



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

#### التمرين الأول: (4 نقاط)

اجب بصرح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = 0 \quad (1)$$

$$(2) \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة بـ } v_0 = \frac{1}{2} \text{ و من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} : v_{n+1} = \frac{2v_n}{v_n + 1}$$

$$- \text{ من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} : v_n = \frac{2^n}{1+2^n}$$

$$(3) \text{ معامل } x^6 \text{ في منشور } (x+2)^9 \text{ هو : } 627$$

$$(4) \text{ المعادلة ذات المجهول الطبيعي } n \text{ التالية : } C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n \text{ تقبل حلين متمايزين.}$$

#### التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

$$\text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة والمتزايدة تماما على } [0; +\infty[ \text{ بـ : } f(x) = \frac{6x-1}{4x+2}$$

$$(u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول } u_0 = 2 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = f(u_n)$$

$$(1) \text{ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : \frac{1}{2} < u_n \leq 2$$

$$(2) \text{ ادرس اتجاه تغير المتتالية } (u_n) \text{ ثم برر تقاربها.}$$

$$(3) \text{ لتكن المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } N \text{ كما يلي : } v_n = \frac{6}{2u_n - 1}$$

$$\text{أ. اثبت أن } (v_n) \text{ متتالية حسابية أساسها 3.}$$

$$\text{ب. أكتب عبارة الحد العام } v_n \text{ بدلالة } n \text{ ثم تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = \frac{3}{3n+2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{ج. احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$(4) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث، } S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$$

**التمرين الثالث: (4 نقاط)**

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 9 و 10 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

(1) ما احتمال وقوع الحوادث التالية:  $A$  "الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين فرديين" .

$B$  "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون" و  $C$  "الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين" هل الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتان ؟

(2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟

(3) ما احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين علما أنهما من لونين مختلفين ؟

(4) ما هو عدد الكرات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون  $P(B) = \frac{59}{120}$  ؟

**التمرين الرابع: (7.5 نقاط)**

(I)  $g$  دالة معرفة على  $R$  بـ:  $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

(1) احسب نهايات الدالة  $g$  .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $R$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  بـ:  $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو معادلة  $y = x + 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$  .

ب - ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .

(3) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $f'(x) = g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات  $f$  .

(4) أ - بين أن المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطة  $\omega\left(\frac{-1}{2}; \frac{e-4}{2e}\right)$  .

ب - تحقق أن النقطة  $\omega$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$  .

(5) احسب  $f(0)$  ثم انشئ  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

(6) أ - باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب العدد:  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx$

ب - احسب التكامل  $J = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$  . ماذا تمثل النتيجة المحصل عليها بالنسبة للدالة  $f$  .