

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $2x - 3y = 1$ حيث x و y عدنان طبيعيين .

(1) تحقق أن الثنائية $(2; 1)$ حل للمعادلة (E) ثم أوجد حلولها .

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7 .

(3) بين أن : العدد $1444^x + (2023^{2972} + 3)^y + 4 \times 2029^{1444}$ يقبل القسمة على 7 حيث الثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) .

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $1444^n + 2023^n + 2026^n \equiv 0[7]$.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

يحتوي كيس 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاثة بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 3 و كرتان خضراوان مرقمتان بـ : 2 ، 3 .

(I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : "الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان" ، B : "الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها 5" .
(1) احسب $P(A)$ و $P(B)$.

(2) أ) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان و مجموع أرقامها 5 هو $\frac{1}{20}$.

ب) استنتج احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان أو مجموع أرقامها 5 .

(II) نفتح اللعبة التالية : يسحب اللاعب كرتين على التوالي دون إرجاع و يربح $150 DA$ كلما سحب كرية تحمل رقم زوجي ، و يخسر $100 DA$ كلما سحب كرية تحمل رقم فردي .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب .

(1) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عزّف قنوتون احتماله .

(2) بين أن اللعبة المقترحة عادلة .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = e^{\frac{1}{3}} + 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n - 2} + 2$.

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 < u_n < 3$.

$$(2) \text{ (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 5u_n - 6}{\sqrt{u_n - 2} + u_n - 2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم برر أنها متقاربة .

$$(3) \text{ (أ) المتتالية المعرفة على } \mathbb{N} : v_n = \frac{1}{\ln(u_n - 2)}$$

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، ثم احسب حدها الأول .

(ب) اكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع :

$$P_n = (u_0 - 2) \times (u_1 - 2) \times \dots \times (u_n - 2) \quad \text{و} \quad S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$$

(أ) بين أن $P_n = e^{S_n}$.

(ب) احسب بدلالة n المجموع S_n واستنتج بدلالة n الجداء P_n .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + (x^2 - 3x + 1)e^{-x+2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $[0.48 ; 0.49]$ حلاً وحيداً α .

(4) احسب $g(2)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x + 2 + (x^2 - x)e^{-x+2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 2)]$ ثم فسر النتيجة هندسياً .

(3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 2$.

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

(6) مثل (Δ) و (C_f) على المجال $[0 ; +\infty[$. (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.38$)

(7) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = (x^2 - x)e^{-x+2}$ و $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x+2}$.

(أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

(ب) احسب التكامل التالي : $A(\alpha) = \int_2^\alpha f(x) - (-x + 2) dx$ حيث α عدد حقيقي أكبر تماماً من 2 .

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

$$\begin{cases} u_1 \times u_3 = e^4 \\ \ln u_2 + \ln u_3 = 1 \end{cases} \quad (u_n) \text{ المتتالية الهندسية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ و حدودها موجبة تماما حيث :}$$

- (1) أ) عيّن u_2 و الأساس q للمتتالية (u_n) .
 ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = e^{4-n}$.
- (2) المتتالية العددية (v_n) معرفة بـ : $v_0 = e^4$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = e^{-1}(3u_n + v_n)$.
 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{v_n}{u_n} + 1$.

أ) برهن أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب) اكتب كلا من w_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$.

$$(3) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث : } S_n = \frac{v_0}{u_0} + \frac{v_1}{u_1} + \dots + \frac{v_n}{u_n} .$$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

- (1) حل المعادلة : $(E) \dots 4x - 3y = 11$ حيث x و y عدنان صحيحان .
- (2) عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث : $\begin{cases} a \equiv 1 [4] \\ a \equiv 12 [3] \end{cases}$.
- (3) نضع $x = 3n + 2$ و $y = 4n - 1$ و $d = \text{PGCD}(x; y)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم .
 أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟
 ب) عيّن التناظرات $(x; y)$ من أجل $d = 11$.
- (4) ليكن العدنان : $X = 3n^2 + 14n + 8$ و $Y = 4n^2 + 15n - 4$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم .
 أ) بيّن أن العددين X و Y يقبلان القسمة على $n + 4$.
 ب) جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين X و Y .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

- (1) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A, B, C و D النقط التي لا حقاها على الترتيب : $z_A = i$ ، $z_B = 2 - i$ ، $z_C = 2 + i$ و $z_D = -1 + i\sqrt{3}$.
 أ) الشكل الأساسي للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ هو $e^{i\frac{\pi}{4}}$.
 ب) المثلث ABC قائم في C .
 ج) توجد قيمة للعدد الطبيعي n بحيث يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_D}{2}\right)^n$ تخيليا صرفا .

(2) λ عدد طبيعي يكتب في نظام الثنائي كما يلي : $\lambda = \overbrace{111\dots11}^{2023 \text{ مرة}}$.

• باقي القسمة الإقليدية للعدد λ على 7 هو 3 .

(3) يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا له من بين اربع رجال H_1, H_2, H_3, H_4 و ثلاثة نساء

F_1, F_2, F_3 .

• احتمال أن لا تضم اللجنة كلا من H_1 و F_3 هو : $\frac{10}{21}$.

(4) المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2(u_n - e^n) + e^{n+1}$.

• الحد العام للمتتالية (u_n) هو : $u_n = 2^n + e^n$.

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرتها .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]-1.37; -1.38[$ حلا وحيدا α .

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2; +\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = 2x + 4 - \frac{\ln(2x+4)}{x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن $f(\alpha) = 4\alpha + 8 - \frac{1}{\alpha+2}$ ثم عيّن حصارا لـ $f(\alpha)$.

(3) ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = 2x + 4$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له .

(5) مثل (T) ، (Δ) و (C_f) .

(6) m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا و حسب قيم m ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = 2x + m$.

(7) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = -\frac{3}{2}$ و $x = \frac{e-4}{2}$.

الحل النموذجي لبحالوريا التجريبي تقني رياضي 2023

$$3^1 \equiv 3 [7], \quad 3^0 \equiv 1 [7]$$

$$3^3 \equiv 6 [7], \quad 3^2 \equiv 2 [7]$$

$$3^5 \equiv 5 [7], \quad 3^4 \equiv 4 [7]$$

$$3^6 \equiv 1 [7] \text{ من اجل كل عدد طبيعي } k$$

n =	6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4	6k+5
باقي قسمة 3 على n	1	3	2	6	4	5

$$1444 \equiv 2 [7] \quad (3)$$

$$1444^x \equiv 2^x [7]$$

$$1444^x \equiv 2^{3k+2} [7]$$

$$1444^x \equiv 4 [7] \quad (0,25)$$

$$2023 \equiv 0 [7]$$

$$2023^{2972} \equiv 0 [7]$$

$$2023^{2972} + 3 \equiv 3 [7]$$

$$(2023^{2972} + 3)^{3y} \equiv 3^{3y} [7]$$

$$(2023^{2972} + 3)^{3y} \equiv 3^{(2k+1)} [7]$$

$$(2023^{2972} + 3)^{3y} \equiv 3^{6k+3} [7]$$

$$(2023^{2972} + 3)^{3y} \equiv 6 [7] \quad (0,25)$$

$$2029 \equiv 6 [7]$$

$$2029 \equiv -1 [7]$$

$$2029^{1444} \equiv 1 [7] \quad (0,25)$$

$$1444^x + (2023^{2972} + 3)^{3y} + 4 \times 2029 \equiv 4 + 6 + 4 \times 1 [7]$$

$$\equiv 14 [7]$$

$$\equiv 0 [7] \quad (0,25)$$

(1) لأن العدد المعطى يقبل القسمة 7

الإحاطة عن الموضع الأول:

التعريف الأول:

$$2x - 3y = 1 \dots (E) \quad (0,25)$$

$$(1) \text{ لدينا: } 2x(2) - 3(1) = 1$$

لأنه الثنائية (1, 2) حل للمعادلة (E)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \dots (1) \\ 2(2) - 3(1) = 1 \dots (2) \end{cases}$$

$$2(2) - 3(1) = 1 \dots (2)$$

ب طرح (2) من (1) نجد:

$$2(x-2) - 3(y-1) = 0$$

$$2(x-2) = 3(y-1) \quad \text{أي:}$$

لدينا: $2 \mid 3(y-1)$ و $3 \mid 2(x-2)$

2 أفدي مع 3 لأن حسب غوص

$$3 \mid x-2 \quad \text{و} \quad 2 \mid y-1$$

$$x-2 = 3k \quad \text{و} \quad y-1 = 2k$$

$$x = 3k+2 \quad \text{و} \quad y = 2k+1 \quad (0,75)$$

$$(x, y) = (3k+2, 2k+1) \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$2^0 \equiv 1 [7] \quad (2)$$

$$2^1 \equiv 2 [7]$$

$$2^2 \equiv 4 [7]$$

$$2^3 \equiv 1 [7]$$

من اجل كل عدد طبيعي k لدينا:

n =	3k	3k+1	3k+2
باقي قسمة 3 على n	1	2	4

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{9}{40} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{17}{40} \quad (0.5)$$

(II) عدد عناصر Ω هو $A_{10}^2 = 90$

الكرات للسعود	ربح أو الخسارة
(ز، ز)	$150 + 150 = 300$
(ف، ز)	$150 - 100 = 50$
(ز، ف)	$-100 + 150 = 50$
(ف، ف)	$-100 - 100 = -200$

$$X \in \{-200, 50, 300\} \quad (0.5)$$

$$P(X = -200) = \frac{A_6^2}{90} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

$$P(X = 50) = 2 \frac{A_4^1 \times A_6^1}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

$$P(X = 300) = \frac{A_4^2}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$$

$x = x_i$	-200	50	300
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

$$E(X) = -200 \times \frac{1}{3} + 50 \times \frac{8}{15} + 300 \times \frac{2}{15}$$

$$E(X) = 0 \quad (0.5)$$

طأن اللعبة المقترحة عادلة

$$144^m + 2023^m + 2026^m \equiv 0 \pmod{7}$$

$$2^m + 0^m + 3^m \equiv 0 \pmod{7} \quad \text{بجاءة}$$

$$2^m + 3^m \equiv 0 \pmod{7} \quad \text{بجاءة}$$

دور 2^m مع 7 هو 3

دور 3^m مع 7 هو 6

طأن الدور الموحد هو 6

$m =$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	
$2^m \equiv$	1	2	4	1	2	4	[7]
$3^m \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]
$2^m + 3^m \equiv$	2	5	6	0	6	2	[7]

$$m = 6k + 3 \quad \text{بجاءة} \quad 2^m + 3^m \equiv 0 \pmod{7} \quad (0.5)$$

التعريف الثاني

$$(I) \{R_1, R_2, R_3, B_1, B_2, B_3, V_1, V_2, V_3\}$$

$$(0.25) \quad C_{10}^3 = 120 \quad \text{عدد عناصر } \Omega \text{ هو}$$

$$P(A) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$B = \{1, 1, 3\} \text{ أو } \{1, 2, 2\}$$

$$P(B) = \frac{C_3^2 \times C_3^1 + C_3^1 \times C_4^2}{120} = \frac{9}{40} \quad (0.5)$$

$$A \cap B = \{R_1, B_1, V_3\} \text{ أو } \{R_1, B_2, V_2\} \text{ أو } \{R_2, B_1, V_2\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{120}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20} \quad (0.5)$$

$$u_{m+1} - u_m = \frac{-u_m^2 + 5u_m - 6}{\sqrt{u_m - 2} + u_m - 2} \quad (0.5)$$

ب) لعل إشارة $u_{m+1} - u_m$ من إشارة $-x^2 + 5x - 6$
لندرس إشارة $-x^2 + 5x - 6$
 $x_2 = 3$, $x_1 = 2$, $\Delta = 1$ (0.5)

u_m	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$-u_m^2 + 5u_m - 6$	-	0	0	-

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n > 0$
لأن المتتالية (u_n) متزايدة تقاماً على $\mathbb{N}$
* المتتالية (u_n) متقاربة لأنها
متزايدة تقاماً و محدودة من الأعلى
بالعدد 3. (0.25)

$$v_n = \frac{1}{\ln(u_n - 2)} \quad (3)$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{\ln(u_{n+1} - 2)}$$

$$= \frac{1}{\ln[\sqrt{u_n - 2} + 2 - 2]}$$

$$= \frac{1}{\ln[(u_n - 2)^{\frac{1}{2}}]}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \ln(u_n - 2)}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\ln(u_n - 2)}$$

$$= 2 v_n \quad (0.5)$$

المرتب التالي:
 $u_{m+1} = \sqrt{u_m - 2} + 2$, $u_0 = e^{\frac{4}{3}} + 2$
 $p(m): 2 < u_m < 3$ (1)

$$2 < e^{\frac{4}{3}} + 2 < 3 \quad \text{لدينا:}$$

$$2 < u_0 < 3 \quad \text{أي:}$$

لأن $p(0)$ محققة

نفرض أن $p(m)$ صحيحة: $2 < u_m < 3$
ونبرهن صحة $p(m+1): 2 < u_{m+1} < 3$

$$2 < u_m < 3 \quad \text{لدينا:}$$

$$0 < u_m - 2 < 1 \quad \text{منه:} \quad (0.5)$$

$$0 < \sqrt{u_m - 2} < 1 \quad \text{منه:}$$

$$2 < \sqrt{u_m - 2} + 2 < 3 \quad \text{منه:}$$

$$2 < u_{m+1} < 3 \quad \text{أي:}$$

$p(m+1)$ محققة لأن كل عدد طبيعي
 $p(m): m$ صحيحة

$$u_{m+1} - u_m = \quad (p(2)$$

$$= \sqrt{u_m - 2} + 2 - u_m$$

$$= \frac{[\sqrt{u_m - 2} + (2 - u_m)][\sqrt{u_m - 2} - (2 - u_m)]}{\sqrt{u_m - 2} - (2 - u_m)}$$

$$= \frac{(\sqrt{u_m - 2})^2 - (2 - u_m)^2}{\sqrt{u_m - 2} - 2 + u_m}$$

$$= \frac{u_m - 2 - 4 - u_m^2 + 4u_m}{\sqrt{u_m - 2} + u_m - 2}$$

(3)

$$S_n = \frac{1}{-3} \left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right]$$

$$S_n = \frac{2}{3} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1 \right] \quad (0,5)$$

$$P_n = e^{S_n}$$

$$P_n = e^{\frac{2}{3} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1 \right]} \quad (0,25)$$

التعريف الرابع

$$g(x) = 1 + (x^2 - 3x + 1)e^{-x+2} \quad (I)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \quad (0,25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 1) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1 \quad (0,25)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{3x}{e^{x-2}} + \frac{1}{e^{x-2}} = 1 + 0 - 0 + 0 = 1$$

$$g'(x) = (2x-3)e^{-x+2} - e^{-x+2}(x^2-3x+1)$$

$$= (2x-3-x^2+3x-1)e^{-x+2}$$

$$= (-x^2+5x-4)e^{-x+2} \quad (0,25)$$

$$x^2+5x-4: \text{ إشارة } g'(x) \text{ من الإشارة}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 1, \quad \Delta = 9$$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-

$$(0,25)$$

ط د ن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ و حدها الأول u_0 حيث

$$u_0 = \frac{1}{\ln(e^{-\frac{1}{3}} + 2 - 2)} = -3 \quad (0,25)$$

$$u_n = -3 \times 2^n \quad (0,5)$$

ط مستخرج عبارة u_n بدلالة n

$$u_n = \frac{1}{\ln(u_n - 2)}$$

$$\frac{1}{u_n} = \ln(u_n - 2) \quad \text{منه:}$$

$$e^{\frac{1}{u_n}} = u_n - 2 \quad \text{منه:}$$

$$u_n = e^{\frac{1}{u_n}} + 2 \quad \text{منه:}$$

$$u_n = e^{\frac{1}{-3 \times 2^n}} + 2 \quad (0,5)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{-3 \times 2^n} = 0 \quad \text{لأن:} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3 \quad (0,25)$$

$$P_n = (u_0 - 2) \times (u_1 - 2) \times \dots \times (u_n - 2) \quad (4)$$

$$P_n = (u_0 - 2) \times (u_1 - 2) \times \dots \times (u_n - 2) \quad \text{لدينا:}$$

$$P_n = (e^{\frac{1}{u_0}} + 2 - 2) \times (e^{\frac{1}{u_1}} + 2 - 2) \times \dots \times (e^{\frac{1}{u_n}} + 2 - 2)$$

$$P_n = e^{\frac{1}{u_0}} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

$$P_n = e^{S_n} \quad (0,5)$$

$$S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n} \quad (ب)$$

$$S_n = \frac{1}{u_0} \left[\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1}{9} - 1} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{x}{e^{x-2}}$$

$$= 0 \quad (0,22)$$

تفسير النتيجة: المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل بجوارحه معادلتها $-x+2$

(3) إشارة $f(x) - (-x+2)$ من إشارة $x^2 - x$
 $x^2 - x = 0$ يعني $x(x-1) = 0$
 أ ب $x=0$ و $x=1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	0	+
الوقوع		(C _f) فوق (Δ)	(C _f) تحت (Δ)	(C _f) فوق (Δ)
		عند (0,2)	عند (1,1)	

$$f'(x) = -1 + (2x-1)e^{-x+2} - e^{-x+2}(x^2-x)$$

$$= -1 + (2x-1-x^2+x)e^{-x+2}$$

$$= -1 + (-x^2+3x-1)e^{-x+2}$$

$$= -[1 + (x^2-3x+1)e^{-x+2}]$$

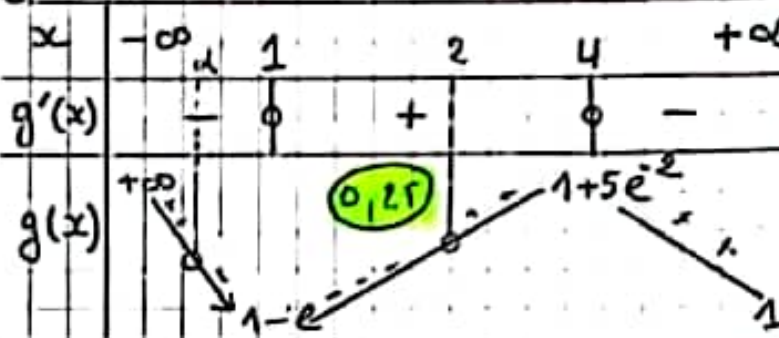
$$= -g(x) \quad (0,25)$$

لإشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α		2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$			2	$-\infty$

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ on a grid. The x-axis is labeled with $-\infty$, α , 2 , and $+\infty$. The y-axis is labeled with $+\infty$ and $-\infty$. The function $f(x)$ is shown as a curve with a local maximum at $(\alpha, 2)$, which is circled in green. The derivative $f'(x)$ is shown as a piecewise constant function: $f'(x) = -$ for $x < \alpha$, $f'(x) = 0$ at $x = \alpha$, $f'(x) = +$ for $\alpha < x < 2$, $f'(x) = 0$ at $x = 2$, and $f'(x) = -$ for $x > 2$. Arrows indicate the direction of the function $f(x)$ as x approaches the boundaries: $f(x) \rightarrow +\infty$ as $x \rightarrow -\infty$, $f(x) \rightarrow b(\alpha)$ as $x \rightarrow \alpha$, $f(x) \rightarrow 2$ as $x \rightarrow 2$, and $f(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

الدالة g متناقصة تماماً على كلا المجالين $]-\infty, 1[$ و $]1, +\infty[$
 الدالة g متزايدة تماماً على المجال $[1, 2]$



(3) الدالة g مستعرة و متناقصة تماماً على المجال $]0,48[0,49]$

$$g(0,48) \approx 0,042$$

$$g(0,49) \approx -0,04$$

$$-0,04 < 0 < 0,042$$

حسب مبرهنة القيمة المتوسطة
 المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل واحد α
 في المجال $]0,48[0,49]$ $g(2) = 0$ (4)

x	$-\infty$	α	2	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	+

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [-x+2] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad (II)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x+2 + \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{x}{e^{x-2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad (0,25)$$

$$f(x) - (-x+2) = (x^2 - x)e^{-x+2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases} \quad \text{أب} \quad \begin{cases} -a = 1 \\ 2a - b = -1 \\ b - c = 0 \end{cases} \quad (0,5)$$

$$H(x) = (-x^2 - x - 1)e^{-x+2}$$

$$A(x) = \int_2^x f(x) - (-x+2) dx \quad \text{ب}$$

$$A(x) = \int_2^x (x^2 - x) e^{-x+2} dx$$

$$A(x) = \left[(-x^2 - x - 1)e^{-x+2} \right]_2^x$$

$$A(x) = (-x^2 - x - 1)e^{-x+2} - (-4 - 2 - 1)e^{-2+2}$$

$$A(x) = (-x^2 - x - 1)e^{-x+2} + 7 \quad (0,25)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} A(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{e^{x-2}} = \frac{2x}{e^{x-2}} = \frac{2}{e^{x-2}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} A(x) = 7 \quad (0,25)$$

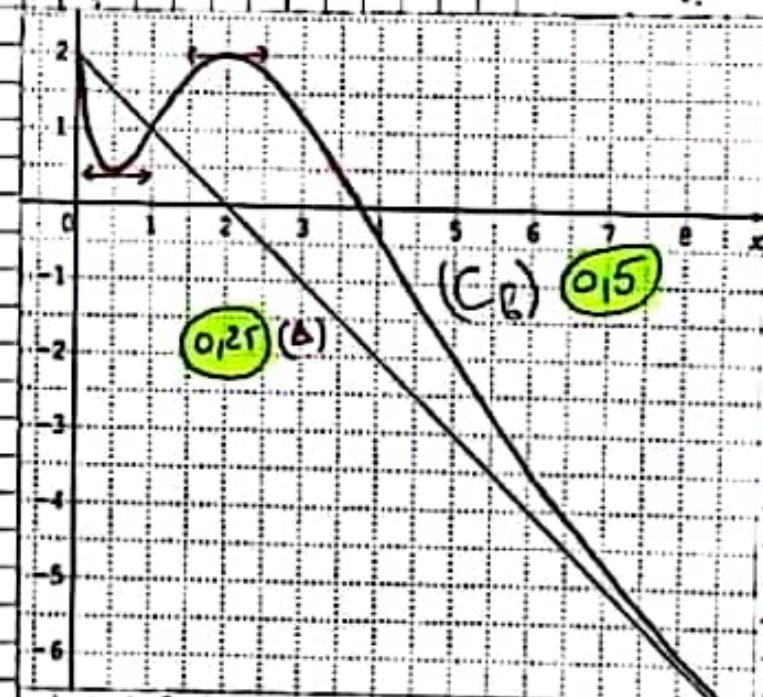
ط تنتمي الموضع
الاول

(5) لدينا: $f'(x) = -g(x)$
منه: $f''(x) = -g'(x)$ (0,25)
ط إشارة $f''(x)$ عكس إشارة $g'(x)$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+

$f''(x)$ تنعدم عند 1 وتغير إشارتها
بحوار 1، إذن: $A(1)$ هي نقطة
الانعطاف للمحنى (Cf). (0,5)

$f''(x)$ تنعدم عند 4 وتغير إشارتها
بحوار 4، إذن: $B(4)$ هي نقطة
الانعطاف للمحنى (Cf).



(7) لدينا: $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x+2}$

$$H'(x) = (2ax + b)e^{-x+2} - e^{-x+2}(ax^2 + bx + c)$$

$$H'(x) = (2ax + b - ax^2 - bx - c)e^{-x+2}$$

$$H'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x+2}$$

بالمطابقة مع: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x+2}$

$$U_{m+1} = e^1 (3U_m + U_m) \quad , \quad U_0 = e^4 \quad (e)$$

$$W_m = \frac{U_m}{u_m} + 1$$

$$W_{m+1} - W_m = \frac{U_{m+1}}{u_{m+1}} + 1 - \left(\frac{U_m}{u_m} + 1 \right) \quad (P)$$

$$= \frac{e^1 (3U_m + U_m)}{e^{4-(m+1)}} - \frac{U_m}{u_m}$$

$$= \frac{e^1 (3U_m + U_m)}{e^{4-m-1}} - \frac{U_m}{u_m}$$

$$= \frac{e^1 (3U_m + U_m)}{e^1 \cdot e^{4-m}} - \frac{U_m}{u_m}$$

$$= \frac{3U_m + U_m}{u_m} - \frac{U_m}{u_m}$$

$$= \frac{3U_m}{u_m} + \frac{U_m}{u_m} - \frac{U_m}{u_m}$$

$$= 3 \quad (0.5)$$

لذا (W_m) متتالية حسابية أساسها $R=3$ و حدها الأول W_0 حيث

$$W_0 = \frac{U_0}{u_0} + 1 = \frac{e^4}{e^4} + 1 = 2 \quad (0.25)$$

$$W_m = W_0 + (m-0)R \quad \text{لدينا،}$$

$$W_m = 2 + 3m \quad (0.5)$$

$$W_m = \frac{U_m}{u_m} + 1 \quad \text{لدينا،}$$

$$W_m - 1 = \frac{U_m}{u_m} \quad \text{منه،}$$

$$(W_m - 1) u_m = U_m \quad \text{منه} \quad (1)$$

الموضوع الثاني

الدعوى الأول: $U_1 \times U_3 = e^4 \dots (1)$

$\ln U_2 + \ln U_5 = 1 \dots (2)$ (P)

$$U_2 = e^4 \quad \text{تكون} \quad U_1 \times U_3 = e^4$$

$$(0.24) \quad U_2 = e^4 \quad \text{نكافئ}$$

(لأن حدود (U_m) موجبة تقارب)

بتقويض U_2 في المعادلة (2) نجد:

$$\ln e^4 + \ln U_5 = 1$$

$$4 + \ln U_5 = 1 \quad \text{أي:}$$

$$\ln U_5 = -1 \quad \text{أي:}$$

$$(0.25) \quad U_5 = e^{-1} \quad \text{أي:}$$

$$U_m = U_p \cdot q^{m-p} \quad \text{لدينا،}$$

$$U_5 = U_2 \cdot q^{5-2} \quad \text{منه،}$$

$$U_5 = U_2 \cdot q^3 \quad \text{منه،}$$

$$q^3 = \frac{U_5}{U_2} \quad \text{منه،}$$

$$q^3 = \frac{e^{-1}}{e^4} \quad \text{منه،}$$

$$q^3 = e^{-3} \quad \text{منه، نجد،}$$

$$q^3 = (e^{-1})^3 \quad \text{منه،}$$

$$(0.26) \quad q = e^{-1} \quad \text{لذا،}$$

$$U_m = U_2 \times q^{m-2} \quad \text{لدينا، (ب)}$$

$$U_m = e^4 \times (e^{-1})^{m-2} \quad \text{منه، نجد،}$$

$$U_m = e^4 \times e^{-m+2}$$

$$(U_m = e^{4-m}) \quad (0.5)$$

النظرية الثاني :

$$4x - 3y = 11 \dots (E) \quad (1)$$

$$4x = 3y + 11 \quad (E)$$

$$4x \equiv 11 [3] \quad \text{تكافئ}$$

$$4x \equiv 2 [3] \quad \text{تكافئ}$$

$$(4 \equiv 1 [3]) \quad x \equiv 2 [3] \quad \text{تكافئ}$$

$$x = 3k + 2 \quad \text{كافئ} \quad (0.5)$$

بتعويض قيمة x في معادلة (E) نجد

$$4(3k + 2) - 3y = 11$$

$$12k + 8 - 3y = 11$$

$$-3y = -12k - 8 + 11$$

$$-3y = -12k + 3$$

$$y = 4k - 1 \quad (0.5)$$

$$(x, y) = (3k + 2, 4k - 1) \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$a = 4\alpha + 1 \dots (1) \quad \text{تكافئ} \quad \begin{cases} a \equiv 1 [4] \\ a \equiv 12 [3] \end{cases} \quad (2)$$

$$a = 3\beta + 12 \dots (E) \quad \text{تكافئ}$$

$$4\alpha + 1 = 3\beta + 12$$

$$4\alpha - 3\beta = 12 - 1 \quad \text{تكافئ}$$

$$4\alpha - 3\beta = 11 \quad \text{تكافئ}$$

$$\text{تكافئ} \quad (E)$$

$$\alpha = x = 3k + 2$$

$$\beta = y = 4k - 1 \quad \text{اذن}$$

بتعويض قيمة α في المعادلة (1) نجد

$$a = 4(3k + 2) + 1$$

$$a = 12k + 9 \quad k \in \mathbb{Z} \quad (0.75)$$

$$U_n = (w_n - 1) v_n \quad \text{اي}$$

$$U_n = (1 + 3n) e^{4-n} \quad \text{اذن} \quad (0.5)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{n-4}} + 3 \frac{n}{e^{n-4}} = 0 \quad (0.25)$$

$$S_n = \frac{U_0}{v_0} + \frac{U_1}{v_1} + \dots + \frac{U_n}{v_n} \quad (3)$$

$$\frac{U_n}{v_n} = w_n - 1 \quad \text{لدينا}$$

منه نجد

$$S_n = (w_0 - 1) + (w_1 - 1) + \dots + (w_n - 1)$$

$$S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n - 1 - 1 - \dots - 1$$

$$S_n = \frac{n - 0 + 1}{2} (w_0 + w_n) + (n + 1) \times (-1)$$

$$S_n = \frac{n + 1}{2} (2 + 2 + 3n) - n - 1$$

$$S_n = \frac{n + 1}{2} (4 + 3n) - n - 1$$

$$S_n = \frac{4n + 3n^2 + 4 + 3n - 2n - 2}{2}$$

$$S_n = \frac{3n^2 + 5n + 2}{2} \quad (0.5)$$

$$\begin{array}{r} 4m^2 + 15m - 4 \\ 4m^2 + 16m \\ \hline -m - 4 \\ -m - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$m+4$$

$$4m-1$$

0,25

$$Y = (m+4)(4m-1)$$

لأن Y يقبل القسمة على $m+4$

0,5

$$\text{PGCD}(X; Y) = \text{PGCD}[(m+4)(3m+2); (m+4)(4m-1)]$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = (m+4) \text{PGCD}(3m+2; 4m-1)$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = (m+4) \text{PGCD}(X; Y)$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = 11 \text{ فإن } m = 11K + 3$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = 11(m+4) \text{ منه}$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = 1 \text{ فإن } m \neq 11K + 3$$

$$\text{PGCD}(X; Y) = m+4 \text{ منه}$$

$$y = 4m - 1 \quad / \quad x = 3m + 2 \quad (3)$$

$$d \mid x \text{ و } d \mid y \text{ منه } d = \text{PGCD}(x, y)$$

$$d \mid 4x \text{ و } d \mid 3y \text{ منه}$$

$$d \mid 4x - 3y \text{ منه}$$

$$d \mid 11$$

$$d \in \{1, 11\} \quad 0,5$$

$$(ب) \text{ PGCD}(x, y) = 11 \text{ يعني } 11 \mid x \text{ و } 11 \mid y$$

$$\text{منه } x \equiv 0 [11] \text{ و } y \equiv 0 [11]$$

$$4m - 1 \equiv 0 [11] \quad 3m + 2 \equiv 0 [11]$$

$$4m \equiv 1 [11] \quad 3m \equiv -2 [11]$$

$$4m \equiv 12 [11] \quad 3m \equiv 9 [11]$$

$$11 \text{ أدنى مع } 4 \quad 11 \text{ أدنى مع } 3$$

$$m \equiv 3 [11] \text{ لأن: } m \equiv 3 [11]$$

$$m = 11K + 3 \quad m = 11K + 3 \text{ أي:}$$

$$K \in \mathbb{N} \quad m = 11K + 3 \text{ لأن}$$

0,25

بتعويض قيمة m نجد:

$$x = 3(11K + 3) + 2 = 33K + 11 \quad 0,25$$

$$y = 4(11K + 3) - 1 = 44K + 11 \quad 0,25$$

$$(x; y) = (33K + 11; 44K + 11) \quad ; K \in \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} 3m^2 + 14m + 8 \\ 3m^2 + 12m \\ \hline 2m + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2m + 8 \\ 2m + 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2m + 8$$

$$2m + 8$$

$$0$$

0,25

$$X = (m+4)(3m+2)$$

(3) لأن X يقبل القسمة على 4

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad \begin{cases} \cos \theta = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$z_0 = e^{i \frac{2\pi}{3}}$$

$$\arg\left(\frac{z_0}{z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ يعني مرفا يعني } \left(\frac{z_0}{z}\right)^m$$

$$\arg\left(\frac{z_0}{z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\frac{2\pi m}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (1)$$

$$\frac{2m}{3} = \frac{1}{2} + k \quad (2)$$

$$4m = 3 + 6k \quad (3)$$

$$4m - 6k = 3 \quad (4)$$

PGCD(4,6)=2 و 2 لا يقسم 3
اذن المعادلة لا تقبل حلول

(ج) خطأ (0,25)

$$r = \frac{1+1+1+1+1}{2^0+2^1+2^2+2^3}$$

$$1 = 1 \times \frac{2^0+2^1+2^2+2^3}{2^0+2^1+2^2+2^3}$$

$$1 = \frac{2^0}{2^0+2^1+2^2+2^3} + \frac{2^1}{2^0+2^1+2^2+2^3} + \frac{2^2}{2^0+2^1+2^2+2^3} + \frac{2^3}{2^0+2^1+2^2+2^3}$$

$$1 = \frac{2^0+2^1+2^2+2^3}{2^0+2^1+2^2+2^3} = 1 \quad (0,75)$$

$$1 = \frac{2^0+2^1+2^2+2^3}{2^0+2^1+2^2+2^3} = 1$$

لدينا من اجد كل عدد طبيعي K

n =	3K	3K+1	3K+2
باقى قسمة 3	1	2	0

(4)

التعبير الثالث
(1) خطأ (0,25)

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1 - 2 - i}{2 - i - 2 - i} = \frac{-1 - i}{-2 - i}$$

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{-2}{-2i}$$

$$= \frac{1}{i}$$

$$= \frac{1 \times (-i)}{i \times (-i)}$$

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = -1$$

$$R = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \quad \begin{cases} \cos \theta = \frac{0}{1} = 0 \\ \sin \theta = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = e^{-i \frac{\pi}{2}} \quad \text{باذن:}$$

(ب) صحيح (0,25)
التعبير

$$\left| \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} \right| = 1$$

$$\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

(0,5)

$$\begin{cases} \frac{AC}{BC} = 1 \\ (\vec{CB}, \vec{CA}) = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{اي}$$

باذن المثلث ABC قائم في C

(ج) خطأ (0,25)
التعبير

$$z_0 = -1 + i\sqrt{3}$$

$$R = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

أي: $u_{m+n} = 2^{m+1} + 2^{n+1}$
 $p(m+n)$ حقيقة نستنتج انهم اجل
 كل عدد طبيعي m : $u_m = 2^m + 2^m$

التعريف الرابع:

$g(x) = 2(x+2) - 1 + \ln(x+4)$ (1)

$g'(x) = 4(x+2) + \frac{2}{x+4}$

$g'(x) = 4(x+2) + \frac{1}{x+2}$

$g'(x) = \frac{4(x+2)^2 + 1}{x+2}$ (0,25)

من اجل $x \in]-2, +\infty[$: $g'(x) > 0$ (0,25)
 ان الدالة g متزايدة تعام (0,25)

x	-2	2	+
$g'(x)$		+	
$g(x)$			

(2) الدالة g مستمرة ومتزايدة تعام

مع المجال $[-1,37, -1,38]$ (0,5)

$g(-1,38) \approx -0,02$

$g(-1,37) \approx 0,02$

اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة

المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد

في المجال $[-1,37, -1,38]$ (0,25)

(3)

x	-2	2	+
$g(x)$		0	+

$2023 \equiv 3(674) + 1$ [7]

$2^{2023} \equiv 2$ [7]

$2^{2023} - 1 \equiv 1$ [7]

$1 \equiv 1$ [7]

اذن باقي قسمة 1 مع 7 هو 1

(3) صحيح (0,25)

التبرير: عدد عناصر Ω هو

$A_7^2 = 42$ (0,5)

احتمال ان لا نضع اللوحة كل

من H_1 و F_3 هو: $\frac{A_7^2}{42} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$

(4) صحيح (0,25)

التبرير:

$u_0 = 2$

$u_{m+n} = 2(u_m - 2^m) + 2^{m+n}$

نضع: $p(m): u_m = 2^m + 2^m$

$u_0 = 2^0 + 2^0 = 2$ (0,5)

اذن $p(0)$ حقيقة

نعرف ان $p(m)$ صحيحة اي:

$u_m = 2^m + 2^m$

ولبرهن صحة $p(m+1)$: $u_{m+1} = 2^m + 2^{m+1}$

لدينا: $u_m = 2^m + 2^m$

منه: $u_m - 2^m = 2^m$

منه: $2(u_m - 2^m) = 2 \times 2^m$

منه: $2(u_m - 2^m) = 2^{m+1}$

$2(u_m - 2^m) + 2^{m+1} = 2^{m+1} + 2^{m+1}$

(15)

(ب) علامة إشارة $f'(x)$ من علامة $g(x)$

x	-2	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$(0,25)$	$+\infty$

$g(\alpha) = 0$ يعني

$$2(\alpha+2)^2 - 1 + \ln(2\alpha+4) = 0$$

$$\ln(2\alpha+4) = -2(\alpha+2)^2 + 1$$

$$f(\alpha) = 2\alpha+4 - \frac{\ln(2\alpha+4)}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha) = 2\alpha+4 - \frac{-2(\alpha+2)^2 + 1}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha) = 2\alpha+4 + \frac{2(\alpha+2)^2 - 1}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha) = 2\alpha+4 + \frac{2(\alpha+2)^2}{\alpha+2} + \frac{-1}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha) = 2\alpha+4 + 2(\alpha+2) - \frac{1}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha) = 4\alpha+8 - \frac{1}{\alpha+2} \quad (0,5)$$

$$-1,38 < \alpha < -1,37 \quad \text{لدينا}$$

$$-5,52 < 4\alpha < -5,48$$

$$2,48 < 4\alpha+8 < 2,52 \dots (1)$$

$$0,62 < \alpha+2 < 0,63 \quad \text{و لدينا}$$

$$\frac{1}{0,63} < \frac{1}{\alpha+2} < \frac{1}{0,62} \quad \text{منه نجد}$$

$$f(x) = 2x+4 - \frac{\ln(2x+4)}{x+2} \quad (II)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (2x+4) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(2x+4)}{x+2} = +\infty$$

تفسير النتيجة: (Cf) يقبل مستقيم
مقارب مائلته: $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x+4 - \frac{\ln[2(x+2)]}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x+4 - \frac{\ln 2 + \ln(x+2)}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x+4 - \frac{\ln 2}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (0,25)$$

$$f'(x) = 2 - \frac{\frac{2}{2x+4}(x+2) - 1 \cdot \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$$

$$= 2 - \frac{\frac{1}{x+2}(x+2) - \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$$

$$= 2 - \frac{1 - \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x+2)^2} \quad (0,5)$$

4) معامل توجیه (T) هو $f'(a)$
 معامل توجیه (H) هو: $g(a)$
 $f'(a) = 2$ يعني $g(a) = 2$
 $\frac{g(a)}{(a+2)^2} = \frac{2}{(a+2)^2}$
 $(a \neq -2) \quad g(a) = 2(a+2)^2$

$$2(a+2)^2 - 1 + \ln(2a+4) = 0$$

$$-1 + \ln(2a+4) = 0$$

$$\ln(2a+4) = 1$$

$$2a+4 = e^1$$

$$2a = e - 4$$

$$a = \frac{e-4}{2} \quad (0,5)$$

اذن المذخني (C) يقبل معاملي يوزي

(D) عند القيمة ذات العادلة

(T) كتابة معادلة $a = \frac{e-4}{2}$

$$y = f'\left(\frac{e-4}{2}\right)\left(x - \frac{e-4}{2}\right) + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$$

$$y = 2\left(x - \frac{e-4}{2}\right) + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$$

$$y = 2x - e + 4 + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$$

$$y = 2x - e + 4 + 2\left(\frac{e-4}{2}\right) + \ln\left(\frac{e-4}{2} + 4\right)$$

$$y = 2x - e + 4 + e - 4 + 4 - \frac{\ln e}{e - 4 + 4}$$

$$y = 2x + 4 - \frac{1}{e}$$

$$(T) : y = 2x + 4 - \frac{2}{e} \quad (0,25)$$

$$-\frac{1}{0,62} < -\frac{1}{2+2} < -\frac{1}{0,63} \dots (E)$$

نجد: طرف (طرف بين (1) و (2)

$$2,48 - \frac{1}{0,62} < 4d + 2 - \frac{1}{d+2} < 2,52 - \frac{1}{0,63}$$

$$0,87 < f(d) < 0,93 \quad (0,25)$$

$$f(x) - (2x+4) = -\frac{\ln(2x+4)}{x+2} \quad (B)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x+4) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\ln[2(x+2)]}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\ln 2 + \ln(x+2)}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\ln 2}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$$

$$= 0 \quad (0,25)$$

اذن (D) هو مستقيم مقارب مائل

(C) بجوار $+\infty$

(B) إشارة $f(x) - (2x+4)$ من إشارة $-\ln(2x+4)$

$$\ln(2x+4) = 0 \quad \text{يعني} \quad -\ln(2x+4)$$

$$2x+4 = e^0 \quad (A)$$

$$2x = 1-4 \quad (C)$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad (D)$$

$$x = -2 \quad -\frac{3}{2} \quad +\infty$$

$f(x) - y$	+	0	-
الوحد	(C) فوق	(D) تحت	(A) فوق
	(D)	(B) فوق	(C) تحت

هنا $(-\frac{3}{2}, 1)$

$$A = \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} \frac{1}{x+2} \ln(2x+4) dx$$

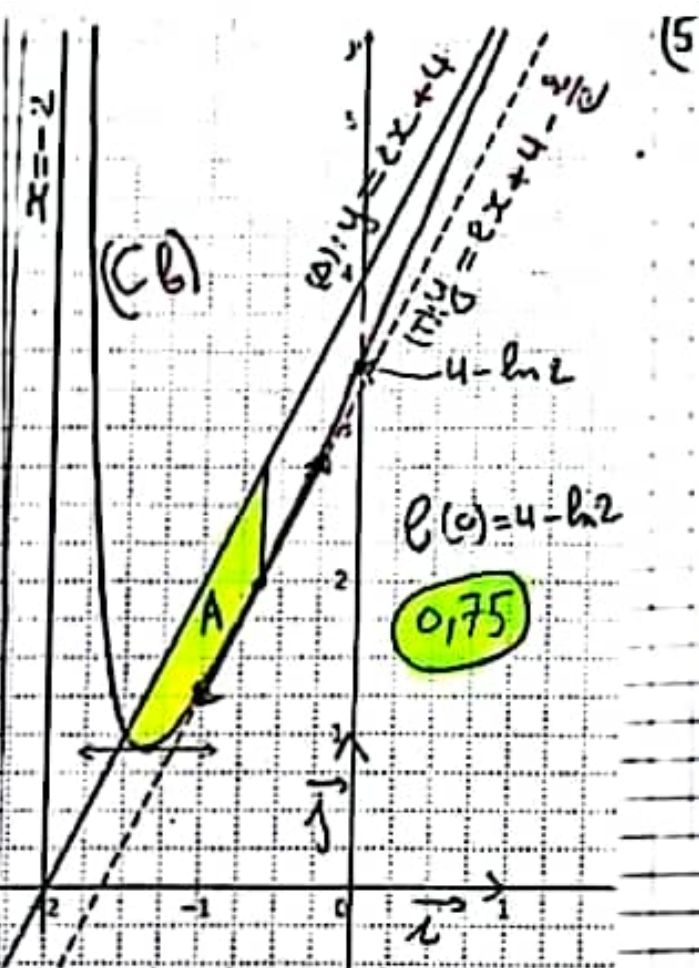
$$A = \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} \frac{\ln(2x+4)}{x+2} dx$$

$$A = \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} \frac{1}{u} \ln(u) du$$

$$A = \left[\frac{1}{2} \ln^2(2x+4) \right]_{\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}}$$

$$A = \frac{1}{2} \ln^2 e - \frac{1}{2} \ln^2 1$$

$$A = \frac{1}{2} \ln e \quad (0,25)$$



$$f(x) = 2x + m \quad (6)$$

* $m \in]4 - \frac{2}{e}, 4]$ المعادلة لا تقبل حلاً. 0,5

* $m = 4 - \frac{2}{e}$ المعادلة تقبل حلًا واحدًا فقط سالبًا تمامًا.

* $m \in]4 - \ln 2, 4 - \frac{2}{e}]$ المعادلة تقبل حلين سالبين تمامًا.

* $m = 4 - \ln 2$ المعادلة تقبل حلين: حلًا معدومًا والآخر سالبًا تمامًا.

* $m \in]4, 4 - \ln 2]$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

* $m \in]4, +\infty[$ المعادلة تقبل حلًا واحدًا فقط سالبًا تمامًا.