



على المرشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول (20ن)

الترin الأول: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_C = -3 - 3i$ ، $z_B = 1 + 3i$ ، $z_A = 2 - 2i$ و

أجب ب صحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) الشكل الأسي للعدد $e^{i\frac{3\pi}{2}} \left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right)^{2023}$ هو

2) لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتحاكي الذي مرکوه C ونسبة 2 هي: $z_D = 7 - i$

3) قيم الأعداد الصحيحة n حتى يكون: $(z_A - \bar{z}_B - z_C)^{2n}$ عددا حقيقيا موجبا هي: $n = 2k + 1$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

4) المجموعة (E) للنقط M ذات الاحقة z حيث: $|z + 3 - 3i| = |iz + 3 - i|$ هي المستقيم محور القطعة المستقيمة $[BC]$

الترin الثاني: (04 نقاط)

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينهم باللمس منها ثلاثة كريات بيضاء، ستة كريات حمراء وواحدة خضراء

I) نسحب من الكيس على التوالي كرتين دون ارجاع ونعتبر الحادفين :

"الحصول على كرية بيضاء في السحب الثاني" C : "الحصول على كرية حمراء في السحب الأول" A

1) احسب: $P_A(C)$ ، $P(A \cap C)$ و $P(A)$

2) احسب $P(C)$. هل الحادفين A و C مستقلتين؟ بره اجابتك

II) نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد

المتغير العشوائي الذي يرقق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة X

1) عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

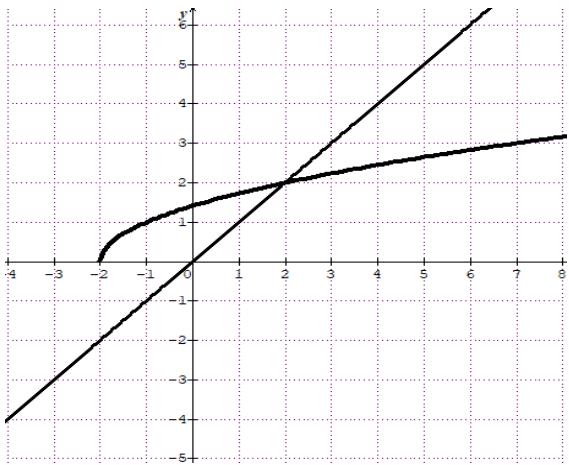
2) احسب $P(X^2 - 4X = 0)$

الترin الثالث: (05 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [-2, +\infty)$ كأيلي: $f(x) = \sqrt{x+2}$ ولتكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $x = y$ ، (u_n) المتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كأيلي: $u_0 = 0$

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2, +\infty)$



2) أ) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل المحدود

u_0, u_1, u_2 و u_3 مبرزا خطوط الرسم

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

3) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$

4) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

5) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$

ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدالة g معرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $[0; +\infty]$ ثم تحقق أن: $1,5 < \alpha < 1,6$

3) استنتاج اشارة (x) g على المجال $[0; +\infty]$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كـ

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(\vec{o}; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$: فسر النتيجة هندسياً ثم احسب

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty]$ فإن

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين أن: $f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$ ، عين حصراً للعدد (α)

3) أ) ليكن المنحنى (Γ) الذي معادلته $y = \ln x$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ فسر النتيجة هندسياً.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Γ)

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) أنشئ (T) ، (C_f) و (Γ)

5) أ) بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $[0; +\infty]$

ب) استنتاج دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty]$

ج) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمنحنى (Γ) والمستقيمين

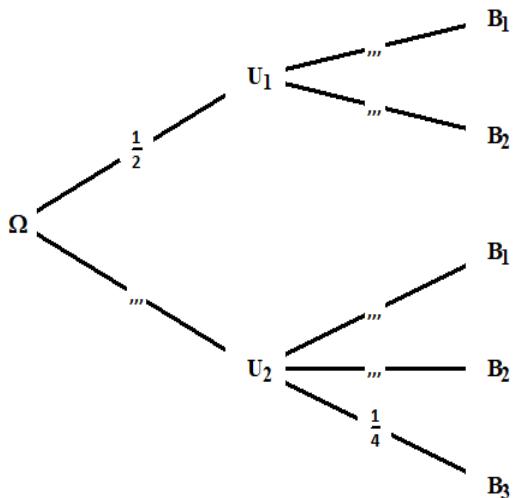
ذو المعادلتين $x = e$ ، $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول: (40 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقين متماثلان ، الصندوق U_1 يحوي كرتين تحملان الرقين 1 و 2 والصندوق U_2 يحوي أربع كرات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و 3 جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينهم باللمس.



I) نختار عشوائياً أحد الصندوقين ثم نسحب منه كرة بطريقة عشوائية
 1) نرمز لكل كرة مرقة بالرمز B_i حيث i رقم الكرة
 - انقل ثم اكل الشجرة المقابلة.

2) ما هو احتمال سحب كرة تحمل الرقم 1.

3) اذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال
 أن تكون قد سحب من الصندوق U_1 ؟

II) نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد ثم نسحب على التوالي
 كرتين دون ارجاع

1) احسب احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرافق بكل عملية سحب مجموع رقمي الالكترين المسحوبين
 - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$

التمرين الثاني: (40 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بجدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n : n : n$ $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

1) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_n < 3$ لأن:

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كالتالي: من أجل كل عدد طبيعي n :

$v_n = \ln(-u_n + 3)$ أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 3$ - ثم احسب حدتها الأول استنتاج، اتجاه تغيرها

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : n$ $u_n = 3 - \frac{3}{3^n}$ ، احسب

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln(-u_{2023} + 3) + \ln(-u_{2024} + 3) + \dots + \ln(-u_n + 3)$

أ) احسب بدلالة n المجموع

ب) احسب T_n حيث: $T_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$

التمرين الثالث: (50 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير الحدود $(z) P$ حيث: $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$

أ) احسب $P(6)$ ثم جد العدين الحقيقيين α و β حيث: $P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

ب) حل في \mathbb{C} المعادلة: $0 = P(z)$.

2) في المستوى المركب المنسوب الى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B و C لواحقها على الترتيب:

$$z_C = 6, z_B = 3 - i\sqrt{3}, z_A = 3 + i\sqrt{3}$$

أ) اكتب z_A و z_B على الشكل الأسوي

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = 0$$

ج) عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عدداً حقيقياً موجباً

$$L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$$

أ) اكتب L على الشكل الأسوي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب) استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعين عبارته المركبة و تحديد عناصره المميزة

ج) عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 6| = |iz + \sqrt{3} - 3i|$

التمرين الرابع: (70 نقاط)

1) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة g

$$2) \text{ بين أن } 0 > g\left(\frac{-1}{2}\right) \text{ ثم استنتاج اشارة } g(x) \text{ على } \mathbb{R}$$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعين معادله

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) أ) اكتب معادلة $L(T)$ مماس للمنحي (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

ب) بين أن المنحي (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثياتها

5) احسب $f(1)$ ثم أشئ (T) ، (Δ) والمنحي (C_f)

6) نقاش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + \ln m$

$$7) \text{ باستعمال المتكاملة بالتجزئة بين أن: } \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$$

8) لتكن S مساحة الحيز المحدد بالمنحي (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$ بين أن: $S = (6 - 2e) \text{cm}^2$

انهي الموضع الثاني

مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا 2024

$$P(A \cap C) = \frac{A_6^1 \times A_3^1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{2}{10}$$

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

- حساب $P(C)$ -

$$P(C) = \frac{A_6^1 \times A_9^1}{90} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$$

- هل الحادفين A و C مستقلتين؟ برهان جابتك

$$P(A) \times P(C) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{50}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{10}$$

ومنه: $P(A \cap C) \neq P(A) \times P(C)$

إذا: الحادفين A و C غير مستقلان

X) قانون احتمال (II)

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_7^1}{C_{10}^2} = \frac{21}{45} \quad P(X=0) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{21}{45}$	$\frac{21}{45}$	$\frac{3}{45}$

حساب أمله الرياضي ($E(X)$)

$$E(X) = 0 \times \frac{21}{45} + 1 \times \frac{21}{45} + 2 \times \frac{3}{45} = \frac{27}{45}$$

(2) احسب $P(X^2 - 4X = 0)$

$$P(X^2 - 4X = 0) = P(X=0) = \frac{21}{45}$$

القرين الثالث:

- تبيين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2, +\infty[$

لدينا f قابلة للاشتقاق على $[-2, +\infty[$ و:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} > 0 \quad \text{ومنه } f \text{ متزايدة تماما على المجال } [-2, +\infty[$$

القرين الأول:

الإجابة بصحة أو خطأ مع التبرير:

(1) ص لأن:

$$\begin{aligned} \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} &= \frac{(-5-i)(-1-5i)}{(-1+5i)(-1-5i)} = \frac{26i}{26} = i \\ \left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right)^{2023} &= e^{i\left(\frac{2023\pi}{2}\right)} \\ &= e^{i\left(\frac{2022\pi+\pi}{2}\right)} = e^{i\left(1011\pi+\frac{\pi}{2}\right)} = e^{i\frac{3\pi}{2}} \end{aligned}$$

(2) ص لأن:

لدينا: $z_D - z_C = 2(z_A - z_C)$ ومنه: $z - z_w = k(z - z_w)$

$$z_D = z_C + 2(z_A - z_C)$$

(3) خ لأن:

$$\begin{aligned} (z_A - \overline{z_B} - z_C)^{2n} &= (2 - 2i - 1 + 3i + 3 + 3i)^{2n} \\ &= (4 + 4i)^{2n} \\ &= \left(4\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2n} = \left(4\sqrt{2}\right)^{2n} e^{i\frac{n\pi}{2}} \end{aligned}$$

العدد حقيقي موجب معناه: $\frac{n\pi}{2} = 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$n = 4k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(4) ص لأن:



لدينا: $|z + 3 - 3i| = |iz + 3 - i|$

$$|z + 3 - 3i| = |i(z - 3i - 1)|$$

$$|z + 3 + 3i| = |i| \cdot |z - 3i - 1|$$

$$|z - (-3 - 3i)| = |z - (3i + 1)|$$

$$MC = MB \quad \text{إذا: } |z - z_C| = |z - z_B|$$

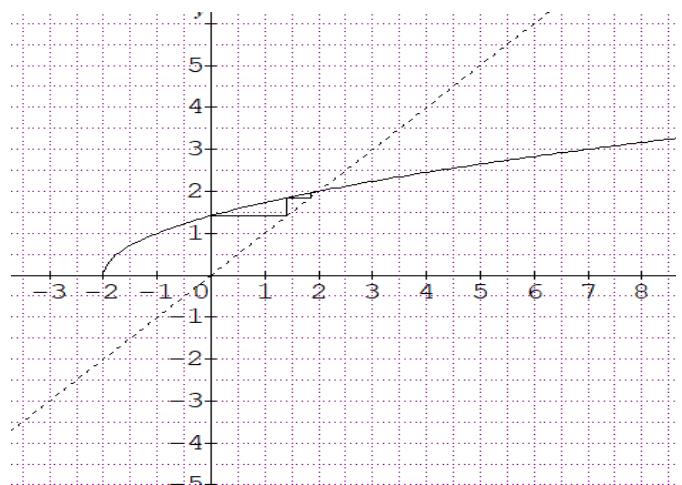
إذا مجوعة النقط (E) هي محور القطعة المستقيمة $[BC]$

القرين الثاني:

(1) حساب $P_A(C)$ ، $P(A \cap C)$ و $P(A)$

$$P(A) = \frac{A_3^2 + A_7^1 \times A_3^1}{A_{10}^2} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$

(2) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و



ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة حول نقطة تقاطع منحنى الدالة مع المنصف الاول

(2) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$0 \leq u_n \leq 2$$

لدينا: $u_0 = 0$ و $0 \leq u_n \leq 2$ إذا النهاية محققة من أجل

$$n=0$$

نفرض أنه من أجل العدد الطبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$ صحيحة
وثبت صحة $0 \leq u_{n+1} \leq 2$

لدينا: $0 \leq u_n \leq 2$ ولدينا f متزايدة تماماً ومنه:

$$0 \leq \sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq 2 \quad f(0) \leq f(u_n) \leq f(2)$$

إذا: $0 \leq u_{n+1} \leq 2$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالترابع
 $0 \leq u_n \leq 2$

(4) تبيين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \sqrt{u_n + 2} - u_n \\ &= \frac{(\sqrt{u_n + 2} - u_n)(\sqrt{u_n + 2} + u_n)}{(\sqrt{u_n + 2} + u_n)} \\ &= \frac{-u_n^2 + u_n + 2}{\sqrt{u_n + 2} + u_n} \end{aligned}$$

$$\Delta = 9 : -u_n^2 + u_n + 2 = 0 \quad \text{ومنه: } u_{n+1} - u_n = 0$$

$$\text{إذا: } u_n = 2 \quad , \quad u_n = -1$$

u_n	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$u_{n+1} - u_n$	-	0	+	0

ولدينا: $0 \leq u_n \leq 2$ ومنه: $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ومنه: (u_n) متزايدة

- بما ان: (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 2

فهي متقاربة نحو العدد 1

(5) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$$

لدينا:

$$2 - u_{n+1} = \frac{(2 - \sqrt{u_n + 2})(2 + \sqrt{u_n + 2})}{(2 + \sqrt{u_n + 2})}$$

$$= \frac{2 - u_n}{2 + \sqrt{u_n + 2}}$$

ولدينا: $0 \leq u_n \leq 2$

$$2 + \sqrt{0+2} \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 2 + \sqrt{2+2}$$

$$2 \leq 2 + \sqrt{2} \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 4$$

$$\text{ومنه: } 2 \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 4$$

$$\text{ومنه: } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{2 + \sqrt{u_n + 2}} \leq \frac{1}{2}$$

ولدينا: $2 - u_n \geq 0$

$$\text{ومنه: } \frac{1(2 - u_n)}{2 + \sqrt{u_n + 2}} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$$

$$\boxed{\text{إذا: } 2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)}$$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

لدينا: $2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$ ومنه:

$$\begin{cases} 2 - u_1 \leq \frac{1}{2}(2 - u_0) \\ 2 - u_2 \leq \frac{1}{2}(2 - u_1) \\ \dots \\ 2 - u_n \leq \frac{1}{2}(2 - u_{n-1}) \end{cases}$$

بالضرب طرفا بطرف نجد:

$$2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad \text{ومنه: } 2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2 - u_0)$$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right) = +\infty$$

أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

الدالة f قابلة للاشتتقاق على المجال $[0; +\infty[$ و:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{x} - \frac{x - 1 - \ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1 - \ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{x - 1 + \ln x - 1}{x^2} = \frac{x + \ln x - 2}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2} \end{aligned}$$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه الدالة f متناقصة على
المجال $[\alpha, +\infty[$ ومتزايدة على المجال $]-\infty, \alpha]$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

$$f(\alpha) = \ln \alpha - \frac{\ln \alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}$$

ولدينا:

$$\ln \alpha = 2 - \alpha \quad \text{ومنه: } \alpha - 2 + \ln \alpha = 0 \quad \text{ومنه: } g(\alpha) = 0$$

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= 2 - \alpha - \frac{2 - \alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \\ &= 2 - \alpha - \frac{2}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\alpha} \\ &= 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha} \end{aligned}$$

$$f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

تعين حسراً للعدد $f(\alpha)$

لدينا: $1.5 < \alpha < 1.6$ ومنه:

$$\begin{cases} \frac{-1}{1.5} < \frac{-1}{\alpha} < \frac{-1}{1.6} \\ 3 - 1.6 < 3 - \alpha < 3 - 1.5 \end{cases}$$

$$0.73 < f(\alpha) < 0.875$$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

$$-2 \leq -u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 2 \quad \text{ومنه: } 0 \leq 2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \leq u_n \leq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right] \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 2 \quad \text{ومنه: } 2 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n \leq 2$$

القرن الرابع:

الدالة g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ

1. دراسة اتجاه تغير الدالة g

الدالة g معرفة وقابلة للاشتتقاق على $]0; +\infty[$:

$$0 < g'(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad \text{ومنه الدالة متزايدة تماماً على }]0; +\infty[$$

3. تبيين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا في المجال $]0; +\infty[$

الدالة g مستمرة ورتبة على المجال $]0; +\infty[$ و:

$$0 \in]-\infty, +\infty[\quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا في $]0; +\infty[$

التحقق أن: $1.5 < \alpha < 1.6$

$$g(1.5) \approx 0.07 \quad \text{و} \quad g(1.6) \approx -0.09$$

$$\text{إذا: } g(1.5) \times g(1.6) < 0$$

ج- استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x على المجال $]0; +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

1. اثبات أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم فسر النتيجة هندسياً

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x-1)\ln x + 1}{x} \right) = +\infty$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)



5) أ) بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة

على المجال $x \mapsto \ln x$

نضع: $k(x) = x \ln x - x$ الدالة k معرفة وقابلة للاشتتقاق على

$k'(x) = \ln x$ ولدينا: $[0; +\infty[$

إذا: الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على

$]0; +\infty[$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

لدينا:

$$f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}$$

دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ هي:

$$F(x) = x \ln x - x + \frac{(\ln x)^2}{2} + \ln x$$

ج) احسب بالستميتير مربع مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمنحنى (C_f) والمنحنى (Γ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=1$

$x=e$,

$$S = \int_1^e [f(x) - \ln x] dx$$

$$= \int_1^e \left(\frac{-\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$= \left[-\frac{(\ln x)^2}{2} + \ln x + c \right]_1^e \times 2 \times 2 = 2cm^2$$



انتهى الموضوع الأول

أ.3 حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right] = 0$$

ومنه: (C_f) و (Γ) متقاربان بجوار $+\infty$

أ- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Γ)

إشارة الفرق:

$$f(x) - \ln x = -\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1 - \ln x}{x}$$

x	0	e	$+\infty$
$f(x) - \ln x$	+	0	-

إذا:

(Γ) فوق (C_f) : $x \in]0, e[$

(Γ) فوق (C_f) : $x \in]e, +\infty[$

(Γ) يقطع (C_f) $x = e$

ج- اكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة

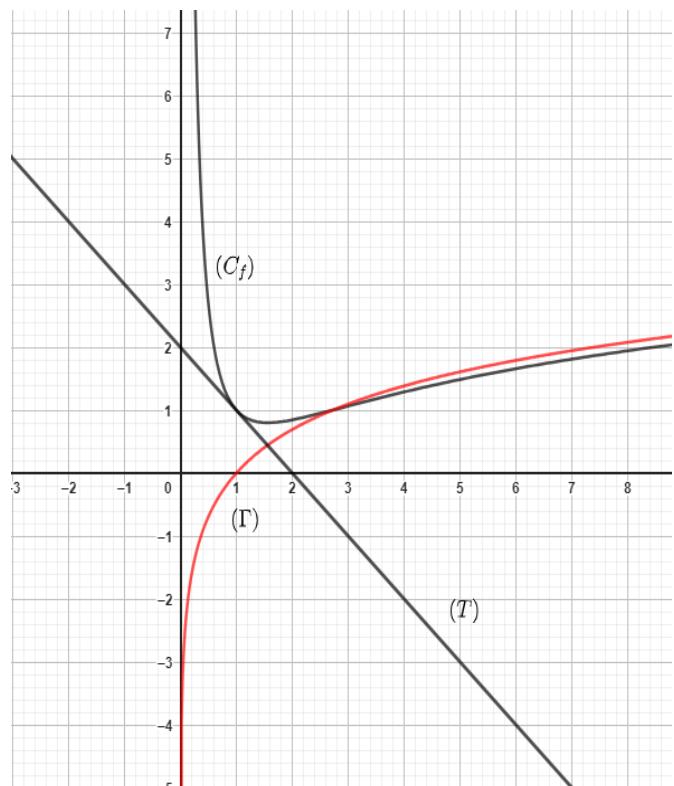
ذات الفاصلة 1.

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$= f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$= -x + 2$$

أ.4 أنشئ (Γ) و (C_f) و (T) .



الموضوع الثاني (20ن)

الترین الثاني:

(u_n) متتالية عدديّة بحدها الأول u₀ = 0 ومن أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 : n$$

(1) البرهان بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$u_n < 3$$

لدينا: u₀ = 0 و 0 < 3 إذا الخاصية محققة من أجل n=0

نفرض أن الخاصية 3 < u_n صحيحة من أجل العدد الطبيعي n

$$u_{n+1} < 3 : (n+1) < 3$$

$$\text{لدينا: } u_{n+1} < 3 \text{ ومنه: } \frac{1}{3}u_n + 2 < 3 < \frac{1}{3} + 2$$

اذا حسب مبدأ الاستدلال بالترابع

بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}u_n + 2 - u_n = \frac{-2}{3}u_n + 2$$

$$\frac{-2}{3}u_n + 2 > 3\left(\frac{-2}{3}\right) + 2 \text{ ومنه: } u_n < 3$$

ومنه: 0 < u_{n+1} - u_n إذا (u_n) متزايدة

- بما ان (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 3 فإذا هي متقاربة

أ. بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها ln 3 - ثم احسب حدتها الأول واستنتج اتجاه تغيرها

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(-u_{n+1} + 3) \\ &= \ln\left(\frac{-1}{3}u_n - 2 + 3\right) \\ &= \ln\left(\frac{-1}{3}u_n + 1\right) \\ &= \ln\left[\frac{1}{3}(-u_n + 3)\right] = \ln\frac{1}{3} + \ln(-u_n + 3) \\ &= -\ln 3 + v_n \end{aligned}$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها ln 3 - وحدتها الأول

$$v_0 = \ln(-u_0 + 3) = \ln(3)$$

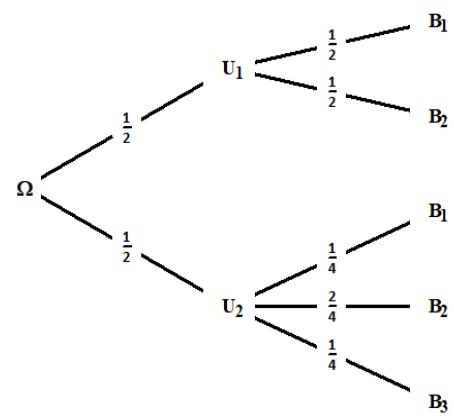
ب. اكتب بدلالة n ثم بين أن من أجل كل عدد

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3 - \frac{3}{3^n} : n$$

$$v_n = v_0 + nr = \ln 3 - n \ln 3 = \ln 3 - \ln 3^n = \ln \frac{3}{3^n} -$$

الترین الاول:

(1) تشكيل شجرة الاحتمالات



(2) ما هو احتمال سحب كرة تحمل الرقم 1.

$$P(B_1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

(3) اذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال

ان تكون قد سحب من الصندوق U₁؟

$$P_{B_1}(U_1) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{3}$$

(4) احتمال سحب كرتين من نفس الرقم

$$P(A) = \frac{A_2^2 + A_3^2}{A_6^2} = \frac{8}{30}$$

- قيم المتغير العشوائي X

$$X = \{2, 3, 4, 5\}$$

قانون احتمال المتغير العشوائي X

$$P(X = 3) = \frac{2A_2^1 \times A_3^1}{A_6^2} = \frac{12}{30} \quad P(X = 2) = \frac{A_2^2}{A_6^2} = \frac{2}{30}$$

$$P(X = 4) = \frac{A_3^2 + 2A_2^1 \times A_1^1}{A_6^2} = \frac{10}{30}$$

$$P(X = 5) = \frac{2A_3^1 \times A_1^1}{A_6^2} = \frac{6}{30}$$

x _i	2	3	4	5
P(X = x _i)	$\frac{2}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{6}{30}$

$$\begin{aligned} E(X) &= 2 \times \frac{2}{30} + 3 \times \frac{12}{30} + 4 \times \frac{10}{30} + 5 \times \frac{6}{30} \\ &= \frac{110}{30} = \frac{11}{3} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} \alpha = -6 \\ \beta = 48 - 36 = 12 \end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} \alpha - 6 = -12 \\ \beta - 6\alpha = 48 \\ -6\beta = -72 \end{cases}$$

$$P(z) = (z - 6)(z^2 - 6z + 12) \quad \text{إذا:}$$

ب) حل في \mathbb{C} المعادلة: $P(z) = 0$

$$(z - 6)(z^2 - 6z + 12) = 0 \quad \text{أي:}$$

$$z^2 - 6z + 12 = 0 \quad \text{ومنه: } z = 6 \quad \text{أو}$$

$$\Delta = 36 - 4(12) = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$$

$$z_1 = \frac{6 - 2\sqrt{3}i}{2} = 3 - \sqrt{3}i, z_2 = \frac{6 + 2\sqrt{3}i}{2} = 3 + \sqrt{3}i$$

$$S = \{6; z_1 = 3 + \sqrt{3}i; z_2 = 3 - \sqrt{3}i\} \quad \text{ومنه:}$$

$z_C = 6$ و $z_B = 3 - i\sqrt{3}$, $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ (نضع z على الشكل الأسي)

$$z_A = 2\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{6}} \quad \text{ومنه: } \arg z_A = \frac{\pi}{6} \quad \text{لدينا: } |z_A| = 2\sqrt{3}$$

$$z_B = 2\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{6}} \quad \text{ومنه: } z_B = \overline{z}_A \quad \text{نلاحظ أن:}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = 0 \quad \text{ب) اثبات أن:}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} = \left(\frac{2\sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{6}}}{2\sqrt{3}e^{-\frac{i\pi}{6}}}\right)^{2024} = \left(e^{\frac{i\pi}{3}}\right)^{2024} = e^{\frac{i2024\pi}{3}} \quad \text{لدينا:}$$

$$= e^{i(674\pi + \frac{2\pi}{3})} = e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = \left(\frac{2\sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{6}}}{2\sqrt{3}e^{-\frac{i\pi}{6}}}\right)^{1445} = \left(e^{\frac{i\pi}{3}}\right)^{1445} = e^{\frac{i1445\pi}{3}}$$

$$= e^{i(481\pi + \frac{2\pi}{3})} = e^{i(\pi + \frac{2\pi}{3})} = e^{i\pi} e^{\frac{i2\pi}{3}} = -e^{\frac{i2\pi}{3}}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = e^{\frac{i2\pi}{3}} - e^{\frac{i2\pi}{3}} = 0 \quad \text{اذن:}$$

ج) تعين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عدداً حقيقياً موجباً

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{3} + i \sin \frac{n\pi}{3} \quad \text{لدينا:}$$

$$\sin \frac{n\pi}{3} = 0 \quad \text{عدد حقيقي موجب معناه: } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$$

- لدينا: $v_n = \ln(-u_n + 3)$

ومنه: $u_n = 3 - e^{v_n}$ و $e^{v_n} = -u_n + 3$

$$u_n = 3 - e^{\frac{\ln 3}{3^n}} = 3 - \frac{3}{3^n} \quad \text{ومنه:}$$

$$u_n = 3 - 3^{1-n} = 3 - 3 \times 3^{-n} = 3 - \frac{3}{3^n} \quad \text{إذا:}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{3}{3^n}\right) = 3$$

أ. احسب بدلالة n المجموع

$$S_n = \ln(-u_{2023} + 3) + \ln(-u_{2024} + 3) + \dots + \ln(-u_n + 3)$$

$$= v_{2023} + v_{2024} + \dots + v_n$$

$$= \frac{n - 2023 + 1}{2} (v_{2023} + v_n)$$

$$= -1011 + \frac{n}{2} (-2022 \ln 3 + \ln 3 - n \ln 3)$$

$$= -1011 + \frac{n}{2} (-2021 \ln 3 - n \ln 3)$$

ب) احسب T_n حيث $T_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$

لدينا: $e^{v_n} = \frac{3}{3^n}$ و $v_n = \frac{\ln 3}{3^n}$

$$T_n = \frac{3}{3^0} + \frac{3}{3^1} + \dots + \frac{3}{3^n}$$

$$= 3 \left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^1} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$$

$$= 3 \left[\left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$$

$$= 3 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{9}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]$$

الترن الثالث:

$$P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$$

أ) حساب $P(6)$ ثم ايجاد العددين الحقيقيين α و β حيث:

$$P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

$$P(6) = 6^3 - 12(6)^2 + 48(6) - 72 = 0$$

لدينا:

$$P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

$$= z^3 + \alpha z^2 + \beta z - 6z^2 - 6\alpha z - 6\beta$$

بالمطابقة نجد:

ومنه

$$|z - 6| = |z - i\sqrt{3} - 3| = |z - 6| = |z - (3 + i\sqrt{3})|$$

$$= |z - z_c| = |z - z_A|$$

معناه $CM = AM$ ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[AC]$

القرن الرابع:

$$D = \mathbb{R} \quad g(x) = 1 + 4xe^{2x} \quad .I$$

(1) أ) تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :



الدالة g قابلة للاستفاضة على \mathbb{R} و:

$$g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1 + 2x)$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة g

إشارة المشقة من إشارة $(1 + 2x)$

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

ومنه: g متناقصة على المجال $\left[-\infty, \frac{-1}{2} \right]$ ومتزايدة على المجال

$$\left[\frac{-1}{2}; +\infty \right[$$

(2) بين أن $0 < g\left(\frac{-1}{2}\right) < 0$ ثم استنتاج اشارة (x) g على \mathbb{R}

$$g\left(\frac{-1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e} < 0$$

لدينا: $g\left(\frac{-1}{2}\right) < 0$ قيمة حدية صغرى و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

إذا: $g(x) < 0$

$$f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1 \quad .II$$

تبيين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(2x - 1)e^{2x} + x + 1]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} [2xe^{2x} - e^{2x} + x + 1] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} [(2x - 1)e^{2x} + x + 1] = +\infty$$

أي $n = 6k$ $k \in \mathbb{N}$ حيث $\frac{n\pi}{3} = 2\pi k$

4) نضع العدد المركب L حيث:

$$L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$$

أ) كتابة L على الشكل الأسي ثم استنتاج طبيعة المثلث ABC

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{3 + i\sqrt{3} - 6}{3 - i\sqrt{3} - 6} = \frac{-3 + i\sqrt{3}}{-3 - i\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(-3 + i\sqrt{3})(-3 + i\sqrt{3})}{(-3 - i\sqrt{3})(-3 + i\sqrt{3})} = \frac{9 - 3 - 6i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

ومنه $|L| = 1$ و $\arg L = -\frac{\pi}{3}$ أي $\arg L = -\frac{\pi}{3}$

استنتاج طبيعة المثلث ABC

بما أن $|L| = 1$ أي $\arg L = -\frac{\pi}{3}$ و $AC = BC$

ومنه المثلث ABC متقارن الأضلاع

ب) استنتاج أن النقطة A هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعين عبارته المركبة وتحديد عناصره المميزة

لدينا $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ ومنه

$$z_A - z_C = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) (z_B - z_C)$$

ومنه A هي صورة النقطة B بالدوران الذي يمر بـ C

$$-\frac{\pi}{3}$$
 وزاويته

عباراته المركبة $(z - z_C) e^{-i\frac{\pi}{3}}$

$$z - z_C = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) (z - z_C)$$

$$z = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z - \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) 6 + 6$$

$$z = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z - 3 + 3i\sqrt{3} + 6$$

$$z = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z + 3i\sqrt{3} + 3$$

ج) تعين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z

حيث: $|z - 6| = |iz + \sqrt{3} - 3i|$ معناه

$$|z - 6| = |i(z - \sqrt{3}i - 3)| = |z - 6| = |i||z - \sqrt{3}i - 3|$$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x) = g(x)$:

احداثياتها

لدينا: $f''(x) = g'(x)$ ومنه: $f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة

$g'(x)$ من إشارة $f''(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

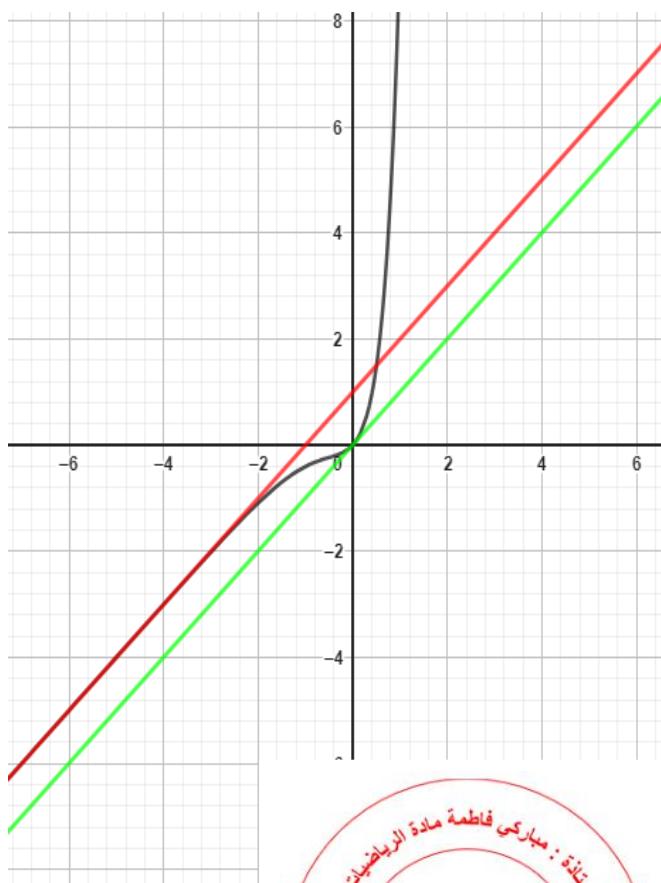
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1-1)e^{-1} - \frac{1}{2} + 1 = -2e^{-1} + \frac{1}{2}$$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف احداثياتها:

$$\left(-\frac{1}{2}, -2e^{-1} + \frac{1}{2}\right)$$

(5) احسب (1) f ثم أنشئ (T) ، (Δ) والمنحي (C_f)

$$f(1) = e^2 + 2$$



(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x) = g(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2e^{2x} + 2e^{2x}(2x-1)+1 \\ &= 2e^{2x}(1+2x-1)+1 \\ &= 4xe^{2x} + 1 = g(x) \end{aligned}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

إشارة (C_f) من إشارة (g) ومنه الدالة f متزايدة تماماً

على \mathbb{R}

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(3) أ) حساب $[f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل

مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعين معادله

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [2xe^{2x} - e^{2x} + 1] = 1$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 1] = 0$ ومنه: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$

ومنه: (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادله 1

بجوار $-\infty$

ب) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

$$f(x) - y = (2x-1)e^{2x}$$

إشارة الفرق من إشارة $2x-1$ ومنه:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضع النسبي بين (C _f) و (Δ)	(C _f) تحت (Δ)	(C _f) فوق (Δ)	(C _f) يقطع (Δ)
في النقطة	(0.5; 1.5)	(0.5; 1.5)	(0.5; 1.5)

(4) أ) كتابة معادلة ل(T) ماس للمنحي (C_f) عند النقطة

ذات الفاصل المعدومة.

$$\begin{aligned} y &= f'(0)x + f(0) \\ &= x \end{aligned}$$

6) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = x + \ln m$$

(8) لتكن S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T)

$$S = (6-2e)cm^2 \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{2} \quad \text{وال المستقيمين} \quad 0 = x \quad \text{أي} : \quad 0 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{1}{2}} [f(x) - y] dx = \int_0^{\frac{1}{2}} [(2x-1)e^{2x} + 1] dx = \\ &= 1 - \frac{e}{2} + \frac{1}{2} - 0 \times \|i\| \times \|j\| \\ &= \frac{3-e}{2} (2 \times 2) = (6-2e)cm^2 \end{aligned}$$



انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق بكلوريا

2024

حلول المعادلة $f(x) = x + \ln m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x + \ln m$ (مناقشة مائلة)

- من أجل $0 < m < 1$ أي: $0 < \ln m < 1$ المعادلة لا تقبل حل

- من أجل $m = 1$ أي $\ln m = 0$ المعادلة تقبل حل واحد

- من أجل $1 < m < e$ أي $0 < \ln m < 1$ المعادلة تقبل حلين مختلفين

- من أجل $m \geq e$ أي $\ln m \geq 1$ المعادلة تقبل حل واحد

7) باستعمال المتكاملة بالتجزئة بين أن:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$$

نضع:

$$\begin{cases} u(x) = (2x-1) & u'(x) = 2 \\ v'(x) = e^{2x} & v(x) = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = \left[\frac{2x-1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{2\left(\frac{1}{2}\right)-1}{2} e^{2\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{0-1}{2} e^0 \right] - \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} - \left[\frac{1}{2} e^{2\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} e^0 \right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e + \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{e}{2}$$