

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة الإقلدية للعدد "5" على 7.

2. عين باقي القسمة الإقلدية للعدد  $2014^{1435}$  على 7.

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  العدد  $(4 \times 5^{6n+1} - 3 \times 2014^{1435} + 2 \times 25^{6n})$  يقبل القسمة على 7.

4. عين الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون:  $2014^{1435} + 2n + 1 \equiv 0 [7]$ .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

لتكن المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

أ. أحسب  $u_2; u_1$ .

ب - برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 \leq u_n \leq 6$ .

ج - بين أن المتالية  $(u_n)$  متزايدة.

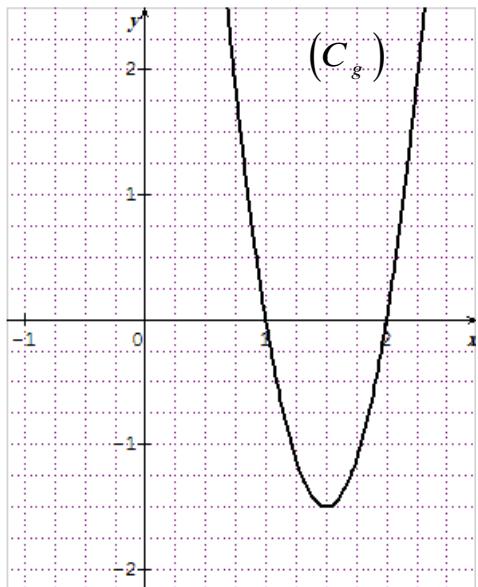
2.  $(v_n)$  متالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

أ - عبر عن  $v_{n+1}$  بدلالة  $v_n$  ، ثم استنتج طبيعة المتالية  $(v_n)$  (يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى).

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = (-5) \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

3. أحسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$ :  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ .

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**



دالة عدديّة معرفة على  $\mathbb{R}$  هي  $g(x) = 6x^2 - bx + c$  حيث  $b, c$  عددان حقيقيان. تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . انظر الشكل المقابل ().

I. بقراءة بيانية :

1. عين  $(1, g(1))$  و  $(2, g(2))$ .

2. عين العددان الحقيقيان  $b, c$ .

3. عين حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

II. دالة عدديّة معرفة على  $\mathbb{R}$  هي  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ .

تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ. بين أن النقطة  $A\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

ب. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$ .

3. أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

ب. استنتج نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محور الفواصل.

ج. أحسب  $f(0)$  ثم ارسم  $(C_f)$  و  $(T)$ .

د. حل بيانيا المعادلة :  $f(x) = -1$ .

## الموضوع الثاني :

### التمرين الأول: (06 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي  $k$  نضع :  $A_k = 2^k + 3^k + 4^k + 5^k + 6^k$

1. تحقق أن :  $A_3 \equiv 6[7] \equiv 4$  ، ثم بين أن :

2. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقلدية لكل من العددين  $2^n$  و  $5^n$  على 7.

ب - أوجد باقي القسمة الإقلدية للعددين  $A_{2014}$  و  $A_{1435}$  على 7.

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

1.  $(v_n)$  متتالية حسابية حدّها الأول  $v_1$  وأساسها  $r$ .

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = 24 \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74 \end{cases}$$

أ - عين الحد الأول  $v_1$  والأساس  $r$  علماً أن:

ب - أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم عين أصغر عدد طبيعي  $n$  يحقق:

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  :

\* بين أن :  $S_n = 153$  ، ثم عين العدد الطبيعي غير المعروف  $n$  حتى يكون:

3. لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي :  $u_1 = 1$  و  $u_{n+1} = 3u_n + \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

أ - عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.

ب - عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  هندسية.

ج - أحسب المجموع  $S'_n = (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n)$  بدلالة  $n$  في الحالتين  $\alpha = 0$  و  $\alpha = -2$  حيث:

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x-2} \quad \text{دالة عدديّة معرفة على } [2; +\infty) \cup (-\infty; 2] \text{ بـ:}$$

(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس (O; ī; j̄).

$$f(x) = \frac{2x-5}{x-2} : \quad \text{أ. تحقق أنه من أجل كل } x \text{ من } [-\infty; 2] \cup [2; +\infty) \text{ من}$$

بـ. أحسب نهايّات الدالة  $f$  عند أطراف مجالات التعرّيف المفتوحة.

جـ. أدرس اتجاه تغيير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغييراتها.

2. أـ. عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C<sub>f</sub>), ثم استنتج إحداثيّي النقطة I مركز تناظر المنحنى (C<sub>f</sub>).

بـ. بين أن المنحنى (C<sub>f</sub>) يقبل مماسين (T<sub>1</sub>) و (T<sub>2</sub>) كل منهما يوازي المستقيم (Δ) ذو المعادلة  $2x - 2y - 1 = 0$ .

ثم أكتب معادلتيهما.

3. أـ. أرسم (C<sub>f</sub>) و المماسين (T<sub>1</sub>) و (T<sub>2</sub>).

بـ. بين أن المستقيم ('Δ) ذو المعادلة:  $5 - y = 2x$  يقطع المنحنى (C<sub>f</sub>) في نقطة يطلب تعبيّنها.

الموضوع الأول: التمرين الأول:

1. دراسة حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  باقى القسمة

الإقلية للعدد  $5^n$  على 7:

$$5^3 \equiv 6[7]; 5^2 \equiv 4[7]; 5^1 \equiv 5[7]; 5^0 \equiv 1[7]$$

$$5^6 \equiv 1[7]; 5^5 \equiv 3[7]; 5^4 \equiv 2[7]; k \in \mathbb{N}$$

$n$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
الباقي	1	5	4	6	2	3

2. تعيين باقى القسمة الإقلية للعدد  $2014^{1435}$  على 7:

$$2014^{1435} \equiv 5^{6 \times 239+1} [7] \equiv 5[7]$$

ومنه:  $2014 \equiv 5[7]; 1435 = 6 \times 239 + 1$

3. تعيين حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ :

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	-		+

4. دراسة إتجاه تغير الدالة  $f$  و تشكيل جدول تغيراتها:

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = g(x) \text{ ومنه:}$$

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	-		+
$f(x)$	$-\infty$	0	(-1)	$+\infty$

أ. نبين أن  $A \left( \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ :

$$g'(x) = 12x - 18 = g'(x) \text{ ، إشارة } f''(x) \text{ نفس إشارة } f \text{ ومنه:}$$

$x = \frac{3}{2}$  تتعذر مغيرة إشارتها عند  $x = \frac{3}{2}$  (من  $(C_g)$  ومنه:)

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ و } x = \frac{3}{2}$$

إذن:  $A \left( \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

ب. كتابة معادلة المماس  $(T)$  في النقطة  $A$ :

$$(T): y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{4} \text{ ومنه: } (T): y = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$: f(x) = (x-1)^2(2x-5) \text{ التتحقق أن } 1.3$$

$$f(x) = (x-1)^2(2x-5) = (x^2-2x+1)(2x-5) = 2x^3-9x^2+12x-5$$

ب. استنتاج نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محور الفواصل:

$$x = 1; x = \frac{5}{2} \text{ معناه } (x-1)^2(2x-5) = 0 \text{ معناه } f(x) = y = 0$$

$$(C_f) \cap (xx') = \left\{ B(1,); C\left(\frac{5}{2},\right) \right\} \text{ ومنه:}$$

ج. حساب  $f(0) = -5$  :  $(T)$  و  $f(0) = 0$  ثم رسم

د. الحل البياني للمعادلة  $-1 = f(x)$

ج. نبين أن المتالية  $(u_n)$  متزايدة:  $u_{n+1} - u_n \geq 0$  .  $u_{n+1} - u_n \geq 0$  (متزايدة معناه)

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}u_n + 4 - u_n = \frac{2}{3}(6 - u_n) \geq 0 \text{ ومنه: } (u_n)$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 \text{ بدلالة } v_n \text{ لدينا: } v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 = \frac{1}{3}(u_n - 6) = \frac{1}{3}v_n \text{ ومنه: } (v_n)$$

$$v_0 = u_0 - 6 = -5 \text{ هندسية أساسها } \frac{1}{3} \text{ وحدتها الأولى: } v_n = (-5)\left(\frac{1}{3}\right)^n \text{ لدينا: } v_n = (-5)\left(\frac{1}{3}\right)^n$$



$y = 2$  معادلة مستقيم مقارب أفقى لـ  $(C_f)$  في جوار  $-\infty$  و  $+\infty$   
 $x = 2$  معادلة مستقيم مقارب لـ  $(C_f)$  موازي لمحور التراتيب  
نستنتج أن:  $I(2; 2)$  نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز  
تناظر للمنحنى  $(C_f)$

ب. إثبات أن  $(C_f)$  يقبل مماسين موازيين لـ  $(\Delta)$

لدينا  $(\Delta): y = x - \frac{1}{2}$  مستقيم معادلته  $2x - 2y - 1 = 0$  أي:  $(\Delta)$

$$(x-2)^2 = 1 \text{ أي أن } f'(x) = 1 \text{ معناه:}$$

ومنه:  $x_2 = 3$  أو  $x_1 = 1$  إذن:  $\Delta = 4$  ،  $x^2 - 4x + 3 = 0$

ومنه: المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجيههما هو 1 عند

ال نقطتين  $A(1; 3)$  و  $B(3; 1)$

معادلة المماس  $(T)$  عند  $A$  :

$y = x + 2$  معادلة المماس  $(T')$  عند  $B$  :

$y = x - 2$

ب. تعيين نقطتي تقاطع مع المستقيم ذو المعادلة  $y = 2x - 5$

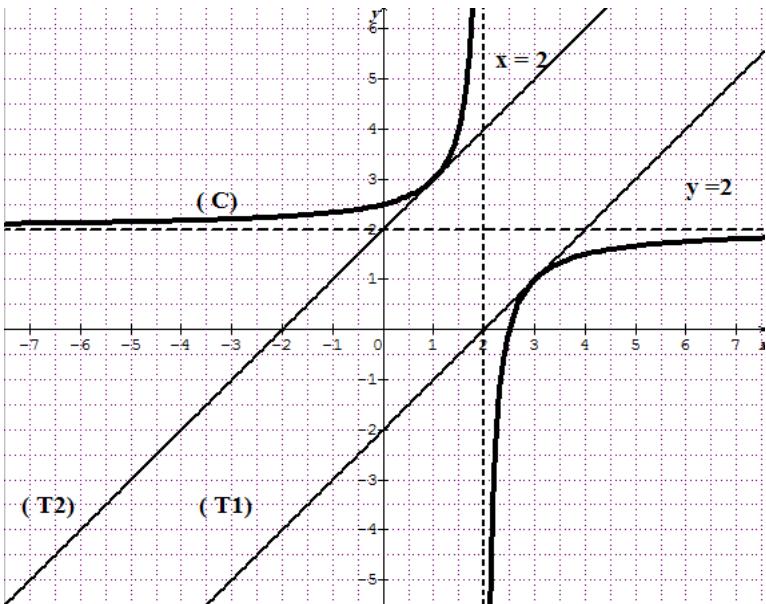
$$2x - 5 = (x-2)(2x-5) \text{ و منه } \frac{2x-5}{x-2} = 2x - 5 \text{ تكافئ } f(x) = 2x - 5$$

$$2x^2 - 11x + 15 = 0 \text{ أي أن } 0 = (x-2)(2x-5) \text{ و منه}$$

$$x_2 = 3 \text{ ، } x_1 = \frac{5}{2} \text{ ، } \Delta = 1$$

ومنه  $(C_f)$  يقطع المستقيم  $(\Delta')$  في النقطتين  $A\left(\frac{5}{2}; 0\right)$  و  $B(3; 1)$

أ. إنشاء المنحنى  $(C_f)$  والمماسين  $(T)$  و  $(T')$



3

في حالة 2: لدينا  $\alpha = -2$  ممتالية ثابتة ومنه

$$\begin{aligned} S'_n &= (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n) \\ &= (v_1 + v_2 + \dots + v_n) - (u_1 + u_2 + \dots + u_n) \\ &= S_n - (1 + 1 + \dots + 1) \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) - n \end{aligned}$$

في حالة 3:  $\alpha = 0$

لدينا:  $(u_n)$  م. هندسية أساسها  $q = 3$  و وحدتها الأولى  $u_1 = 1$

$$\begin{aligned} S'_n &= (v_1 - u_1) + (v_2 - u_2) + \dots + (v_n - u_n) \\ &= (v_1 + v_2 + \dots + v_n) - (u_1 + u_2 + \dots + u_n) \\ &= S_n - \left[ u_1 \left( \frac{1 - q^n}{1 - q} \right) \right] \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) - \left[ \left( \frac{1 - 3^n}{1 - 3} \right) \right] \\ &= \frac{n}{2}(3n + 7) + \frac{1 - 3^n}{2} \end{aligned}$$

التمرين الثالث:

أ. التحقق أن  $f(x) = \frac{2x-5}{x-2}$  من أجل كل  $x$  من

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x-2} = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = \frac{2x-5}{x-2} : ]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$$

ب. حساب نهايات الدالة  $f$  :

ومنه المستقيم ذو المعادلة  $y = 2$  هو مستقيم مقارب أفقى للمنحنى  $(C_f)$  في جوار  $-\infty$  و  $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة  $x = 2$  هو مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  موازي لمحور التراتيب.

ج. دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

f تقبل الإشتقاق على  $D$  و دالتها المشتقة  $f'$  معرفة بـ:

$$f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x-5)}{(x-2)^2} = \frac{1}{(x-2)^2}$$

نلاحظ أن  $f'(x) > 0$  من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  ومنه  $f$  متزايدة تماما على المجالين  $]-\infty; 2[$  و  $2; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow 2$

أ. تعيين المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$

