**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية** — **مديرية التربية لولاية**

**امتحان بكالوريا تجريبية** — **متقن حاسي القارة**

**الشعبة: تقني رياضي** — **دورة: 2021**

**اختبار في مادة: الرياضيات** — **المدة: 4 سا ونصف**

**على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

**<u>التمرين الأول:</u> ( 04 نقاط )**

نعتبر في المجموعة $z^2$ المعادلة : $(E):5x-6y=3$

**1**- أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x,y)$ حلا للمعادلة $(E)$ فإن $x$ مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة $(E)$ ثم حل في ${}^2$ المعادلة $(E)$.

ج) استنتج حلول الجملة $(S)$ : $\begin{cases} x\equiv -1[6] \\ x\equiv -4[5] \end{cases}$

**2**- $a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث :

$a=\overline{1\alpha 0\alpha 00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

- عين $\alpha$ و $\beta$ حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة $(E)$

**<u>التمرين الثاني:</u>( 04 نقاط )**

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كريتين على التوالي و بدون إعادة الكرية المسحوبة إلى الصندوق.

1) نعتبر الحوادث التالية: $A$ " سحب كريتين من نفس اللون "

$B$ " سحب كريتين تحملان نفس الرقم " ، $C$ " سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ ـ بين أن $p(A)=\frac{13}{28}$ ثم احسب: $p(B)$ و $p(C)$ .

ب ـ ما احتمال سحب كريتين تحملان نفس الرقم علما أنهما من نفس اللون؟

2) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ ـ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ .

ب ـ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم التباين $v(X)$ .

**التمرين الثالث:( 4.5 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية معرفة على $N$بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل $n$ من $N$ : $u_{n+1}=\frac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $u_{n+1}=6-\frac{20}{u_n+3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $\frac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية $(u_n)$متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-u_n)$

ب ـ استنتج أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $0\le 2-u_n\le\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

**التمرين الرابع: ( 7.50 نقاط )**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x}{2}+(x+1)\ln(x+1)$ .

1) ادرس تغيرات الدالة $g$على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم $x$ .

II. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2\ln(x+1)$ . و $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{2xg(x)}{x+1}$ .

3) ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة ل $(T)$مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديدها.

6) احسب $f(1)$ , $f(2)$ و أنشئ كلا من $(C_f)$ و $(T)$ .

I. $h$الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $h(x)=(x^2-2|x|+1)\ln|x|$ .

1) احسب $h(-x)-h(x)$ ماذا تستنتج؟

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$من$\mathbb{R}^*$ : $h(x)=f(|x|-1)$ .

3) اشرح طريقة إنشاء التمثيل البياني $(C_h)$للدالة $h$انطلاقا من التمثيل البياني $(C_f)$ ثم ارسمه.

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: ( 4 نقاط )**

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة $3^n$ على 5 ثم بواقي قسمة $3^n$ على 11 .

2) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة : $11x - 5y = 2....(E)$ .

3) حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة : $6 + 3^{11n+1} \equiv 0[11]$ .

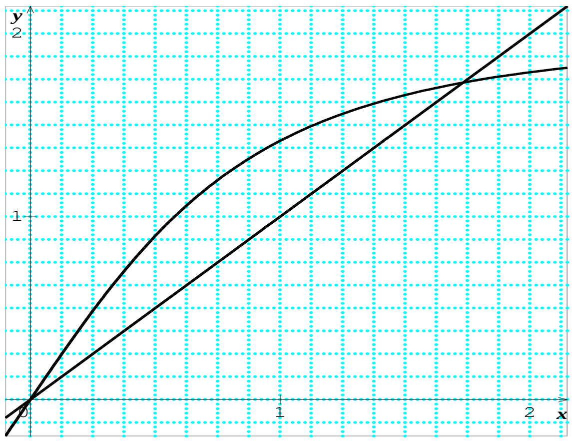
4) عين باقي قسمة $58^{145}$ على 55 .

5) بفرض $(x;y)$ هو حل من حلول المعادلة (E) حيث : $y > 0$ و $x + 2 > 0$ .

عين الثنائيات $(x;y)$ التي من أجلها يكون : $PGCD(y\,;x+2) = 12$ .

**التمرين الثاني: ( 4.50 نقاط )**

الشكل المقابل هو التمثيل البياني $(C)$ للدالة $f$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ .




و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بقراءة بيانية عين اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0,+\infty[$.

ب) بين أنه إذا كان $x \in [1,\sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1,\sqrt{3}]$.

2) نعرف المتتالية $(u_n)$ كما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) باستعمال التمثيل البياني $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ مثل الحدود $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$ على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية $(u_n)$.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 < u_n < \sqrt{3}$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$، ثم استنتج اتجاه تغير وتقارب المتتالية $(u_n)$ .

3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $v_n = \dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

اقلب الصفحة

ب) أكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$، ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$. و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

4)أحسب $p_n$ بدلالة $n$حيث : $p_n = \dfrac{(u_0 \times u_1 \times .........u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)........(3-u_n^2)}$ .

**التمرين الثالث: ( 04 نقاط )**

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة ب:1 ، 1 ،0، 2 ، 2 و خمس كريات خضراء مرقمة ب:0 ، 0 ، 1 ، 2،2. نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1)أحسب احتمال الأحداث التالية:

A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون. "B " الحصول على أربع كريات أرقاما يمكن أن تشكل العدد 2020".

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها 4 ".

2) المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل نتيجة سحب الرقم الأصغر من بين الأربع أرقام التي تحملها الكرات المسحوبة

أ)عين قيم المتغير العشوائي $X$ ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$للمتغير العشوائي $X$ .

ج) أحسب احتمال الحدث " $|X-1| \leq 1$"

**التمرين الرابع: (7.50نقاط)**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $R-\{0\}$ ب : $f(x) = 2x + \dfrac{1}{e^x - 1}$

$(C_f)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس$(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) حل في $R$ المعادلة: $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$ ثم ادرس إشارة $2e^{2x} - 5e^x + 2$

2) أ ـ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ مع التفسير البياني.

ب ـ بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ$(C_f)$بجوار $+\infty$

ج ـ بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - 2x] = -1$ ثم استنتج معادلة للمستقيم $(\Delta')$ المقارب المائل الثاني لـ$(C_f)$ .

د ـ ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة لكل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$ .

3) أ ـ بين أنه من أجل كل $x$ من $R-\{0\}$ : $f'(x) = \dfrac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$

ب ـ حدد اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن النقطة $A\left(0; -\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$ .

5) أنشئ $(\Delta)$،$(\Delta')$و المنحنى $(C_f)$ .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة: $f(x) = 2x + m$ . انتهى الموضوع الثاني.