الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الجزائر شرق

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية.....

الشعبة: علوم تجريبية — دورة: مـــــــــاي 2023

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول:(04نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل في كل حالة:

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B التي لاحقتاها على الترتيب :

$z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$.

1. كتابة z_A على الشكل الأسي هي:

أ- $z_A=2\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{3}i}$	ب- $z_A=-2\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{6}i}$	ج- $z_A=2\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{6}i}$

2. كتابة z_B على الشكل المثلثي هي:

أ- $z_B=2\sqrt{3}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right)$	ب- $z_B=2\sqrt{3}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$	ج- $z_B=4\sqrt{3}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

3. n عدد طبيعي، L_n العدد المركب المعرف كمايلي: $L_n=\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$

أ- L_{2023} هـــــــو:

أ- تخيلي صرف	ب- حقيقي موجب	ج- حقيقي سالب

ت- OAB مثلث:

أ- قائم	ب- قائم و متساوي الساقين	ج – متساوي الساقين

التمرين الثاني(04ن) :

يحتوي صندوق على8 كرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللّمس كريتان تحملان الرقم 0 وأربع كريات تحمل الرقم 2 وكرية تحمل الرقم 1وكرية تحمل الرقم 4 نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق ونعتبر الحدثين:

A : "الكريات المسحوبة مجموع أرقامها يساوي6" B : "الكريات المسحوبة جداء أرقامها يساوي 8"

1. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.
2. أحسب $P(A\cap B)$ ، هل الحدثين A و B مستقلان؟ برر اجابتك
3. استنتج $P_A(B)$ ثم $P(\overline{A\cap B})$
4. ليكن X إلى المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة

أ-عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب- احسب $P\left(\frac{X^2-16}{X}\succ 0\right)$

التمرين الثالث(05ن):

(u_n) متتالية عددية بحدها الأول $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n^2$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما

1. عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة
2. في كل ما يأتي نفرض أن $\alpha\neq\frac{2}{3}$

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(u_n)+\ln\frac{3}{2}$

أ- بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول بدلالة α

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n و α

3. لتكن (w_n) لمتتالية المعرفة بـ $w_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $w_{n+1}=2w_n+v_n$ ولتكن (t_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $t_n=\frac{w_n}{v_n}$

أ- بين أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب-أكتب عبارة الحد العام t_n بدلالة n ثم استنتج عبارة w_n بدلالة n.

التمرين الرابع(07ن)

I. الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 والاخر α حيث: $1\prec\alpha\prec e$

3. استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ و (D) مستقيم معادلته $y=x$ وحدة الطول $2cm$

1. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج بيانيا.

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$

أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها

3. أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D)

4. أنشئ (D) و(C_f)

5. أ- أحسب الدالة المشتقة للدالة $x\mapsto 1-\ln x$ من أجل كل عدد حقيقي من D_f

ب- بين ان: $\int_1^{\sqrt{e}} f(x)dx=\ln 2$ ثم أحسب بـ cm^2: A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (D) و(C_f) والمستقيمين $x=1$ و $x=\sqrt{e}$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني(20ن)

التمرين الأول(04ن):

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة:

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2z_B$

1. الشكل الأسي للعدد المركب z_A هـــو: $z_A=\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{4}i}$.
2. n عدد طبيعي، قيم n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما هي: $n=8k-1/k\in\mathbb{Z}$
3. (C) دائرة مركزها I ذات اللاحقة 3 ونصف قطرها $\sqrt{5}$ النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C).
4. لدينا: $\frac{z_C-3}{z_A-3}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

التمرين الثاني(04ن):

يحتوي كيس على 12 كرية متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها خمس كريات حمراء
وثلاث كريات بيضاء وأربع كريات خضراء نسحب عشوائيا وفي آن واحد 4 كريات من الكيس.
نعتبر الأحداث التالية:

A : " الحصول على كرتين حمراوين وكرتين بيضاوين " ، B : " سحب 4 كريات من بينها كريتين خضراوين "

1. بين أن: $P(A)=\frac{2}{33}$ و $P(B)=\frac{56}{165}$
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة
   أ- عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.
   ب- أحسب $P\left(\frac{X^2-4}{X}\prec 0\right)$
3. نسحب الان عشوائيا 3 كريات على التوالي بحيث لا نعيد الكرية المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي
   - أحسب احتمال الحدث C :" سحب 3 كريات مختلفة اللون مثنى مثنى"

التمرين الثالث(05ن):

(u_n) متتالية عددية بحدها الأول $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\left(\frac{n+1}{2n}\right)u_n$

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n أنّ: $u_n \geq 0$

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة ثم عين نهاية المتتالية (u_n)

2. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{u_n}{n}$

ب.بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1

ت. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3. نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n=\ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_1.

ب- احسب بدلالة n كل من S_n و P_n حيث : $S_n=w_1+w_2+\cdots\cdots+w_n$ ، $P_n=\frac{u_1\times u_2\times\ldots\times u_n}{n!}$

التمرين الرابع: (07نقاط) 0

I. g الدالة العددية المعرفة على $]-e;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+e+(x+e)\ln(x+e)$.

1. بين أن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-e} g(x)=-e$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2. ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1.5\prec\alpha\prec-1.48$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-e;+\infty[$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-e;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+x\ln(x+e)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-e} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{x+e}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4. أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $]-e;e[$

III. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x(1+\ln x)-e\ln x$ ،

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $h(x)=f(x-e)+e$

ب- اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) (ملاحظة: لا يطلب إنشاء (C_h))

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا2023