الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية برج بوعريريج **ثانوية 08 ماي 1945 *جعافرة***

امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي **دورة ماي 2018**

الشعبة : آداب وفلسفة

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة :02 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (06 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول $U_0 = 2$ و $U_0 + 5U_1 + 5U_3 = 102$.

1) بين أن : $U_1 + U_3 = 20$ واستنتج U_2.

2) أحسب U_1 و استنتج أن أساس المتتالية (U_n) هو 4.

3) اكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

4) ا) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 162$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a , b و c ثلاثة أعداد صحيحة حيث : $b \equiv 2[5]$, $a - b \equiv 2[5]$ و $2a + c \equiv 4[5]$

1) بين أن : $a \equiv 4[5]$ و $c \equiv -4[5]$.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a \times b - 3c$ على 5.

3) ا) بين أن $a \equiv -1[5]$ و $c \equiv 1[5]$.

ب) أثبت أن العدد $3 \times a^{1439} + 5 \times c^{2018} + 13$ مضاعف لـــ 5.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n الأصغر او تساوي 28 والتي تحقق : $a^2 + b^2 + c^2 + n \equiv 4[5]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{2-x}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \dfrac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

2) عين $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتائج هندسيا

3) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(2;0)$.

5) أحسب $f(0)$ ،أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f).

6) ا) أنشئ في نفس المعلم السابق المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 2$.

ب) حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة ذات المجهول x : $f(x) \leq x - 2$

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) ا) عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 .

ب) إستنتج بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 من أجل كل عدد طبيعي n .

2) عين باقي قسمة 17 على 5 واستنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي .

3) استنتج أن العدد $17^{4k}+2^{4k+3}+6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي .

4) عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد: $1962^{2016}-2^{49}+61^{1954}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}=3U_n-2 \end{cases}$

1) أحسب U_1 و U_2.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n \geq 3$.

3) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة كمايلي : $V_n=U_n-1$.

ا) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول مستنتجا تغيراتها .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=2\times 3^n$ ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n.

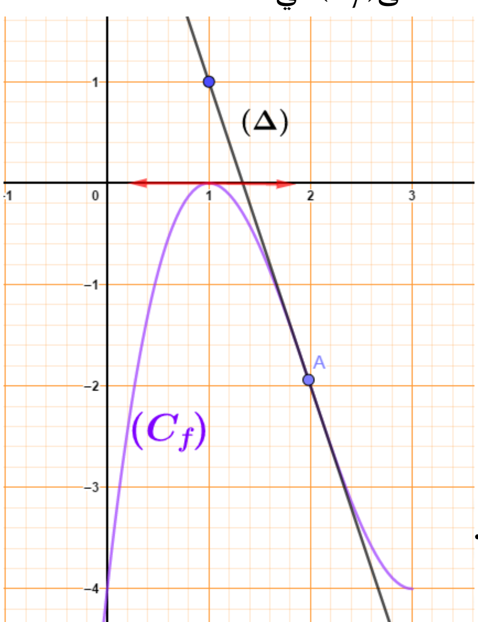
ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$.

د) إستنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n=U_0+U_1+\cdots+U_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الجزء 1: المنخنى المقابل هو جزء من المنحنى(C_f) ،المستقيم(T) هو مماس للمنحنى(C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2



باستعمال المنحنى (C_f) :

1) عين $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f'(1)$ و $f'(2)$.

2) أكتب معادلة للمماس (T).

3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة لــ (C_f) ، مع التعليل .

الجزء 2: نفرض أن : $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$.

باستعمال العبارة $f(x)$:

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) تحقق أن النقطة ذات الفاصلة 2 هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

4) ا) بين أنه من أجل كلx من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)(x^2-5x+4)$.

ب) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل ، ثم أكمل إنشاء المنحنى (C_f) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية ثانوية السعيد عبد الحي -الوادي

الامتحان التجريبي لباكوريا التعليم الثانوي الشعبة : اداب وفلسفة

دورة ماي : 2018 المدة : 2 سا و نصف

إختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التالين

الموضوع الاول

التمرين الأول : (06 نقاط)

b,a و c أعداد طبيعية حيث : $a \equiv -3[7]$, $b = 1441$ و $c \equiv 1962[7]$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد b,a و c على 7

2. (ا) تحقق أن : $b \equiv -1[7]$

(ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد : $b^{2017} + b^{2018} - 2$ على 7 , هل هو قابلا للقسمة على 7

3. بين أن العدد: $2b + c \equiv 0[7]$

4. (ا) عين بواقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد: 2^0 , 2^1 , 2^2 و 2^3 على 7

(ب) :استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $9^{2017} - 2018$ على7

التمرين الثاني : (06 نقاط)

لتكن (U_n) متتالية حسابية حدها الاول U_1 و من أجل كل عدد طبيعيn تحقق العلاقة التالية:

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = \frac{3}{2} \\ U_1 + 4U_2 - U_3 = 7 \end{cases}$$

1. احسب الحدود U_1 , U_2 و U_3 ثم عين الاساس r لهذه المتتالية

2. عبر عن الحد العام U_n بدلالة n

3. (ا) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots\dots\dots\dots\dots + U_n$

(ب) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = -10$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبرالدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{3x+1}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$

1. (ا) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$

(ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما

2. (ا) اثبت أن: من اجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 : $f'(x)=\frac{-4}{(x-1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. حل في $\mathbb{R}-\{1\}$ المعادلة : $f(x)=0$

ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

4. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1-

5. انشئ في نفس المعلم المماس (Δ) و المنحنى (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات منها 3 حمراء ، و 3 خضراء ، و 4 بيضاء نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد

1. ما احتمال الحصول على :
   (ا) الكرات من نفس اللون
   (ب) كرة حمراء وكرة خضراء وكرة بيضاء
   (ج) كرة بيضاء واحدة على الاقل
2. نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة
   (ا) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي
   (ب) احسب الامل الرياضي $E(x)$
   (ج) احسب التباين والانحراف المعياري

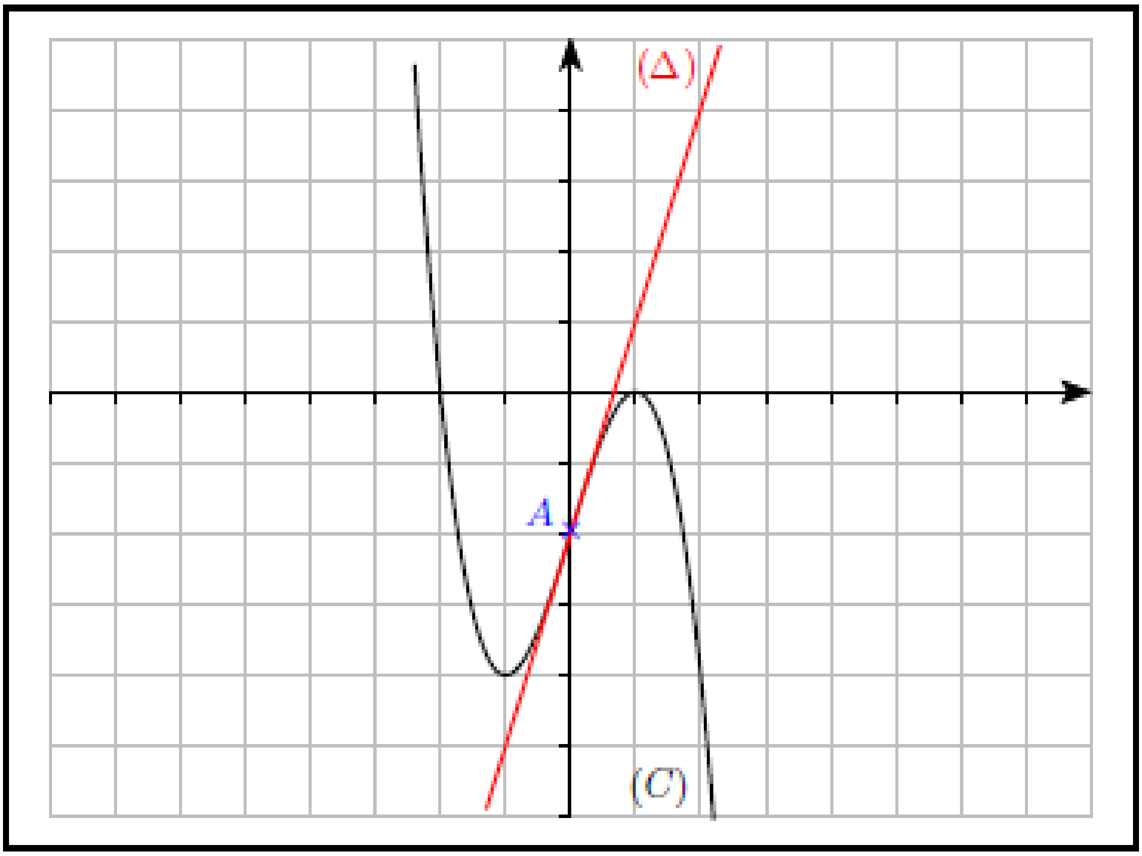
التمرين الثاني : (06 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الاول $U_0 = 2$ وبالعلاقة التراجعية : $U_{n+1} = 2U_n + 3$ من أجل كل عدد طبيعي n

1. احسب الحدود U_1 و U_2 و U_3
2. ونعتبر المتتالية V_n المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = U_n + 3$
   - اثبت ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
   - أكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n
   - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots\dots\dots\dots + V_n$
   - أستنتج بدلالة n المجموع : $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots\dots\dots\dots + U_n$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

f دالة للمتغير الحقيقي x تمثيلها البياني (C) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$
كما هو موضح في الشكل المقابل , (Δ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة A



بقراءة بيانية اجب على مايلي :

1. عين مجموعة التعريف D_f
2. أوجد : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. عين معادلة للمستقيم (Δ)
5. عين احداثي النقطة A وماذا؟ تمثل بالنسبة للمنحنى (C) -علل اجابتك
6. حل بيانيا المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=0$
ثم استنتج حلول المتراجحتين : $f(x)>0$ و $f(x)<0$

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات | المدة : ساعتان و نصف

اخـــتر أحـــد المـــــوضـــوعـــين

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (06 نقاط) – إختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

	السـؤال	الإجابة(أ)	الإجابة (ب)	الإجابة(ج)
01	عدد القواسم الموجبة للعدد 9604 هو :	12	15	18
02	باقي قسمة العدد 29^{2018} على 7 هو :	1	3	4
03	a و b عددان صحيحان إدا كان $b \equiv 4[5]$ و $a \equiv 2[5]$ و فإن :	$a^2+2b \equiv 1[5]$	$a^2+2b \equiv 2[5]$	$a^2+2b \equiv 3[5]$
04	العـــدد الصـــحيح n الـــذي يـــحقق : $2n+1 \equiv 0[7]$ هو :	$n=-1$	$n=0$	$n=3$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x^2+2x+3$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2)- أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات ، ثم أنشئ (C_f) .

التمرين الثالث : (08 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_1

1)- احسب حدها الثاني U_2 علما أن : $U_1+U_3=8$

2)- أحسب حدها الرابع U_4 علما أن : $U_3+U_4+U_5=30$

3)- عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول U_1 .

4)- أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n ، ثم عين n بحيث يكون : $U_n=58$

5)- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_1+U_2+...........+U_n$

الـــــموضوع الثانـــــي :

التمرين الأول: (06 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2}{4}+\frac{3}{4}x-1$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ ، $+\infty$

2)- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات ، ثم أنشئ (C_f) .

التمرين الثاني : (07 نقاط)

1)- أكمل ما يلي : $2^0\equiv...[5]$ ، $2^1\equiv...[5]$ ، $2^2\equiv...[5]$ ، $2^3\equiv...[5]$ ، $2^4\equiv...[5]$.

2)- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.

3)- أ)- استنتج باقي قسمة كل من : 2010^{2011} ، 1432^{2011} على 5.

ب)- بين أن العدد : $2+2010^{2011}+1432^{2011}$ يقبل القسمة على 5 .

التمرين الثالث : (07 نقاط)

نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (U_n) بـ : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n+2$.

1)- أحسب : U_1 ، U_2 ، U_3.

2)- نضع من أجل n كل من $\mathbb{N}$: $V_n=U_n-3$. - بين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول V_0 .

3)- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=V_0+V_1+...........+V_n$

بالتوفيق في شهادة بكالوريا 2018

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي **ثانوية العقلة**

امتحان تجريبي لشهادة البكالوريا **دورة : ماي 2017**

الشعبة : آداب وفلسفة

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 ساعة و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 نقاط)

1- أ) عين بواقي قسمة الأعداد التالية : 2^1 ، 2^2 ، 2^3 ، 2^4 على 5.

ب) بين من أجل كل عدد طبيعي k أن : $2^{4k+1}+2^{4k+3}\equiv 0[5]$

2- نعتبر العددين $a=1532$ و $b=804$

- عين باقي قسمة العدد a على 5 ، ثم استنتج باقي قسمة a^b على 5

3- بين أن العددين a^b و b^a متوافقان بترديد 5 .

4- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن العدد : $(a+b)^{2017}+(a-b-1)^{1438}\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الثالث : $U_2=7$ ، و حدها السادس $U_5=16$

1- احسب أساس المتتالية ، و حدها الأول.

2- اكتب بدلالة n الحد العام للمتتالية (U_n)، ثم عين n حتى يكون : $U_n=2017$.

3- هل العدد 58 حد من المتتالية ؟ ، إن كانت الإجابة بـ : نعم ، عين رتبته.

4- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=U_n-n$

أ) ادرس اتجاه تغير المتتالية (V_n).

ب) احسب المجموع : $S=U_{19}+U_{20}+......+U_{672}$ ثم استنتج المجموع : $T=V_{19}+V_{20}+......+V_{672}$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-3x^2$

C_f المنحنى الممثل للدالة f في مستوي مزود بمعلم متعامد متجانس. $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب النهايات على أطراف مجموعة التعريف.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3- جد نقط تقاطع المنحنى C_f مع محوري الإحداثيات.

4- اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى C_f و الموازي للمستقيم معادلته : $y=-3x+2$.

5- ارسم C_f و (Δ) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

6- عين بيانيا عدد حلول المعادلة : $f(x)=-2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الاجابات الثلاثة :

1- إذا كان : $a = 2017$ فإن : أ) $a \equiv 1[7]$ ب) $a \equiv -3[7]$ ج) $a \equiv 2[7]$

2- إذا كان : $b \equiv 3[7]$ فإن :

أ) $3b^2 + 2017^{17} \equiv 1[7]$ ب) $3b^2 + 2017^{17} \equiv 0[7]$ ج) $3b^2 + 2017^{17} \equiv 4[7]$

3- نرمي زهر نرد مرتين و نسجل في كل مرة مجموع الرقمين المتحصل عليهما ، مجموعة الإمكانيات هي :

أ) $\Omega = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ ب) $\Omega = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

ج) $\Omega = \{4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

4- احتمال الحصول (من التجربة السابقة) على عدد من مضاعفات 3 يساوي

أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{4}{10}$

التمرين الثاني : (**06** نقاط)

(V_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = 5^{2n+1}$

1- بين من أجل كل عدد طبيعي n أن : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = k$ ، حيث k عدد ثابت يطلب تعيينه.

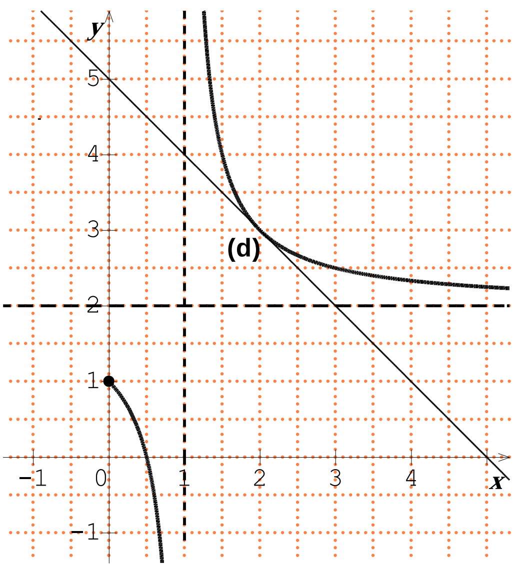
2- استنتج أن (V_n) متتالية هندسية عين اساسها ، و حدها الأول V_0 .

3- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $V_n = 5 \times (25)^n$

4- احسب المجموع : $S = V_0 + \dots\dots\dots + V_n$ ، ثم عين قيمة n حتى يكون : $S_n = 760$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

في الشكل المقابل (C) منحنى الدالة f المعرفة على $[0,1[\cup]1,+\infty[$ و (Δ) مماس (C) في النقطة $(2,3)$.



1- بقراءة بيانية عين:- إحداثيات نقط تقاطع (C) مع حاملي المحورين

- الوضعية النسبية لـ : (C) و المستقيم (Δ).
- ميل المماس (Δ).

2- بوضع : $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و 1 ثم فسر النتيجة بيانيا

3- احسب $f'(x)$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (Δ).

4- ادرس إشارة $f'(x)$ ،ثم احسب $f(0)$ ، و شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا يوازي (Δ) ، اكتب معادلة له.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديـرية التربية لولاية برج بوعريريج — ثانوية : ثانوية 08 مـاي 1945 ☆ جعافرة ☆

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — الشعبـة : آداب و فلسفـة

إختبار في مادة الرياضيات — دورة مـاي 2017 — المـــــدة : سـاعتان و 30 دقيقة

على المترشح أن يختــــار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (6 نقاط)

عين الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التبرير .

1/ عدد القواسم الطبيعية للعدد 504 هو :

أ) 24   ب) 6   جـ) 42 .

2/ باقي القسمة الإقليدية للعدد (-1438) على 5 هو :

أ) 3   ب) -3 جـ) 2

3/ a عدد صحيح و n عدد طبيعي ، إذا كان $a = 2017^n - 1$ فإن :

أ) $a \equiv 1[6]$ ب) $a \equiv -1[6]$ جـ) $a \equiv 0[6]$

4/ العددان 2017 و 1438 متوافقان بترديد :

أ) 2   ب) 3   جـ) 5

5/ ليكن k عدد طبيعي ، الأعداد الطبيعية n التي تحقق $n \equiv 24[7]$ هي :

أ) $n = 7k + 3$ ب) $n = 7k + 2$ جـ) $n = 7k + 1$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_0 و اساسها r .

1/ أحسب U_2 علما أن : $U_1 + U_3 = 6$.

2/ أحسب الأساس r علما أن : $U_3 + U_5 + U_6 = -7$.

3/ عيّن U_0 ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

4/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = -2n + 7$.

5/ بين أن العدد (-2017) حد من حدود المتتالية (U_n) محددا رتبته.

6/ أحسب المجموع S_n حيث $S_n = U_2 + U_3 + ... + U_n$.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x - 2$.

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3/ بين أن (C_g) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياها.

4/ اوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

5/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$.

6/ عين احداثيات نقاط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات .

7/ أرسم (C_g) و (T) .

8/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $g(x) = m$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (6 نقاط)

a ، b ، c أعداد صحيحة تحقق : $a \equiv -5[8]$ ، $b \equiv 34[8]$ ، $c - a \equiv 6[8]$.

1/ ✦ عين باقي القسمة الإقليدية لكل من a ، b و c على 8 .

2/ ✧ عين باقي القسمة الإقليدية لـ : $a^3 + 2b - c$ و $a \times b + c^{34}$ على 8 .

3/ ✧ عين قيم العدد الطبيعي n الأقل من 26 حتى يكون العدد : $a^3 + 2b - c^n + n + 1$ مضاعفا للعدد 8 .

4/ ✦ ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 11 .

✧ استنتج باقي قسمة العدد $3^{2017} + 2$ على 11 .

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 4$.

1/ احسب الحدود : U_1 و U_2

2/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > -6$.

3/ لتكن (V_n) متتالية معرفة كمايلي : $V_n = U_n + 6$.

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

ب) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n .

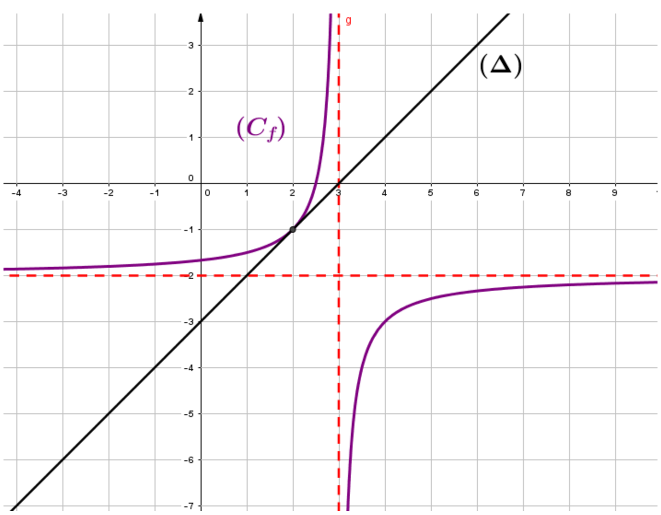
جـ) احسب المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ ثم استنتج $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ بـ : $f(x) = -2 + \frac{b}{x-3}$ ، حيث b عدد حقيقي .

(C_f) تمثيلها البياني الموضح في الشكل المقابل،

(Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 2 .



I/ بقراءة بيانية :

1/ عين $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x \overset{>}{\to} 3} f(x)$.

2/ عين حلول المعادلة $f(x) = -3$، ثم استنتج قيمة b .

3/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

4/ عين معادلة المستقيم (Δ) .

II/ نضع من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{3\}$: $f(x) = \frac{-2x+5}{x-3}$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف .

✦ فسر النتائج هندسيا .

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 .

4/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(4;-3)$.

بالتوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا

التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي للسنة الثالثة آداب وفلسفة

الموضوع الأول

التمرين الأول:(6نقاط)

تعيين الإجابة الصحيحة الوحيدة مع التبرير :.....................$(1pt + 0.5pt)$

1 عدد قواسم الطبيعية للعدد 504 هو **24** ، الإجابة الصحيحة أ.

التبرير : لدينا $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7^1$، ومنه عدد القواسم الطبيعية للعدد 504 هو : $(3+1)\times(2+1)\times(1+1) = 24$.

2 باقي القسمة الإقليدية للعدد -1438 على 5هو **2**، الإجابة الصحيحة ج.

التبرير : ط1 : لدينا $-1438 \equiv -3[5]$ إذن $-1438 \equiv -3+5[5]$ أي $-1438 \equiv 2[5]$.

ط2 : لدينا $-1438 = 5(-287)-3$ إذن: $-1438 = 5(-287)-5+5-3$ أي $-1438 = -5(-288)+2$.

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد -1438 على 5هو 2.

3 إذا كان $a = 2017^n - 1$ فإن $a \equiv 0[6]$، الإجابة الصحيحة ج.

التبرير : لدينا $2017 = 6(336)+1$ إذن $2017 \equiv 1[5]$ ومنه $2017^n \equiv 1^n[6]$ أي $2017^n \equiv 1[6]$

وعليه $2017^n - 1 \equiv 0[6]$ أي $a \equiv 0[6]$.

4 العددان 2017و 1438 متوافقان بترديد : **3** ، الإجابة الصحيحة ب.

التبرير :

ط1 : لدينا $2017 - 1438 = 579$ ، كون العدد 579 مضاعفات العدد 3 فإن العددان متوافقان بترديد 3.

ط2 لدينا $2017 = 3(672)+1$ و $1438 = 3(479)+1$ كون العددان لهما نفس الباقي على العدد 3 فإن $2017 \equiv 1438[3]$.

5 الأعداد الطبيعية n التي تحقق $n \equiv 24[7]$ هي : $n7k+3$ ، الإجابة الصحيحة هي أ.

التبرير:لدينا $\begin{cases} n \equiv 24[7] \\ 24 \equiv 3[7] \end{cases}$ إذن $n \equiv 3[7]$ وعليه $n = 7k+3$ مع $k \in \mathbb{N}$.

التمرين الثاني: (6نقاط)

1 حساب U_2 :.....................$(0.5pt + 0.5pt)$

لدينا $U_1 + U_3 = 6$ وبما أن (U_n) متتالية حسابية فإن $2U_2 = U_1 + U_3$ أي $2U = 6$ ومنه $U_2 = 3$.

2 حساب الأساس r: ....$(0.5pt + 0.5pt)$

لدينا: $U_3 + U_5 + U_6 = -7$ إذن $(U_2 + r) + (U_2 + 3r) + (U_2 + 4r) = -7$ نجد: $3U_2 + 8r = -7$:

أي $9 + 8r = -7$ومنه $8r = -7 - 9$ وعليه $r = -2$

3 تعيين U_0 :

لدينا $U_2 = U_0 + 2r$ ومنه $U_0 = U_2 - 2r$ أي $U_0 = 3 - 2(-2) = 7$.....................$(0.5pt + 0.5pt)$

4 التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = -2n + 7$:.....................$(0.5pt + 0.5pt)$

لدينا : $U_n = U_0 + nr$ أي $U_n = 7 + (-2)n$ ومنه $U_n = -2n + 7$.....................$(0.25pt + 0.75pt)$

5 التحقق أن العدد (-2017) حد من حدود (U_n):.....................$(0.25pt + 0.75pt)$

نضع $U_n = -2017$ معناه $-2n + 7 = -2017$ أي $-2n = -2017 - 7$ ومنه $n = 1012$.

ومنه العدد (-2017) حد من حدود المتتالية (U_n) ورتبته 1013.

6 حساب المجموع $S_n = U_2 + U_3 + U_4 + ... + U_n$:.....................$(0.5pt + 0.5pt)$

كون (U_n) متتالية حسابية فإن: $S_n=(n-1)\left(\frac{U_2+U_n}{2}\right)$ إذن $S_n=(n-1)(-n+5)$.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

1 حساب النهايات: .... $(0.25pt+0.25pt)$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-3x-2)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-3x-2)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

2 دراسة إتجاه تغير الدالة g: .... $(0.5pt+0.75+0.5pt)$

✍المشتقة: لدينا $g(x)=x^3-3x-2$ إذن $g'(x)=3x^2-3$.

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$g'(x)$	+		−		+	

✍اشارة المشتقة: $g'(x)=0$ من أجل $3x^2-3=0$ أي $x^2=1$ إذن $x=1$ أو $x=-1$.

✍اتجاه التغير: إذن الدالة g متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$، ومتناقصة تماما على $[-1;1]$.

✍جدول التغيرات: .... $(1pt)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

3 تبيان أن (C_g) يقبل نقطة إنعطاف: .... $(0.25pt+0.25pt+0.25pt)$

لدينا: $g'(x)=3x^2-3$ إذن $g''(x)=6x$

ومنه $g''(x)=0$ من أجل $6x=0$ أي $x=0$

إذن المشتقة الثانية تنعدم وتغير اشارتها

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g''(x)$		−	0	+	

وعليه (C_g) يقبل نقطة إنطاف احداثياها $(0;g(0))$ أي $(0;-2)$.

4 تعيين معادة المماس (T): .... $(0.25pt+0.5pt)$

$y=g'(0)(x-0)+g(0)$، بعد التعويض نجد $g(0)=-2$ و $g'(0)=-3$ إذن $(T):y=-3x-2$.

5 تبيان أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $g(x)=(x+1)(x^2-x-2)$: .... $(0.5pt)$

لدينا: $(x+1)(x^2-x-2)=x^3-x^2-2x+x^2-x-2=x^3-3x-2=g(x)$.

6 تعيين احداثيات نقاط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات: .... $(0.75pt+0.25pt)$

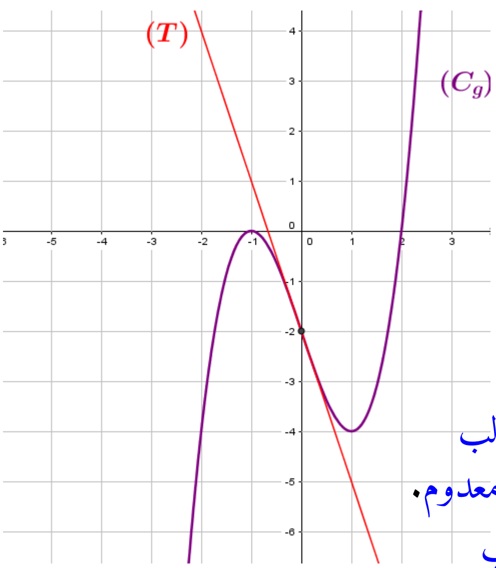
✍مع محور التراتيب: لدينا $g(0)=-2$ إذن (C_g) يقطع محور التراتيب في $(0;-2)$.

✍مع محور الفواصل: نضع $f(x)=0$ أي $x^2-x-2=0$

لدينا $\Delta=b_2-4ac=9$ إذن للمعادلة حلين هما :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-3}{2}=-1$ و $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+3}{2}=2$.

إذن (C_g) يقطع محور الفواصل في النقطتين $(-1;0)$ و $(2;0)$.



7 رسم (C_g) و (T): .... $(0.5pt+0.5pt)$

8 المناقشة حسب قيم m: .... $(1pt)$

حلول المعادلة $g(x)=m$ بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع (C_g) مع المستقيم الذي معادلته $y=m$.

✦ من أجل $m\in]-\infty;-4[$ المعادلة تقبل حل واحد واشارته سالبة.

✧ من أجل $m=-4$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

✦ من أجل $m\in]-4;-2[$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول حلين موجبين وحل سالب

✧ من أجل $m=-2$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول حلين مختلفين فالإشارة وحل معدوم.

✦ من أجل $m\in]-2;0[$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول حلين سالبين وحل موجب

✧ من أجل $m=0$ المعادلة تقبل حلين مختلفين فالإشارة

✦ من أجل $m\in]0;+\infty[$ المعادلة تقبل حل واحد واشارته موجبة.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(6نقاط)

1 تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من a،bوcعلى 8:...................$(3\times 0.5pt)$

لدينا $a\equiv -5[8]$ إذن $a\equiv -5+8[8]$ أي $a\equiv 3[8]$ ومنه باقي قسمة aعلى 8 هو 3.

لدينا $b\equiv 34[8]$ و $34\equiv 2[8]$ إذن حسب خاصية التعدي نجد $b\equiv 2[8]$ ومنه باقي قسمة bعلى 8 هو 2.

لدينا $c-a\equiv 6[8]$ أي $c-3\equiv 6[8]$ إذن $c\equiv 6+3[8]$ أي$c\equiv 9[8]$ ومنه$c\equiv 1[8]$ وعليه باقي قسمة cعلى 8 هو 1.

2 تعيين باقي القسمة الإقليدية لـ a^3+2b-c و$a\times b+c^{34}$ على 8:...................$(0.75pt+0.75pt)$

لدينا : $\begin{cases} a\equiv 3[8] \\ b\equiv 2[8] \\ c\equiv 1[8] \end{cases}$ إذن $a^3+2b-c\equiv 3^3+2(2)-1[8]$ أي $a^3+2b-c\equiv 30[8]$ ومنه$a^3+2b-c\equiv 6[8]$

وعليه باقي القسمة الإقليدية لـ a^3+2b-c على 8 هو 6.

لدينا : $\begin{cases} a\equiv 3[8] \\ b\equiv 2[8] \\ c\equiv 1[8] \end{cases}$ إذن $a\times b+c^{34}\equiv 3\times 2+1^{34}[8]$ أي $a\times b+c^{34}\equiv 7[8]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية لـ $a\times b+c^{34}$ على 8 هو 7.

3 تعيين قيم العدد الطبيعي n :...................$(5\times 0.25pt)$

العدد a^3+2b-c^n+1 مضاعف لـ8 معناه $a^3+2b-c^n+1\equiv 0[8]$

أي $7+n\equiv 0[8]$ ومنه $n\equiv -7[8]$ أي $n\equiv 1[8]$ وعليه $n=8k+1$.

ومنه مجموعة قيم العدد الطبيعي n الأصغر من 26 حتى يكون العدد a^3+2b-c^n+1 مضاعف لـ8 هي $\{1;9;17;25\}$

4 دراسة حسب قيم nبواقي قسمة 3^3على 11 :...................$(0.5+0.5pt)$

لدينا $3^0=1$ إذن باقي قسمة العدد 3^0 على 11هو 1 ، $3^1=3$ إذن باقي قسمة العدد 3^1 على 11هو 3

لدينا $3^2=9$ إذن باقي قسمة العدد 3^2 على 11هو 9 ، $3^3=27$ إذن باقي قسمة العدد 3^3 على 11هو 5

لدينا $3^4=81$ إذن باقي قسمة العدد 3^4 على 11هو 4 ، $3^5=243$ إذن باقي قسمة العدد 3^5 على 11هو 1

ومنه :

من أجل n يساوي	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$
باقي قسمة 3^n على 11هو	1	3	9	5	4

✦ استنتاج باقي قسمة العدد $3^{2017}+2$على 11 :...................$(3\times 0.25pt)$

لدينا : $2017=5(403)+2$ إذن $3^{2017}+2\equiv 3^{5(403)+2}+2[11]$

ومنه حسب الجدول نجد :$3^{2017}+2\equiv 9+2[11]$ أي $3^{2017}+2\equiv 0[11]$

اذن باقي قسمة العدد $3^{2017}+2$على 11 هو 0.

التمرين الثاني:(6نقاط)

1 حساب U_1و U_2:...................$(0.5pt+0.5pt)$

لدينا $U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n-4$ و $U_0=3$ إذن $U_1=\frac{1}{3}U_0-4=-3$ و$U_2=\frac{1}{3}U_1-4=-5$.

2 تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n :$U_n>-6$...................$(3\times 0.25pt)$

لدينا : من أجل $n=0$ ، $U_0=3>-6$ إذن $P(0)$صحيحة.

نفرض أن الخاصية $P(n)$صحيحة أي $U_n>-6$ ونثبت صحة الخاصية $P(n+1)$ أي $U_{n+1}>-6$

لدينا :$U_n>-6$ إذن $\frac{1}{3}U_n>-\frac{6}{3}$،ومنه بإضافة العدد -4 إلي طرفي المتباينة نجد $\frac{1}{3}U_n-4_n>-2-4$

إذن $U_{n+1}>-1$ ومنه $P(n+1)$صحيحة ، وعليه من أجل كل عدد طبيعي n :$U_n>-6$

3 أ) تبيان أن (V_n) متتالية هندسية: .... $(0.25pt+0.25pt+0.5pt)$

لدينا $V_n=U_n+6$ إذن $V_{n+1}=U_{n+1}+6$ أي $V_{n+1}=\frac{1}{3}U_n-4+6$ ومنه $V_{n+1}=\frac{U_n+6}{3}$ أي $V_{n+1}=\frac{1}{3}V_n$.

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ وحدها الأول $V_0=U_0+6$ أي $V_0=9$.

✦ استنتاج اتجاه تغير المتتالية (V_n) بما أن $V_0=9>0$ و $q=\frac{1}{3}<1$ فإن المتتالية (V_n) متناقصة على $\mathbb{N}$. $(0.5pt)$

ب) كتابة V_n بدلالة n: $V_n=V_0\times q^n$ أي $V_n=9\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .... $(0.5pt+0.5pt)$

✦ استنتاج عبارة U_n بدلالة n : لدينا $V_n=U_n+6$ إذن $U_n=V_n-6$ ومنه $U_n=9\left(\frac{1}{3}\right)^n-6$......... $(0.25pt+0.25pt)$

ج) حساب المجموع S_n: لدينا: $S_n=V_0+V_1+....+V_n$ كون (V_n) هندسية فإن $S_n=V_0\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

أي $S_n=V_0\left(\frac{1-(\frac{1}{3})^n}{1-\frac{1}{3}}\right)$ ومنه $S_n=\frac{27}{2}\left(1-(\frac{1}{3})^n\right)$ .... $(0.25pt+0.5pt)$

✦ استنتاج المجموع S'_n: لدينا $S'_n=U_0+U_1+....+U_n$......... $(0.25pt+0.25pt)$

كون $U_n=V_n-6$ فإن $(V_0-6)+(V_1-6)+....+(V_n-6)=V_0+V_1+....+V_n-6-6-....-6$

أي $S'_n=S_n-6(n+1)$ وعليه $S'_n=\frac{27}{2}\left(1-(\frac{1}{3})^n\right)-6n-6$.

التمرين الثالث :(8نقاط)

I/ 1 تعيين النهايتين: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-2$ و $\lim_{x\to3}f(x)=-\infty$......... $(0.5pt+0.5pt)$

2 تعيين حلول المعادلة $f(x)=-3$:......... $(0.5pt)$

مجموعة حلول هذه المعادلة بيانا هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=-3$ وهي $S=\{4\}$

✦ استنتاج قيمة b : لدين $f(x)=-2+\frac{b}{x-3}$ و $f(4)=-3$ إذن $-2+b=-3$ أي $b=-1$......... $(0.5pt)$

4 تعيين معادلة المستقيم (Δ) ...... $(1pt)$ 3 جدول التغيرات ...... $(0.5pt)$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	-2 ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ -2

بما أن (Δ) يقطع محور التراتيب في النقطة $(0;-3)$ فإن $b=-3$.

وكون $(3;0)\in(\Delta)$ فإن $a(3)-3=0$ إذن $a=1$ ومنه $(\Delta):y=x-3$

II/ 1 حساب نهايات الدالة f :...... $(0.25pt+0.25pt)$.

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-2x+5}{x-3}\right)=\frac{-2}{1}=-2$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-2x+5}{x-3}\right)=\frac{-2}{1}=-2$.

نستنتج أن النحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y=-2$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$... $(0.25pt)$

$\lim_{\substack{x\to3\\>}}f(x)=\lim_{\substack{x\to3\\>}}\left(\frac{-2x+5}{x-3}\right)=-\infty$ و $\lim_{\substack{x\to3\\<}}f(x)=\lim_{\substack{x\to3\\<}}\left(\frac{-2x+5}{x-3}\right)=+\infty$ .... $(0.25pt+0.25pt)$

نستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x=3$......... $(0.25pt)$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة f:......... $(0.5pt+0.25pt+0.25pt)$.

لدينا $f(x)=\frac{-2x+5}{x-3}$ إذن $f'(x)=\frac{-2(x-3)-1(-2x+5)}{(x-3)^2}$ أي : $f'(x)=\frac{1}{(x-3)^2}$ إذن $f'(x)>0$

وعليه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;3[$ و $]3;+\infty[$ ، جدول تغيرات f هو نفس الجدول السابق

3 تبيان أن (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 1: $(4\times0.25pt)$.

نضع $f'(x)=1$ معناه $\frac{1}{(x-3)^2}=1$ إذن $(x-3)^2=1$ أي $(x-3)^2-1=0$ أي $(x-3-1)(x-3+1)=0$

إذن $x-4=0$ أي $x=4$ أو $x-2=0$ أي $x=2$ ، وعليه (C_f) يقبل مماسين لهما نفس معامل التوجيه 1.

4 تعيين معادلة المماس (T) عند النقطة A: لدينا $(T):y=f'(4)(x-4)+f(4)$ أي $(T):y=x-7$ ...$(1pt)$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　المقاطعة الثانية لولاية البويرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي　　　　دورة: ماي **2017**

الشعب: آداب و فلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات　　　　المدة: **02** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 نقاط)

- عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات المقدمة مع التبرير:

1) الأعداد : $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ تمثل حدودا متتابعة من متتالية :

a) حسابية　　b) هندسية　　c) لاحسابية ولا هندسية

2) الحد الذي يساوي 2017 من المتتالية (u_n) المعرفة على IN^* بحدها العام $u_n = 2n\text{-}3$، رتبته هي :

a) 4031　　b) 1010　　c) 4028

3) عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (v_n)، التي حدها الأول $v_0 = 2$ و أساسها $q = -\frac{3}{2}$:

a) $v_n = (-\frac{3}{2})\,(2)^n$　　b) $v_n = 2(-\frac{3}{2})^n$　　c) $v_n = -2(\frac{3}{2})^n$

4) إذا كانت المتتالية (u_n) ثابتة حيث $u_1 = a$ (مع $a \neq 0$)، فإن المجموع $S=u_1+u_2+...+u_{100}$ هو:

a) $S=a$　　b) $S = \frac{1-a^{100}}{1-a}$　　c) $S=100a$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $7 \times 10^{2017} + 5 \times 10^{1438}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

<u>التمرين الثالث:</u> (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـِ: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (f' : الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحني الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.
6. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2(1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. العددان 2017 و 1438 متوافقان بترديد 6
2. إذا كان a عددا صحيحا يحقق $a \equiv -4[5]$ فإن باقي قسمة العدد a^{704} على 5 هو 1.
3. إذا كان a وb عددين صحيحين يحققان: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن العدد $a+2b$ مضاعف للعدد7
4. عدد جميع القواسم الصحيحة للعدد 126 هو 16.
5. إذا كان احتمال حادثة بسيطة A هو $P(A)=\frac{3}{4}$ فإن احتمال الحادثة العكسية لها هو $P(\overline{A}) = \frac{4}{3}$
6. عند رمي حجر نرد متوازن ذي ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 فاحتمال ظهور رقم فردي على الوجه هو $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

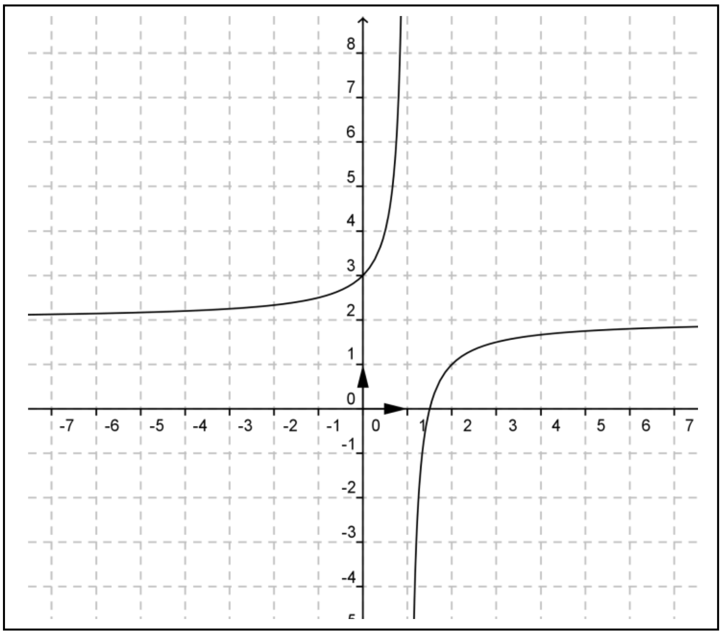
في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية البويرة 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بِـ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2.
2. أوجد علاقة بين v_{n+1} و v_n.
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة ناطقة معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)



1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f.
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني (Cf).
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 3$ ، $f(x) = 1$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x) > 3$.

نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعبارة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
7. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
8. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
9. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيهيهما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

تصحيح الموضوع الأول باكالوريا تجريبي شعبة أداب، المقاطعة الثانية لولاية بويرة

التمرين الأول

السؤال	الإجابة	التبرير المقترح	العلامة
1	a	الوسط الحسابي $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1=2\left(\frac{1}{2}\right)$	1 ;5
2	b	$u_n=2017$ معناه: $2n-3=2017$ أي $2n=2020$ إذن $n=1010$	1 ;5
3	b	$v_n=v_0q^n=2\left(-\frac{3}{2}\right)^n$	1 ;5
4	c	$S=100a$	1 ;5

التمرين الثاني

1	باقي قسمة 100 على 3 هو 1 لأن $100=33(3)+1$	1
2	لدينا: $10\equiv1[3]$ اذن $10^n\equiv1^n[3]$ أي: $10^n\equiv1[3]$ ومنه $10^n-1\equiv0[3]$	1
3	$a^7\equiv1[3]$ ومنه $4a^7\equiv4[3]$ إذن: $4a^7-6\equiv4-6[3]$ أي $4a^7-6\equiv-2[3]$ وبالتالي $4a^7-6\equiv1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7-6$ على 3 هو 1	1
4	لدينا: $10^n\equiv1[3]$ إذن: $10^{2017}\equiv1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438}\equiv1^{1438}[3]$ ، إذن: $(7)10^{2017}\equiv7[3]$ و $(5)10^{1438}\equiv5[3]$ إذن: $(7)10^{2017}+(5)10^{1438}\equiv12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(7)10^{2017}+(5)101438$ مضاعف للعدد 3	1 ;5
5	يكون العددان متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n\equiv1[3]$ إذن $n-2\equiv1[3]$ أي: $n\equiv0[3]$. وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k\ ;\ k\in Z$	1 ;5

التمرين الثالث

<table>
<tr><td>1</td><td>$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}-x^3=+\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}-x^3=-\infty$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$f'(x)=-3x^2-6x=-3x(x+2)$</td><td>0 ;5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>إشارة المشتقة: $f'(x)=0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>4</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>
</td><td>1 ;5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x)=0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1;2)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5</td><td>معادلة المماس: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نجد: $(\Delta):\ y=3x+5$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$(x+2)^2(1-x)=(x^2+4x+4)(1-x)=x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x=-x^3-3x^2+4=f(x)$</td><td>0 ;5</td></tr>
<tr><td></td><td>نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ نجد $x=-2$ أو $x=1$. إذن النقطتان:
$B(1\ ;0)\ ;\ C(-2\ ;0)$
نقط التقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0\ ;4)$</td><td>1

0 ;5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>الرسم</td><td>1</td></tr>
</table>

تصحيح الموضوع الثاني:

التمرين الأول

السؤال	الجواب	التبرير	العلامة
1	خطأ	2017−1438 = 579 وهذا العدد لا يقبل القسمة على 6	1
2		$a\equiv -4[5]$ يعني $a\equiv 1[5]$ إذن: $a^{704}\equiv 1[5]$ ومنه $a^{704}\equiv 1[5]$	1
3	صحيح	$a\equiv 2[7]$ و $b\equiv -1[7]$ فإن $2b\equiv -2[7]$ ومنه $a+2b\equiv 0[7]$ فالعدد $a+2b$ مضاعف للعدد7	1
4	خطأ	126 = 2*3²*7. عدد القواسم الصحيحة الموجبة هو 12=(2)(3)(2) ، أي 24 قاسم صحيح	1
5	خطأ	$P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$	1
6	خطأ	مجموعة النتائج الممكنة: {6; 5; 4; 3; 2; 1} أذا اعتبرنا الحادثة A: ظهور عدد فردي: A= {1 ;3 ;5} فإن: $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	1

التمرين الثاني

السؤال	التبرير	العلامة
1	$v_0 = 7500$ و $v_1 = v_0 + 0,02v_0 = 7500+0,02(7500) = 7650$ $v_2 = v_1 + 0,02v_1 = 7650+0,02(7650) = 7803$	1 ;5
2	$v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = v_n\,(1+0\,;02) = (1\,;02)\,v_n$	1
3	$v_{n+1} = 1\,;02\ v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1 ;02	0 ;5
4	$v_n = v_0(1\,;02)^n = 7500\,(1\,;02)^n$	1 ;5
5	عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : n = 2020−2005 =15 $u_{15} = 7500\,(1\,;02)^{15} = 10094$	1 ;5

التمرين الثالث

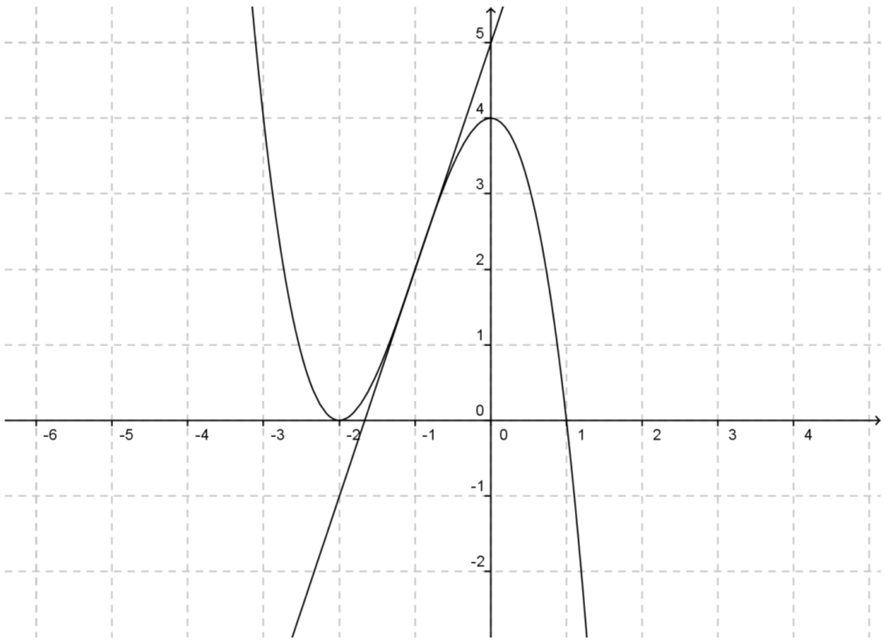
السؤال	التبرير	العلامة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$ $\lim_{x \underset{>}{\to} 1} f(x)=-\infty$ $\lim_{x \underset{<}{\to} 1} f(x)=+\infty$	1
2	معادلات المستقيمات المقاربة: y = 2 ، x = 1	1
3	اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ وعلى $]-\infty;1[$	1

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2 ↗	$+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	2

السؤال	التبرير	العلامة
4	حلول المعادلة f(x) = 3 هي {0} . حلول المعادلة f(x) = 1 هي {2}	1
5	حلول المتراجحة f(x) >3 هي]0 ;1[	1
6	$2-\frac{1}{x-1}=\frac{2(x-1)-1}{x-1}=\frac{2x-2-1}{x-1}=\frac{2x-3}{x-1}=f(x)$	1
7	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$ $\lim_{x \underset{>}{\to} 1} f(x)=-\infty$ $\lim_{x \underset{<}{\to} 1} f(x)=+\infty$	1
8	موجبة دوما لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماما	1

9	إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$ $x^2-2x=0$ أي $x(x-2) = 0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$	1

الرسم



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي دورة : **ماي 2017**

الشعب (ة) : **آداب وفلسفة ، لغات اجنبية**

اختبار في مادة : **الرياضيات** المدة: ساعتان

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الاول $u_0 = 2$ و $u_0 + 5u_1 + 5u_3 = 102$

1) بين أن : $u_1 + u_3 = 20$ و استنتج u_2

2) أحسب u_1 و استنتج أن أساس المتتالية (u_n) هو 4

3) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

4) أ/ أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

ب/ عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 162$

التمرين الثانـي : (06 نقاط)

1) أ/ عين بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4.

ب/ استنتج بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n

2) عين باقي قسمة 17 على 5 و استنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي

3) استنتج أن العدد $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي

4) عين باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2-x}{x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \dfrac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

2) أ/ عين $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{\substack{x\to1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim_{\substack{x\to1 \\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ استنتج المستقيمان المقاربان للمنحني (C_f)

3) أحسب $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(2;0)$.

5) أحسب $f(0)$ ، أنشئ المماس (T) ، المستقيمين المقاربين ثم المنحني (C_f)

6) أ/ أنشىء في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة $y = x - 2$.

ب/ حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \le x - 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c ثلاث أعداد صحيحة حيث $b \equiv 2[5]$ ، $a-b \equiv 2[5]$ ، $2a+c \equiv 4[5]$

1) بين أن : $a \equiv 4[5]$ و $c \equiv -4[5]$

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a \times b - 3c$ على 5

3) أ/ بين أن : $a \equiv -1[5]$ و $c \equiv 1[5]$

ب/ أثبت أن العدد $3 \times a^{2017} + 5 \times c^{1438} + 13$ مضاعف لـ 5

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $a^2+b^2+c^2+n \equiv 4[5]$ و $3 \le n \le 28$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(v_n)_{n\ge0}$ متتالية هندسية ذات اساس سالب حيث : $v_0=2$ و $v_2=18$

1) أحسب v_1 واستنتج اساس المتتالية (v_n)

2) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $v_n = 2\times(-3)^n$

3) أ/ أحسب $(-3)^8$ و استنتج أن العدد 13122 حد من حدود المتتالية (v_n)

ب / أحسب قيمة المجموع : $2+(-6)+18+\cdots+13122$

4) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n - 1$ مضاعف لـ 4

التمرين الثالث : (08 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

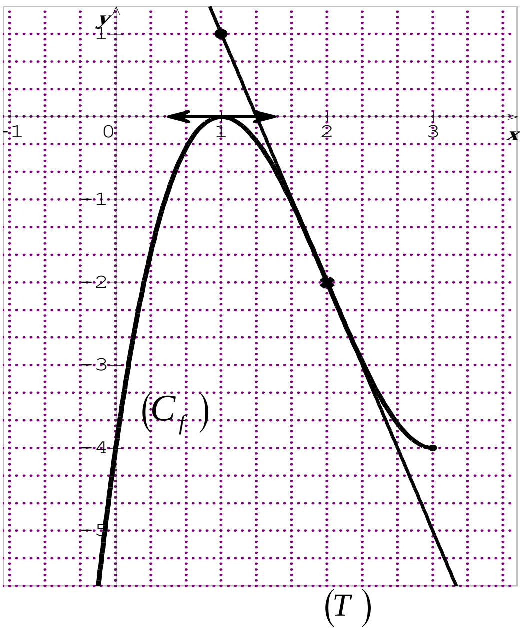
الجزء 1 : المنحني المقابل هو جزء من المنحني (C_f) ، والمستقيم (T) هو مماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2

بإستعمال المنحني (C_f) :

1) عين $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f'(1)$ و $f'(2)$

2) أكتب معادلة للمماس (T)

3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة (C_f) ، مع التعليل



الجزء 2 : نفرض أن : $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$

بإستعمال العبارة $f(x)$:

1) أ/ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

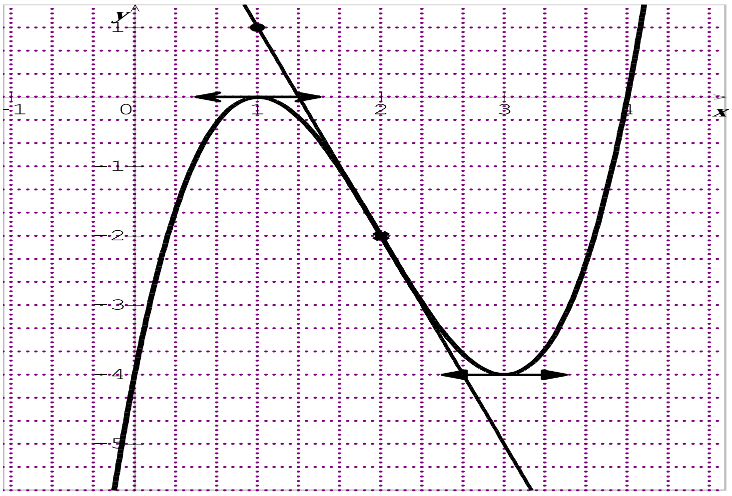
2) تحقق أن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

3) أ/ أنشر العبارة : $(x-1)(x^2-5x+4)$

4) ب/ عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل، ثم أكمل إنشاء المنحني (C_f)

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقاط)		06 ن
1) نبين أن : $a\equiv 4[5]$ و $c\equiv -4[5]$	0.5 ن	
لدينا $b\equiv 2[5]$ و $a-b\equiv 2[5]$ ومنه خاصية الجمع نجد $a\equiv 4[5]$	0.5+ ن	
لدينا $a\equiv 4[5]$ اذن $-2a\equiv -8[5]$ وبماأن $2a+c\equiv 4[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $c\equiv -4[5]$		
2) تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a\times b-3c$ على 5	0.5 ن	
لدينا $a\times b\equiv 3[5]$ و $-3c\equiv 2[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $a\times b-3c\equiv 0[5]$	0.5+ ن	
ومنه باقي القسمة الاقليدية للعدد $a\times b-3c$ على 5 هو 0		
3) أ/ نبين أن : $a\equiv -1[5]$ و $c\equiv 1[5]$	0.5 ن	
لدينا $a\equiv 4[5]$ ومنه $a\equiv 4-5[5]$ اي : $a\equiv -1[5]$	0.5+ ن	
لدينا $c\equiv -4[5]$ ومنه $c\equiv -4+5[5]$ اي : $c\equiv 1[5]$		
ب/ أثبات أن العدد $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13$ مضاعف لـ 5		
لدينا $a\equiv -1[5]$ وبالتالي $a^{2017}\equiv(-1)^{2017}[5]$ اي $a^{2017}\equiv -1[5]$	1.5 ن	
و لدينا $c\equiv 1[5]$ وبالتالي $c^{1438}\equiv 1[5]$		
وعليه نجد $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 3\times(-1)+5\times 1+13[5]$ أي $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 15[5]$		
ومنه $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 0[5]$ لان $15\equiv 0[5]$ حسب خاصية التعدي		
ج/ تعين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $a^2+b^2+c^2+n\equiv 4[5]$ و $3\leq n\leq 28$	1.5 ن	
لدينا $a^2\equiv 1[5]$ و $b^2\equiv 4[5]$ و $c^2\equiv 1[5]$ ومنه		
$a^2+b^2+c^2+n\equiv 4[5]$ معناه $6+n\equiv 4[5]$		
معناه $n\equiv -2[5]$ معناه $n\equiv 3[5]$ معناه $n\equiv 5k+3$ $(k\in\mathbb{N})$		
وبماأن $3\leq n\leq 28$ فإن قيم العدد الطبيعي هي 3، 8 ، 13 ، 18 ، 23 و 28		
التمرين الثاني: (06 نقاط)		06 ن
1) حساب v_1 واستنتج q اساس المتتالية (v_n)		
ـ حسب الوسط الهندسي للحدين v_0 و v_2 لدينا $v_1^2=v_0\times v_2$ أي $v_1^2=36$ وبماأن اساس المتتالية سالب فإن $v_1=-6$	01 ن	
ـ لدينا $q=\frac{v_1}{v_0}$ وبماأن $v_0=2$ و $v_1=6$ فإن $q=-3$	0.5 ن	
2) نبين أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $v_n=2\times(-3)^n$	0.5 ن	
عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) تكتب : $v_n=v_0\times q^n$ ومنه $v_n=2\times(-3)^n$ لان $q=-3$ و $v_0=2$		
3) أ/ حساب $(-3)^8$ و استنتاج أن العدد 13122 حد من حدود المتتالية (v_n)		
− $(-3)^8=6561$	0.5 ن	
− $v_n=13122$ يعني $v_n=2\times(-3)^n$ يعني $n=8\in\mathbb{N}$	01ن	
ب / حساب قيمة المجموع : $2+(-6)+18+\cdots+13122$	01 ن	
لدينا $2+(-6)+18+\cdots+13122=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_8$ اي		

كاملة	مجزأة	عناصر الإجابة
		العلامة
		$2+(-6)+18+\cdots+13122=\frac{v_0}{q-1}\left((-3)^9-1\right)$ ومنه $2+(-6)+18+\cdots+13122=9642$
	1.5 ن	4) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4 .... ّ من أجل $n=0$ لدينا $(-3)^0-1=0$ اي 0 مضاعف لـ 4 محققة ّ نفرض أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4 (فرضية التراجع) ونبرهن أن : $(-3)^{n+1}-1$ مضاعف لــ 4 لدينا فرضا $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4 يعني $(-3)^n-1=4k$ حيث $(k\in\mathbb{N})$ ومنه $(-3)^{n+1}-1=-3(-3)^n-1=-3(-3)^n+3-3-1$ اي $(-3)^{n+1}-1=-3\left((-3)^n-1\right)-4=-3(4k)-4=4(-3k-1)$ ومنه $(-3)^{n+1}-1$مضاعف لـ 4 وعليه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4
08 ن	0.25 3× 0.5+ن	**<u>التمرين الثالث :</u>** (08 نقاط) **<u>الجزء 1</u>** : بإستعمال المنحني (C_f) 1) $f(1)=0$ ، $f(2)=-2$ ، $f'(1)=0$ و $f'(2)$ هو معامل توجيه المماس عند النقطة ذات الفاصلة 2 والذي يشمل النقطتين ذات الاحداثيات $(1;1)$ و $(2;-2)$ ومنه $f'(2)=-3$
	0,5 ن	2) كتابة معادلة للمماس (T) $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=-3x+4$ ....
	0.5 ن	**3)** ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة (C_f) .... بمان المنحني (C_f)يخترق مماسه (T) في النقطة ذات الفاصلة 2 فإن هذه النقطة تمثل نقطة انعطاف للمنحني (C_f)
		<u>الجزء 2</u> : نفرض أن : $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$ بإستعمال العبارة $f(x)$:
	0.5ن 2×	1) <u>أ/ حساب نهايتي الدالة</u> f : $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ....
	0.5 ن	ب / <u>دراسة اتجاه تغير الدالة</u> f الدالة f قابلة للاشتقاق على و $f'(x)=3x^2-12x+9$ ....
	01ن	$\Delta=36$ ، $x_1=1$ ، $x_1=3$ .... الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[1;3]$.......
	0.5 ن	<u>جدول تغيرات الدالة</u> f ....
	0.5 ن	أ/ نشر العبارة : $(x-1)(x^2-5x+4)$ $(x-1)(x^2-5x+4)=x^3-6x^2-9x-4$ ....
	0,75 ن	ب/ تعين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل .... $f(x)=0$ يعني $(x-1)(x^2-5x+4)=0$ يعني $x=1$ أو $x=4$ ومنه $(C_f)\cap(xx')=\{(1;0);(4;0)\}$
	01ن	2) نبين أن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f).................................. الدالة قابلة للاشتقاق مرتين على و $f''(x)=6x-12$ – $f''(x)=0$ يعني $x=2$

العلامة		
كاملة	مجزأة	عناصر الإجابة
		— الدالة f'' موجبة على المجال $]2;+\infty[$ وسالبة على المجال $]-\infty;2[$
		اذن : بماإن الدالة f'' تنعدم عند 2 وتغير اشارتها عند 2 فإن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f)
	0,5 ن	أكمال إنشاء المنحني (C_f) 
		الموضوع الاول
06 ن		**التمرين الأول:** (06 نقاط)
		(u_n) متتالية حسابية حدها الاول $u_0=2$ و $u_0+5u_1+5u_3=102$
		1) نبين أن : $u_1+u_3=20$ و استنتاج u_2
	0,75	— $u_0+5u_1+5u_3=102$ يعني $5(u_1+u_3)=100$ اي $u_1+u_3=20$ ....
	0,75	— حسب الوسط الحسابي للحدين u_1 و u_3 لدينا $u_1+u_3=2u_2$ اي $u_2=10$ ....
		2) حساب u_1 و استنتاج أن أساس المتتالية (u_n) هو 4
	0,75	— حسب الوسط الحسابي للحدين u_0 و u_2 لدينا $u_0+u_2=2u_1$ اي $u_1=6$ ....
	0,75	— لدينا $r=u_1-u_0$ أي $r=4$ ....
	01 ن	3) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n ....
		$u_n=u_0+nr$ ومنه $u_n=2+4n$
	01 ن	4) أ/ حساب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ ....
		عدد الحدود هو $n+1$
		$S_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$ ومنه $S_n=2(n+1)^2$
	01 ن	ب/ تعين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=162$ ....
		$S_n=162$ يعني $(n+1)^2=81$ أي $n=8$ أو $n=-10\notin\mathbb{N}$ مرفوض

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة

06 ن

التمرين الثانـــي : (06 نقاط)

01 ن

1) أ/ تعين بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ....

$2^0 \equiv 1[5]$ ، $2^1 \equiv 2[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$ ، $2^3 \equiv 3[5]$ و $2^4 \equiv 1[5]$

ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 هي 1، 2، 3 و 4

01 ن

ب/ استنتاج بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n.......................

من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

$2^{4k} \equiv 1[5]$ ، $2^{4k+1} \equiv 2[5]$ ، $2^{4k+2} \equiv 4[5]$ و $2^{4k+3} \equiv 3[5]$

ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n هي 1، 2، 3 و 4

01 ن

2) تعين باقي قسمة 17 على 5 و استنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي ....

لدينا $17 \equiv 2[5]$

بماأن $17 \equiv 2[5]$ فإن $17^{4k} \equiv 2^{4k}[5]$

ومنه $17^{4k} \equiv 1[5]$ لان $2^{4k} \equiv 1[5]$ حسب خاصية التعدي حيث k عدد طبيعي

01 ن

3) استنتاج أن العدد $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي.....................

لدينا من أجل كل k عدد طبيعي ، $17^{4k} \equiv 1[5]$ و $2^{4k+3} \equiv 3[5]$ ومنه $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 10[5]$ أي $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 0[5]$

02 ن

4) تعيين باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$ ....

ـ لدينا : $61 \equiv 1[5]$ ومنه $61^{1954} \equiv 1[5]$

ـ ولدينا $2017 \equiv 2[5]$ وبماأن $2016 = 4 \times 504$ (2016 من الشكل $4k$)

ومنه $2017^{2016} \equiv 2^{4\times 504}[5]$ أي $2017^{2016} \equiv 1[5]$

ـ ولدينا $2^{49} \equiv 2[5]$ لان $49 = 4\times 12 + 1$ أي 49 من الشكل $4k+1$

وبالتالي $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954} \equiv 1 - 2 + 1[5]$ أي $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954} \equiv 3[5]$

ومنه باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$ هو 3

08 ن

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$

1) نبين أنه من أجل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

01 ن

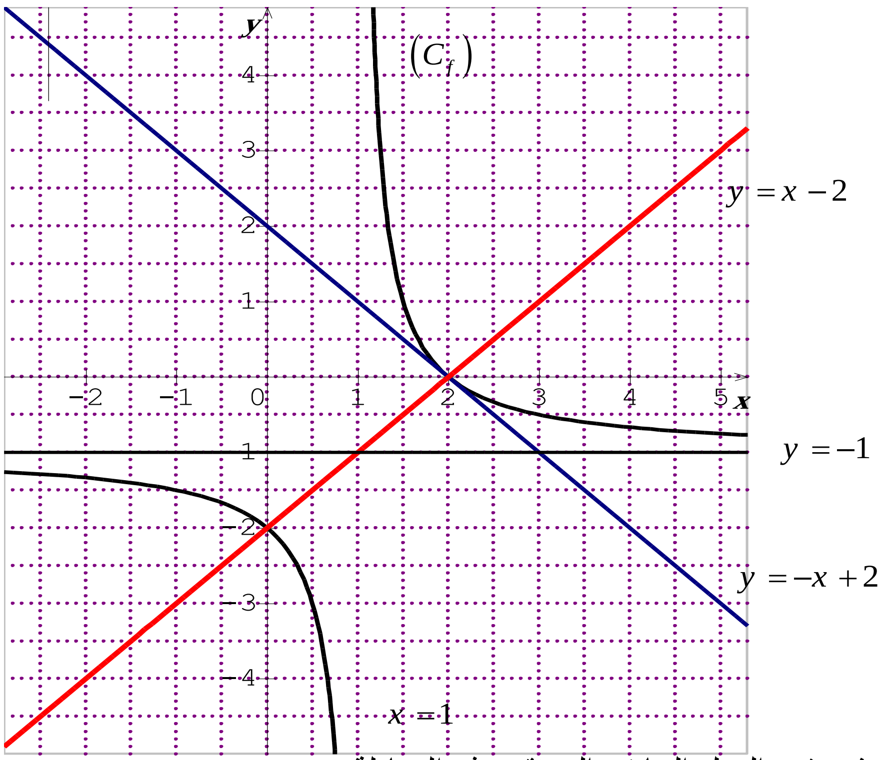
$f(x) = -1 + \frac{a}{x-1}$ يعني $f(x) = \frac{-x+1+a}{x-1}$ ومنه $a = 1$ ....

و بالتالي : $f(x) = -1 + \frac{1}{x-1}$

2) أ/ تعيين النهايات :

02 ن

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$ ....

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: كاملة
ب/ استنتاج المستقيمان المقاربان للمنحني (C_f)		
$y=-1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$		
$x=1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)..	0,5 ن	
3) حساب $f'(x)$ وتشكيل جدول تغيرات الدالة f	01 ن	
الدالة f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$ و $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$ اي $f'(x)<0$		
ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$		
4) كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(2;0)$...	01 ن	
$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=-x+2$		
5) $f(0)=-2$ ، إنشاء المماس (T) ، المستقيمين المقاربين ثم المنحني (C_f)	0,25 0,25 01 ن	
		
6) أ/ إنشاء في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة $y=x-2$	0,25	
ب/ حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x)\le x-2$..	0,75	
$S=[0;1[\cup[2;+\infty[$		

المقاطعة التفتيشية الأولى — مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا تجريبية — 2017/2016

الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية

المادة : رياضيات — **المدة** : ساعتان و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 و أساسها $r=-3$ بحيث : $u_0+u_1+u_2+u_3=-10$

1) أحسب u_0

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2-3n$

3) تحقّق أنّ العدد (-2017) حدّ من حدود المتتالية (u_n) ما رتبته ؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n

ب) استنتج قيمة المجموع $S'=u_0+u_1+...+u_{673}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a=2017$, $b=1438$

1) أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على العدد 5

ب) استنتج مما سبق باقي القسمة الإقليدية للعدد $a+b$ على العدد 5

2) أ) تحقّق أنّ $a^2\equiv -1[5]$ و $b^2\equiv -1[5]$

ب) استنتج أنّه مهما كان العدد الطبيعي n فإن العدد $a^{4n}+b^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $a^{4n}+n-1\equiv 0[5]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1)أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها على R

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكّل جدول تغيراتها

4) أ) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة A

5) بيّن أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإنّ $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

6) حل في R المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثيي كل منهما

7) أرسم المنحني (C_f) و المماس (T)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 2$

1) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 1$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ و حدّها الأوّل $v_0 = 4$

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

3) أحسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

ب) استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمس الآتية مع التعليل :

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد $2^3 \times 7^2$ هو	6	12	9
2	العددان 1438 و 2017 متوافقان بترديد	3	2	9
3	إذا كان a و b عددين صحيحين بحيث $a \equiv -5[3]$ و $b \equiv 2[3]$ فإنّ	$a^2 - b^2 \equiv 1[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 2[3]$
4	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -1[5]$ فإنّ	$a^{2017} \equiv 2[5]$	$a^{2017} \equiv 1[5]$	$a^{2017} \equiv 4[5]$
5	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -11[9]$ فإنّ باقي قسمة a على 9 هو	7	5	3

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1) أ) أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\xrightarrow{<}+2} f(x)$, $\lim_{x\xrightarrow{>}+2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f

4) أ) تحقّق أنّه مهما كان x من $R-\{2\}$ فإنّ : $f(x)=2+\frac{5}{x-2}$

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات

6) أرسم المنحني (C_f)

المقاطعة التفتيشية الأولى — مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا تجريبية — 2017/2016

الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية

المادة : رياضيات — المدة : ساعتان ونصف

تصحيح الموضوع الأول

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

(1	لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$ معناه $u_0 = 2$	01.5
(2	من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$	01
(3	لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد -2017 حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ $u_n = -2017$ و هو حد رتبته 674	01
(4	أ) $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{(n+1)(4-3n)}{2}$ ب) $S' = S_{673} = \frac{(673+1)(4-3\times 673)}{2} = -679055$ يمكن أن نستخدم الطريقة الآتية أيضا : $S' = \frac{674}{2}(2-2017) = -679055$	01.5 01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

(1	أ) $a = 5\times 403 + 2$ و $b = 5\times 287 + 3$ ب) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $a + b \equiv 5[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$	01 01
(2	أ) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ب) لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \\ b^2 \equiv 1[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1\times 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n+2} \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$	01 02
(3	لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $n \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k$ $(k \in N)$ (n مضاعفات العدد 5)	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

<table>
<tr><td>(1</td><td>

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>

$f'(x)=3x^2+6x$

لدينا $f'(x)=3x(x+2)$ معناه $x=0$ أو $x=-2$

إشارة المشتقة :

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
</table>

</td><td>0.5
01</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0\,;+\infty[$ و على المجال $]-\infty\,;-2]$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-2\,;0]$

جدول التغيرات :

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>-4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

</td><td>0.5
01</td></tr>
<tr><td>(4</td><td>

أ) $f''(x)=6x+6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند -1 و تغير إشارتها ومنه $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ب) معادلة المماس : $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)=-3x-5$

</td><td>01
0.5</td></tr>
<tr><td>(5</td><td>

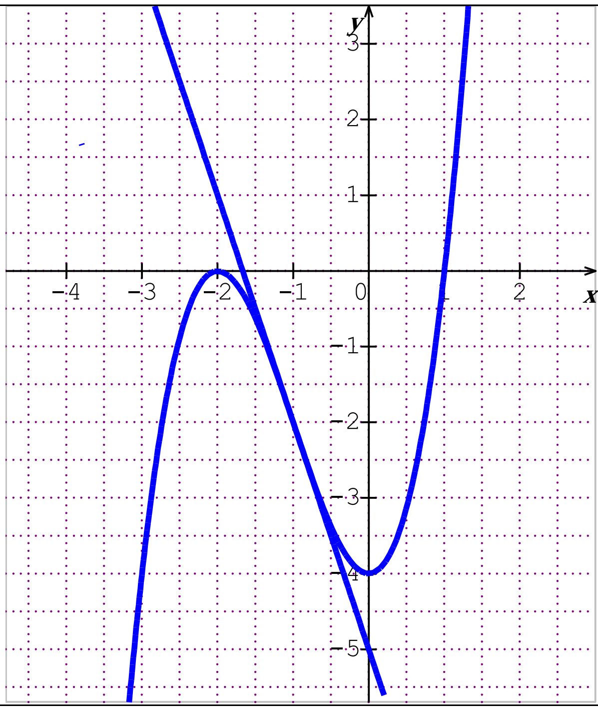
$(x-1)(x+2)^2=(x-1)(x^2+4x+4)=x^3+3x^2-4=f(x)$

</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>(6</td><td>

$f(x)=0$ معناه $(x-1)(x+2)^2=0$ معناه $x=1$ أو $x=-2$ و منه

المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$

</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(7</td><td>



</td><td>01</td></tr>
</table>

تصحيح الموضوع الثاني

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

1)	$u_1 = 3u_0 + 2 = 3\times 3 + 2 = 11$, $u_2 = 3u_1 + 2 = 3\times 11 + 2 = 35$ $u_3 = 3u_2 + 2 = 3\times 35 + 2 = 107$	0.75
2)	أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$ ب) $v_n = v_0 \times q^n = 4\times 3^n$, $u_n = v_n - 1 = 4\times 3^n - 1$	0.75 01.5
3)	$v_{n+1} - v_n = 4\times 3^{n+1} - 4\times 3^n = 4\times 3^n(3-1) = 8\times 3^n > 0$ نستنتج أن (v_n) متزايدة تماما	01.25
4)	أ) $S_n = v_0 \times \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1} = 4\times \dfrac{3^{n+1}-1}{3-1} = 2(3^{n+1}-1)$ ب) $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + ...(v_n - 1)$ $= (v_0 + v_1 + ...v_n) + (-1-1...-1) = S_n - 1\times(n+1) = 2(3^{n+1}-1) - n - 1$	0.75 01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

1)	الاقتراح الصحيح : (ب) 12 التعليل : $(3+1)\times(2+1) = 12$	01
2)	الاقتراح الصحيح : (أ) 3 التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأنّ $579 = 3\times 193$	01
3)	الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ و منه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	01.5
4)	الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$ التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$ و منه $a^{2017} \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$	01.5
5)	الاقتراح الصحيح : (أ) 7 التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ و منه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

<table>
<tr><td>01</td><td>

أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = +\infty$

ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

$y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$

</td><td>(1</td></tr>
<tr><td>01</td><td>

$$f'(x) = \frac{2(x-2)-1(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$$

الدالة f متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها

</td><td>(2</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>

جدول التغيرات

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+2$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>||</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+2$ ↘ $-\infty$</td><td>||</td><td>$+\infty$ ↘ $+2$</td></tr>
</table>

</td><td>(3</td></tr>
<tr><td>0.5
02</td><td>

أ) $f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)+5}{x-2} = 2 + \frac{5}{x-2}$

ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ5 هي $1, -1, 5, -5$ فإنّ

$x-2 \in \{1,-1,-5,+5\}$ ومنه $x \in \{+3,+1,-3,+7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7,-3,+1,+3\}$

ومنه النقط المطلوبة هي : $A(3;7)$, $B(1;-3)$, $C(-3;1)$, $D(7;3)$

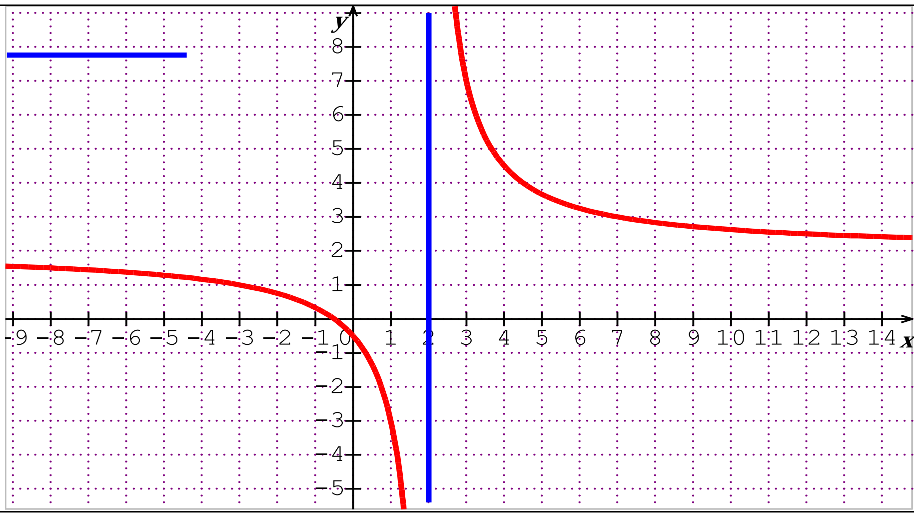
</td><td>(4</td></tr>
<tr><td>01</td><td>

$f(x) = 0$ معناه $2x+1 = 0$ معناه $x = -\frac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في

نقطة وحيدة احداثياها $(0;-\frac{1}{2})$ و بما أنّ $f(0) = -\frac{1}{2}$ فإنّ (C_f) يقطع حامل محور التراتيب

في نقطة وحيدة احداثياها $(-\frac{1}{2};0)$

</td><td>(5</td></tr>
<tr><td>01</td><td>



</td><td>(6</td></tr>
</table>

الجمهـــــورية الجزائريـــــة الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد هتاسة حمو بأولاد محمود (المطارفة) ادرار امتحان البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيـات

الشعبة : 3 آداب وفلسفة + 3 لغات دورة ماي 2015م الموافق لــ 1436هـ **التوقيت : ساعـتان و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقطة) نعتبر العددان الطبيعيان الآتيان : $a = 1436$ و $b = 2014$

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a , b على 3 .
2) تحقق من أن : $a \equiv -1[3]$ ثم استنتج أن : $a^{2015} + b^{1436} \equiv 0[3]$.
3) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a^3 + 7b$, $2ab$ على 3 .
4) بين أن العدد $a + 52b$ يقبل القسمة على 3 .

التمرين الثاني : (06 نقطة) نعتبر (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ و $u_4 + u_2 = 20$.

1) احسب الحد الأول u_0 .
2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
3) نعتبر المجموع التالي : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots\ldots + u_n$
   - احسب بدلالة n المجموع S_n ثم عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 70$.
4) نعتبر (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بحيث كما يلي : $v_n = 2^{3n+1}$
   أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 8 .
   ب) احسب المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots\ldots. + v_7$.

التمرين الثالث : (09 نقطة) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -2x^3 + 6x - 4$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال مجموعة تعريفها .
2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها .
3) بين أن النقطة $S(0; -4)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .
4) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة $S(0; -4)$.
5) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -2(x+2)(x-1)^2$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل .
6) عين نقاط تقاطع المنحني (C_f) و المستقيم (d) المعرف بالمعادلة : $y = -4$.
7) أرسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .
8) حدد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x) = -3$.

*** انتهـــى الموضوع الأول ***

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (07 نقطة) f دالة معرفة على المجال $]1\,;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2+\frac{3}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم .

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية مع التعليل :

س1) يمكن كتابة الدالة f من الشكل : أ) $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$. ب) $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$. جـ) $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$.

س2) f دالة قابلة للاشتقاق على المجال $]1\,;+\infty[$ و دالتها المشتقة f' بحيث تكتب $f'(x)$ من الشكل :

أ) $f'(x)=\frac{-3}{(x-1)^2}$. ب) $f'(x)=\frac{3}{(x-1)^2}$. جـ) $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}$.

س3) نهاية $f(x)$ عند $+\infty$ هي : أ) $+\infty$. ب) 2 . جـ) 3 .

س4) (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً معادلته : أ) $x=1$. ب) $x=2$. جـ) $y=3$.

س5) باقي القسمة الاقليدية للعدد -38 على 7 هو : أ) 2 . ب) 3 . جـ) 4 .

س6) n عدد طبيعي غير معدوم باقي القسمة الاقليدية للعدد 25^n على 8 هو : أ) 1 . ب) 2 . جـ) 6 .

س7) x عدد صحيح باقي قسمته على 9 هو 4 فإن : أ) $x\equiv -4[9]$. ب) $x^2\equiv 7[9]$. جـ) $7x\equiv 3[9]$.

التمرين الثاني : (05 نقطة) نعتبر (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$ و $u_0=1$ من أجل كل عدد طبيعي n .

و (v_n) متتالية أخرى معرفة كما يلي : $v_n=u_n-4$ من أجل كل عدد طبيعي n .

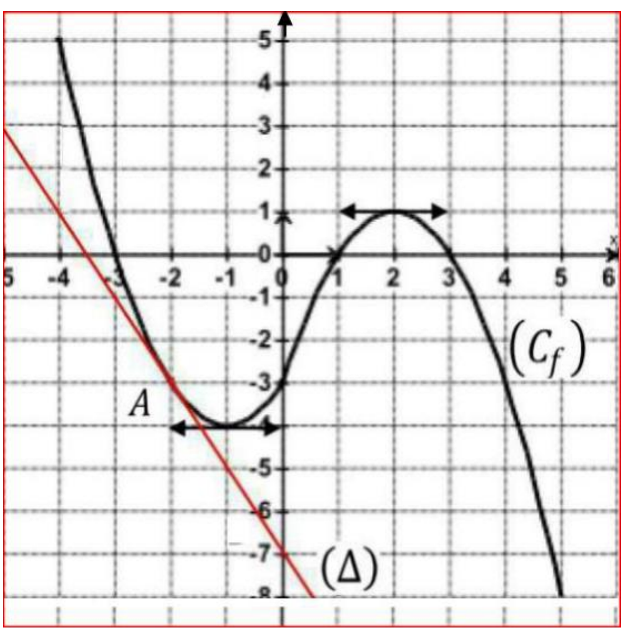
1) احسب الحدود $u_1\,,u_2\,,v_0\,,v_1$.

2) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

3) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

4) احسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n=u_0+u_1+u_2+u_3+\ \dots\dots\ +u_n$.

التمرين الثالث : (08 نقطة)



الشكل المقابل يمثل (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-4\,;5]$ و دالتها المشتقة f' و (Δ) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A , بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1) عين صور الأعداد $2\,,-1\,,-2\,,0$ بالدالة f .

2) احسب : $f'(2)$ و $f'(-1)$ و $f'(-2)$.

3) حدد إشارة $f(x)$ على المجال $[-4\,;5]$.

4) حدد اتجاه تغيرات الدالة f ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

5) أنشئ جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-4\,;5]$.

6) حدد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x)=-2$.

7) حل بيانياً المتراجحة التالية : $f(x)>-3$.

8) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) .

*** انتهـــى الموضوع الثاني ـــــ أتمنى لكم التوفيق ***

يقول حكيم : " المتواكل هو الشخص الذي يتغنى بأن الصبر هو مفتاح الفرج ، ولا يكلف نفسه عناء البحث عن الباب الذي سيستخدم فيه هذا المفتاح لفتحه "

الموضوع الأول

الأجـــوبة — العلامة

حل التمرين الأول(05 نقطة)

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a , b على 3 .

لدينا : $a = 3\times 478 + 2$ و $b = 3\times 671 + 1$ — 0.5ن

و منه باقي قسمة العدد a على 3 هو 2 و باقي قسمة العدد b على 3 هو 1 . — 0.5ن

2) التحقق من أن : $a \equiv -1[3]$.

لدينا $a-(-1) = 1437 = 3\times 479$ — 0.5ن

و منه $a-(-1)$ مضاعف للعدد 3 و منه $a \equiv -1[3]$.

استنتاج أن : $a^{2015} + b^{1436} \equiv 0[3]$.

لدينا $a \equiv -1[3]$ و $b \equiv 1[3]$ — 0.5ن

و منه $a^{2015} + b^{1436} \equiv -1+1[3]$

ومنه $a^{2015} + b^{1436} \equiv 0[3]$. — 0.5ن

3) تعيين باقي قسمة a^3+7b , $2ab$ على 3 .

لدينا $a^3+7b \equiv 8+7[3]$ و $2ab \equiv 4[3]$ — 0.5ن

ومنه $a^3+7b \equiv 0[3]$ و $2ab \equiv 1[3]$ — 0.5ن

و منه باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+7b على 3 هو 0 — 0.5ن

و باقي القسمة الإقليدية للعدد $2ab$ على 3 هو 1 . — 0.5ن

4) نبين أن العدد $a+52b$ يقبل القسمة على 3 .

لدينا $a+52b \equiv 2+52[3]$ ومنه $a+52b \equiv 54[3]$

و منه $a+52b \equiv 0[3]$ ومنه العدد $a+52b$ يقبل القسمة على 3 . — 0.5ن

حل التمرين الثاني (06 نقطة)

1) حساب الحد الأول u_0 .

لدينا $u_4 = u_0 + 12$ و منه $u_2 = u_0 + 6$

و منه $2u_0 + 18 = 20$ و منه $2u_0 = 2$ و منه $u_0 = 1$. — 01ن

2) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1+3n$. — 0.5ن

3) حساب بدلالة n المجموع S_n :

$$S_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2} = \frac{(n+1)(1+1+3n)}{2} = \frac{(n+1)(2+3n)}{2}$$ — 1.5ن

تعيين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 70$.

لدينا $S_n = 70$ تكافئ $\frac{(n+1)(2+3n)}{2} = 70$

و تكافئ $2n + 3n^2 + 2 + 3n = 140$

و تكافئ $3n^2 + 5n - 138 = 0$ معادلة من الدرجة الثانية

مميزها $\Delta = 25 - 4\times 3(-138) = 1681$

و منه المعادلة تقبل حلين هما : $n_1 = \frac{-5+41}{6} = 6$ و $n_1 = \frac{-23}{3}$ — 01ن

و منه قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 70$ هي 6 .

4) أ) نبين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 8 .

من اجل كل عدد طبيعي n لدينا : $v_{n+1} = 2^{3n+3+1} = 2^3 \times 2^{3n+1}$

و منه $v_{n+1} = 8v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها 8 . — 01ن

ب) حساب المجموع S .

$$S = v_0 \times \frac{1-8^8}{1-8} = 2\times\frac{1-8^8}{-7} = 4793490$$ — 01ن

حل التمرين الثالث (09 نقطة)

1) حساب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال مجموعة تعريفها .

لدينا $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(-2x^3) = -\infty$ — 0.5ن

و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-2x^3) = +\infty$. — 0.5ن

2) دراسة اتجاه تغيرات الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها .

حساب الدالة المشتقة : الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة

f' حيث : $f'(x) = -6x^2 + 6$ — 0.5ن

دراسة إشارة $f'(x)$:

$f'(x) = 0$ تكافئ $x^2 - 1 = 0$ و تكافئ $x = 1$ أو $x = -1$

و منه إشارة $f'(x)$ كما في الجدول الآتي :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

— 0.5ن

و منه الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]-1,1[$ و متناقصة تماماً على المجاليـــن

$]-\infty,-1[$ و $]1,+\infty[$. — 0.5ن

إنشاء جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗	0	↘	$-\infty$

— 0.5ن

حساب القيمتين الحديتين $f(1)$ و $f(-1)$:

$f(-1) = -8$ ، $f(1) = 0$ — 2×0.25ن

3) نبين أن $S(0;-4)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f''(x) = -12x$ — 0.5ن

و إشارة $f''(x)$ كما في الجدول الآتي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

— 0.5ن

و منه f'' تنعدم عند 0 و مغيرة إشارتها و $f(0) = -4$

و منه $S(0;-4)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

4) كتابة معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) عند S .

معادلة (Δ) هي من الشكل : $y = f'(0)x + f(0)$ أي $y = 6x - 4$ — 0.5ن

5) نبين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$f(x) = -2(x+2)(x-1)^2$.

نضع $T = -2(x+2)(x-1)^2$ و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$T = (-2x-4)(x^2-2x+1)$$
$$= -2x^3 + 4x^2 - 2x - 4x^2 + 8x - 4$$
$$= -2x^3 + 6x - 4 = f(x)$$ — 0.5ن

استنتاج نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل .

لدينا $f(x) = 0$ تكافئ $x+2 = 0$ أو $x - 1 = 0$ — 0.5ن

و تكافئ $x = -2$ أو $x = 1$ ، ومنه (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين

احداثياها $(1;0)$ و $(-2;0)$. — 0.25ن

6) تعيين تقاطع المنحني (C_f) و المستقيم (d) .

المعادلة $f(x) = -4$ تكافئ $-2x^3 + 6x = 0$ — 0.5ن

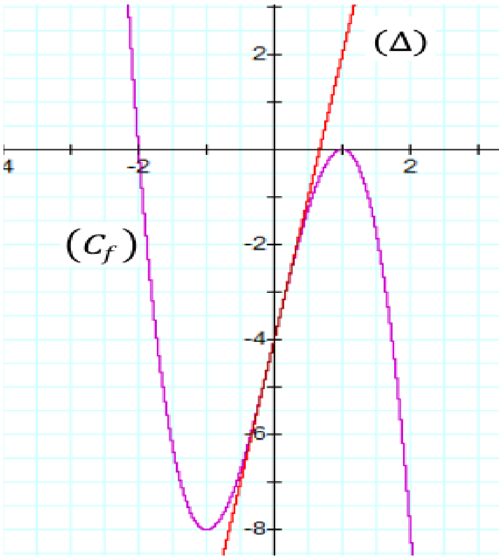
و تكافئ $-2x(x^2-3) = 0$ و تكافئ $-2x = 0$ أو $x^2 = 3$ — 0.25ن

و تكافئ $x = 0$ أو $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$ — 0.25ن

و منه المنحني (C_f) و المستقيم (d) يتقاطعان في ثلاث نقاط احداثياها — 0.25ن

$(0;-4)$ و $(\sqrt{3};-4)$ و $(-\sqrt{3};-4)$.

7) رسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) . — (0.75+0.5)ن



8) تحديد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x) = -3$:

عدد حلول المعادلة : $f(x) = -3$ هو 3 . — 0.25ن

الموضوع الثاني

الأجوبة	العلامة

حل التمرين الأول(07 نقطة)

اختيار الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية مع التعليل :

ج1) يمكن كتابة الدالة f من الشكل : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

لأن : $2 + \frac{3}{x-1} = \frac{2x-2+3}{x-1} = \frac{2x+1}{x-1}$. 01ن

ج2) f دالة قابلة للاشتقاق على المجال $]1\,;+\infty[$ و دالتها المشتقة f' بحيث تكتب $f'(x)$ من الشكل : $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

لأن : $\frac{-3}{(x-1)^2} = \frac{2x-2-2x-1}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)-1(2x+1)}{(x-1)^2} = f'(x)$. 01ن

ج3) نهاية $f(x)$ عند $+\infty$ هي : 2 . 01ن

لأن : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{x}\right) = 2$.

ج4) (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً معادلته : $x = 1$ 01ن

لأن : $\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = +\infty$.

ج5) باقي القسمة الاقليدية للعدد -38 على 7 هو : 4 . 01ن

لأن : $-38 = 7\times(-6)+4$

ج6) n عدد طبيعي غير معدوم باقي القسمة الاقليدية للعدد 25^n على 8 هو : 1 .

لأن $25 \equiv 1[8]$ و منه $25^n \equiv 1[8]$. 01ن

ج7) x عدد صحيح باقي قسمته على 9 هو 4 فإن : $x^2 \equiv 7[9]$

لأن $x \equiv 4[9]$ و منه $x^2 \equiv 16[9]$ و منه $x^2 \equiv 7[9]$ 01ن

حل التمرين الثاني (05 نقطة)

1) حساب الحدود u_1 , u_2 , v_0 .

لدينا $u_1 = \frac{1}{4}u_0 + 3 = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$ 0.25ن

و $u_2 = \frac{1}{4}u_1 + 3 = \frac{13}{16} + 3 = \frac{61}{16}$ 0.25ن

و $v_0 = u_0 - 4 = 1 - 4 = -3$ 0.25ن

و $v_1 = u_1 - 4 = \frac{13}{4} - 4 = -\frac{3}{4}$ 0.25ن

2) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

و منه $v_{n+1} = u_{n+1} - 4 = \frac{1}{4}u_n + 3 - 4$

و منه $v_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - 1 = \frac{1}{4}(u_n - 4)$

و منه $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ و منه (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $\frac{1}{4}$ 1.5ن

3) كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n .

من اجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$v_n = -3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$ و منه $u_n = 4 - 3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$. 2×0.5ن

4) حساب بدلالة n المجموع S_n : لدينا : $u_n = v_n + 4$

و منه $S_n = (v_0+4) + (v_1+4) + \;\dots\dots\dots + (v_n+4)$ 0.25ن

و منه $S_n = v_0 \times \frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}} + 4(n+1)$

$S_n = -3\times\frac{1-\frac{1}{4^{n+1}}}{\frac{3}{4}} + 4n + 4$ 01ن

. $S_n = -4 + \frac{4}{4^{n+1}} + 4n + 4 = 4n + \frac{1}{4^n}$ 0.25ن

حل التمرين الثالث (08 نقطة)

1) تعيين صور الأعداد 2 , -1 , -2 , 0 بالدالة f .

$f(-2) = -3$, $f(-1) = -4$, $f(2) = 1$

. $f(0) = -3$ 4×0.25ن

2) حساب : $f'(-2)$, $f'(-1)$, $f'(2)$.

$f'(-1) = 0$, $f'(2) = 0$ 2×0.5ن

و $f'(-2)$ هو معامل توجيه المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(-2;-3)$ و يشمل النقطة $B(\,0;-7)$

و منه $f'(-2) = \frac{-7+3}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2$. 0.5ن

3) تحديد إشارة $f(x)$ على المجال $[-4\,;5]$.

إشارة $f(x)$ كما في الجدول الآتي : 01ن

x	-4		-3		1		3		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

4) تحديد اتجاه تغيرات الدالة f ثم استنتاج إشارة $f'(x)$. 2×0.5ن

الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]-1\,,2[$ و متناقصة تماماً على المجالين $]-4\,,-1[$ و $]2\,,5[$

و منه إشارة $f'(x)$ كما في الجدول الآتي : 0.5ن

x	-4		-1		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5) إنشاء جدول تغيرات الدالة f . 01ن

x	-4		-1		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	5		-4		1		-8

6) تحديد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x) = -2$. 0.5ن

عدد حلول المعادلة : $f(x) = -2$ هو 3 .

7) نحل بيانياً المتراجحة التالية : $f(x) > -3$. 0.5ن

حلول المتراجحة $f(x) > -3$ هي $[-4\,,-2[\cup]0\,,4[$.

8) كتابة معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) .

معادلة (Δ) هي من الشكل : $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$ 01ن

أي $y = -2x - 7$.

**** انتهى **** مع تمنيات أستاذ المادة بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا دورة جوان 2015 ****