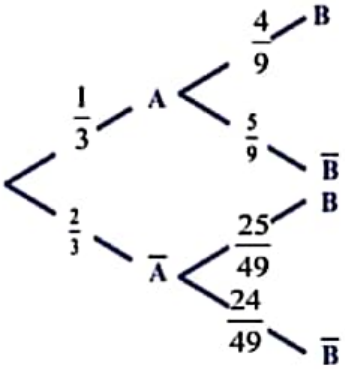


تصحيح مقترح للبكالوريا التجريبية لمادة الرياضيات ماي 2024 نهائي علوم تجريبية

الموضوع الثاني

• التمرين الأول : (04 نقاط)

1) تكملة شجرة الاحتمالات .



2) لدينا : $P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap\overline{A})=\frac{1}{3}\times\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{25}{49}=\frac{646}{1323}$

3) لدينا : $P_B(\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(B)}=\frac{225}{323}$.

x_i	2	-1
$P(X=x_i)$	$\frac{646}{1323}$	$\frac{677}{1323}$

4) أ - قانون الاحتمال للمتغير X

ب – لدينا $E(X)=\frac{205}{441}$.

• التمرين الثاني : (04 نقاط)

I.

لدينا : $\begin{cases}\alpha+\beta=-1\\ \overline{\alpha}-\overline{\beta}=3-2i\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\alpha+\beta=-1\\ \overline{\alpha-\beta}=\overline{3-2i}\end{cases}$ اي $\begin{cases}\alpha+\beta=-1\\ \alpha-\beta=3+2i\end{cases}$

بالجمع والتعويض نجد : $\alpha=1+i$ و $\beta=-2-i$.

II.

1) لدينا : $z_A=2+2i=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=\sqrt{2}+i\sqrt{6}=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$.

2) أ)لدينا : $\frac{z_B}{z_A}=e^{i\frac{\pi}{12}}$ ومن جهة أخرى $\frac{z_B}{z_A}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}+i\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

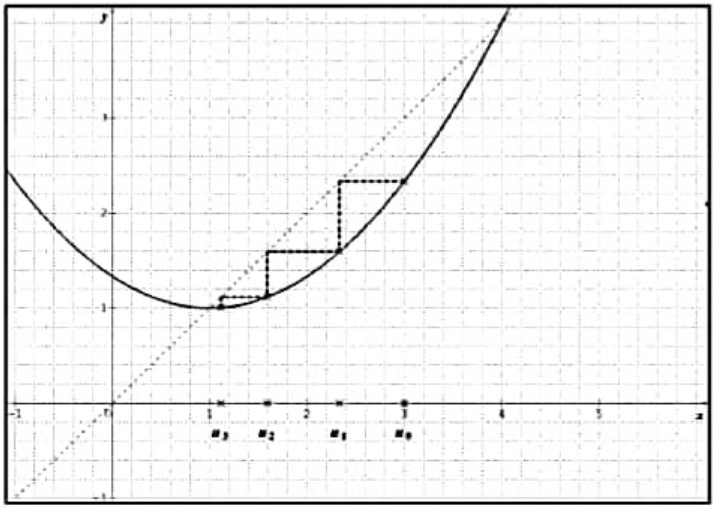
ب –حسب تساوي عددين مركبن نستنتج أن : $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ و $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

3) لدينا : $\frac{z_B}{z_C}=-1$ ومنه : $(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OB})=\pi$ ومنه الشعاعان $\overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{OB}$ مرتبطان خطيا

ومنه نستنتج ان النقط O ، B و C في إستقامية .

4) لدينا : $|i(\overline{z}-2)-2|=3$ ومنه $\left|i\left[(\overline{z}-2)-\frac{2}{i}\right]\right|=3$ أي $|\overline{z}-2+2i|=3$ ومنه $|z-2-2i|=3$

ومنه $|z-z_A|=3$ أي $AM=3$ وبالتالي (E) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 3.



• التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) أ – تمثيل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 .

ب – التخمين المتتالة (U_n) متناقصة تماما وتتقارب نحو العدد 1 .

2) أ – البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le 4$

نفس منهجية الموضوع الاول.

ب –من اجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$U_{n+1}-U_n=\frac{1}{3}(U_n-1)^2+1-U_n=\frac{U_n{}^2-5U_n+4}{3}=\frac{1}{3}(U_n-1)(U_n-4)$$.

لدينا $1\le U_n\le 4$ ومنه $(U_n-1)(U_n-4)\le 0$ أي $U_{n+1}-U_n\le 0$ ومنه المتتالية (U_n) متناقصة.

ج –المتتالية (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 1 وبالتالي فهي متقاربة ،

وبالتالي يوجد عدد حقيقي L بحيث $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=L$ وهو حل للمعادلة $f(x)=x$ أي $\frac{1}{3}(L-1)^2+1=L$

ومنه $\frac{1}{3}(L-1)(L-4)=0$ ومنه إما $L=1$ او $L=4$ ومنه $L=1$ لأن المتتالية متناقصة و $U_0=3$

وبالتالي $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$.

3) لدينا : $V_n=\ln\left(\frac{U_n-1}{3}\right)$

أ – لدينا $V_{n+1}=\ln\left(\frac{U_{n+1}-1}{3}\right)=\ln\left[\left(\frac{U_n-1}{3}\right)^2\right]=2\ln\left(\frac{U_n-1}{3}\right)=2V_n$

ومنه المتتالية (V_n) هندسية أساسها 2 و حدها الأول V_0 حيث $V_0=\ln\left(\frac{u_0-1}{3}\right)=\ln\left(\frac{2}{3}\right)$.

ب –لدينا $V_n=V_n\times q^n=\ln\left(\frac{2}{3}\right)\times 2^n$ ولدينا : $U_n=3e^{V_n}+1$ ومنه $U_n=3e^{2^n\ln\left(\frac{2}{3}\right)}+1$.

$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\lim\limits_{n\to+\infty}3e^{2^n\ln\left(\frac{2}{3}\right)}+1=1$ ، لان $\lim\limits_{n\to+\infty}3e^{2^n\ln\left(\frac{2}{3}\right)}=0$ $\left(\ln\left(\frac{2}{3}\right)<0\right)$.

4) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $W_n=\frac{(U_0-1)(U_1-1)(U_2-1)\times.....\times(U_n-1)}{3^n}$

لدينا : .

$$W_n=\frac{(U_0-1)(U_1-1)(U_2-1)\times.....\times(U_n-1)}{3^n}$$

$$=\frac{\left(3\times e^{2^0\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right)\left(3\times e^{2^1\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right)\left(3\times e^{2^2\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right)\times.....\times\left(3\times e^{2^n\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right)}{3^n}$$.

$$=\frac{3^{n+1}\times e^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)\left(2^0+2^1+....+2^n\right)}}{3^n}$$

$$=3e^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)\left(2^{n+1}-1\right)}$$

ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty}W_n=\lim\limits_{n\to+\infty}3e^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)\left(2^{n+1}-1\right)}=0$

• التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول : لدينا : $g(x)=x-1-\ln x$

1) لدينا $g'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$. إشارة $g'(x)$ من إشارة $x-1$. وعليه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

*جدول تغيرات الدالة g * .

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

2) من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$: $g(x)\geq g(0)=0$.

الجزء الثاني : f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=x^2-x\ln x & ;x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) أ- لدينا $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x^2-x\ln x=0=f(0)$ ومنه الدالة f مستمرة على يمين 0.

ب - لدينا $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{x^2-x\ln x}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x-\ln x=+\infty$ ومنه الدالة f غير قابلية للاشتقاق على يمين 0

والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 موازي لمحور التراتيب متجه نحو الأعلى

2) لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2-x\ln x=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$.

3) أ- من أجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=2x-\ln x-1=x+g(x)$.

ب - لدينا $f'(x)\geq 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

* جدول تغيرات الدالة f *.

x	0		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

4) أ- لدينا $f'(1)(x-1)+f(1)=1(x-1)+1=x$

ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ب- من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f(x)-x=xg(x)$ ،

ومنه $f(x)-x\geq 0$ و منه المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ) .

5) لدينا $f(e)=e^2-e\approx 4.67$.

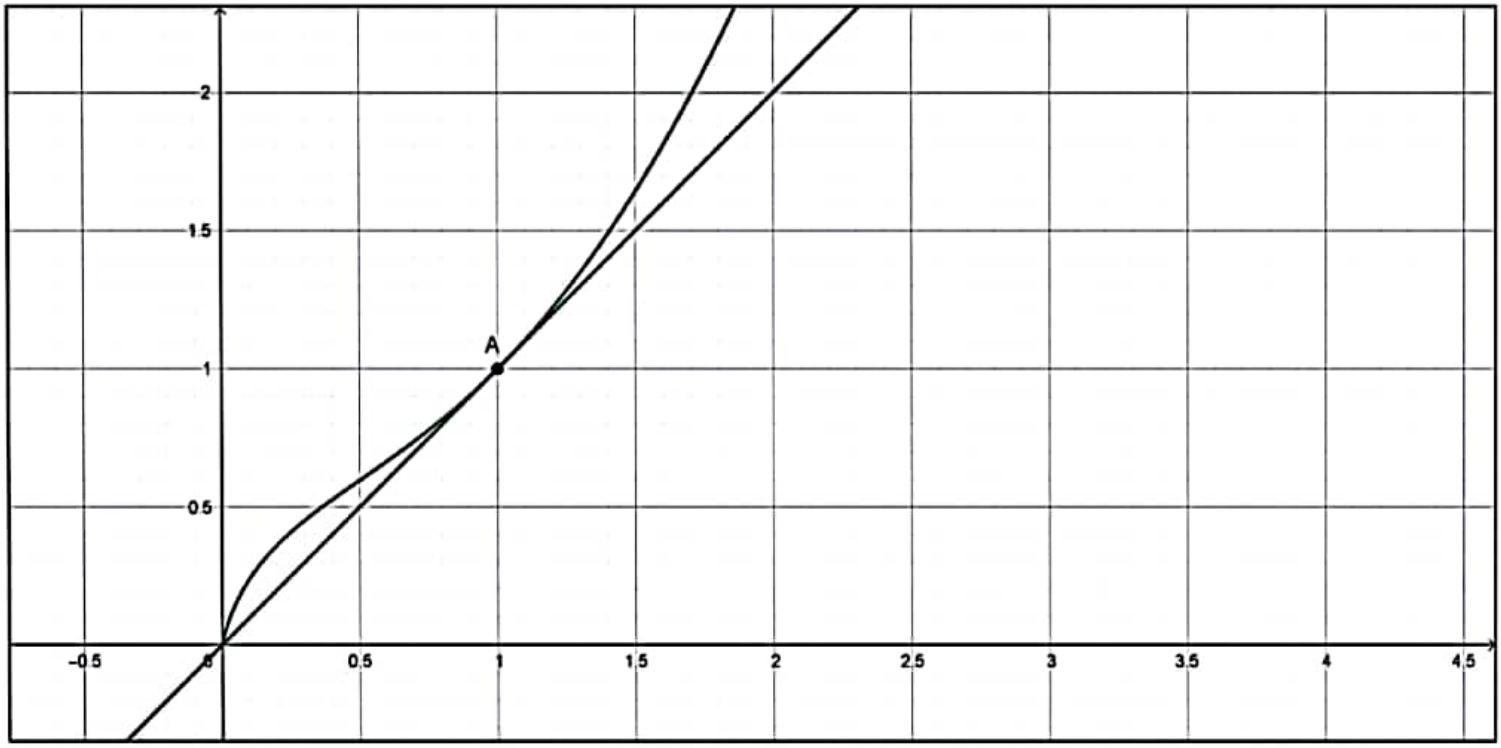
* إنشاء كل من المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) *(في نهاية التصحيح)

6) باستعمال المكاملة بالتجزئة من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ لدينا :

$$\int_1^x t\ln(t)dt=\left[\frac{1}{2}t^2\ln t\right]_1^x-\frac{1}{2}\int_1^x tdt==\frac{1}{2}x^2\ln(x)-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4} .$$

7) أ- لدينا : $A_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx=\frac{7}{12}-\frac{\ln(n)}{2n^2}-\frac{1}{4n^2}-\frac{1}{3n^3}$.

ب - لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n=\frac{7}{12}$.ومنه نستنتج ان مساحة الحيز الواقع تحت (C_f) بين 0 و 1 هي $\frac{7}{12}ua$.


2
1.5
1
0.5
A
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5