التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط. $A(2;5)$; $B(0;2)$

لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث : $x^2+y^2-2x-6y+5=0$

1 - بين أن (Γ) دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

2 - تحقق أن $A \in (\Gamma)$ و اكتب معادلة المستقيم (T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A

3 - (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x-y+3=0$

- حدد الوضع النسبي لـ (Δ) و (Γ) ثم عين نقط تقاطع إن وجدت.

4 - عين معادلة الدائرة (C) صورة الدائرة (Γ) بتحاكي مركزه B و نسبته 3 .

5 - لتكن (Γ_α) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث : $x^2+y^2-2x-6y+\alpha=0$ عين مجموعة القيم α التي تكون من أجلها (Γ_α) دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$.

i. عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

ii. نضع $u_0=6$

1) أ) أحسب u_1 , u_2 , u_3 . ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) بفرض أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \langle 3$ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث : $v_n=u_n-3$.

أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

- احسب المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+v_2+......v_n$

- احسب المجموع S'_n حيث : $S'_n=u_0+u_1+u_2+......u_n$

التمرين الثالث:

في الشكل المرفق **(أنظر الوثيقة المرفقة)** (C_f) هو تمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;5]$ بالعبارة : $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$

و (d) المستقيم معادلة له : $y=x$.

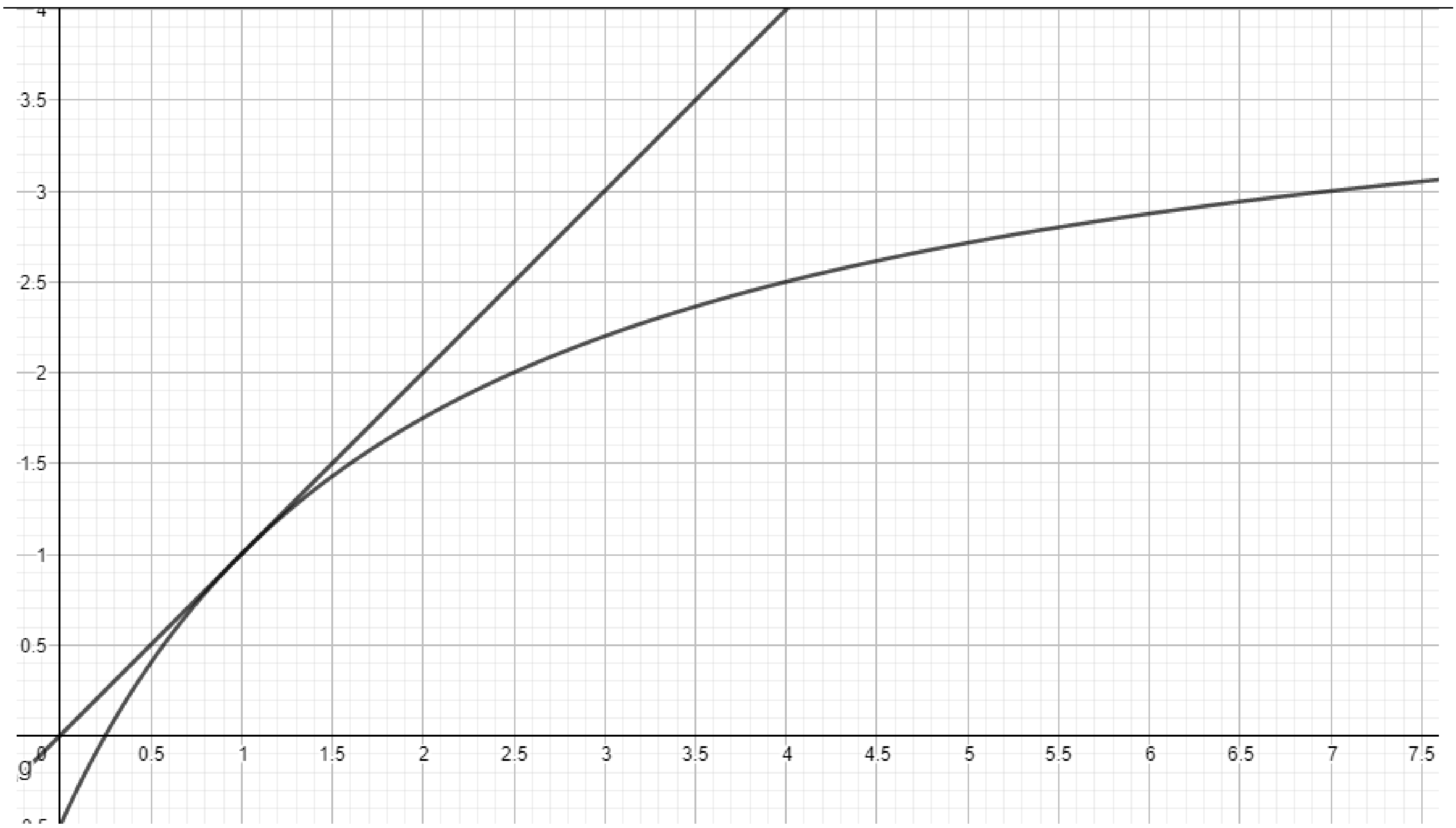
1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

- مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية: u_0 , u_1 , u_2 , u_3 دون حسابها . ثم اعط تخمينا حول اتجاه التغير المتتالية (u_n)
- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) علما أن $u_n > 1$

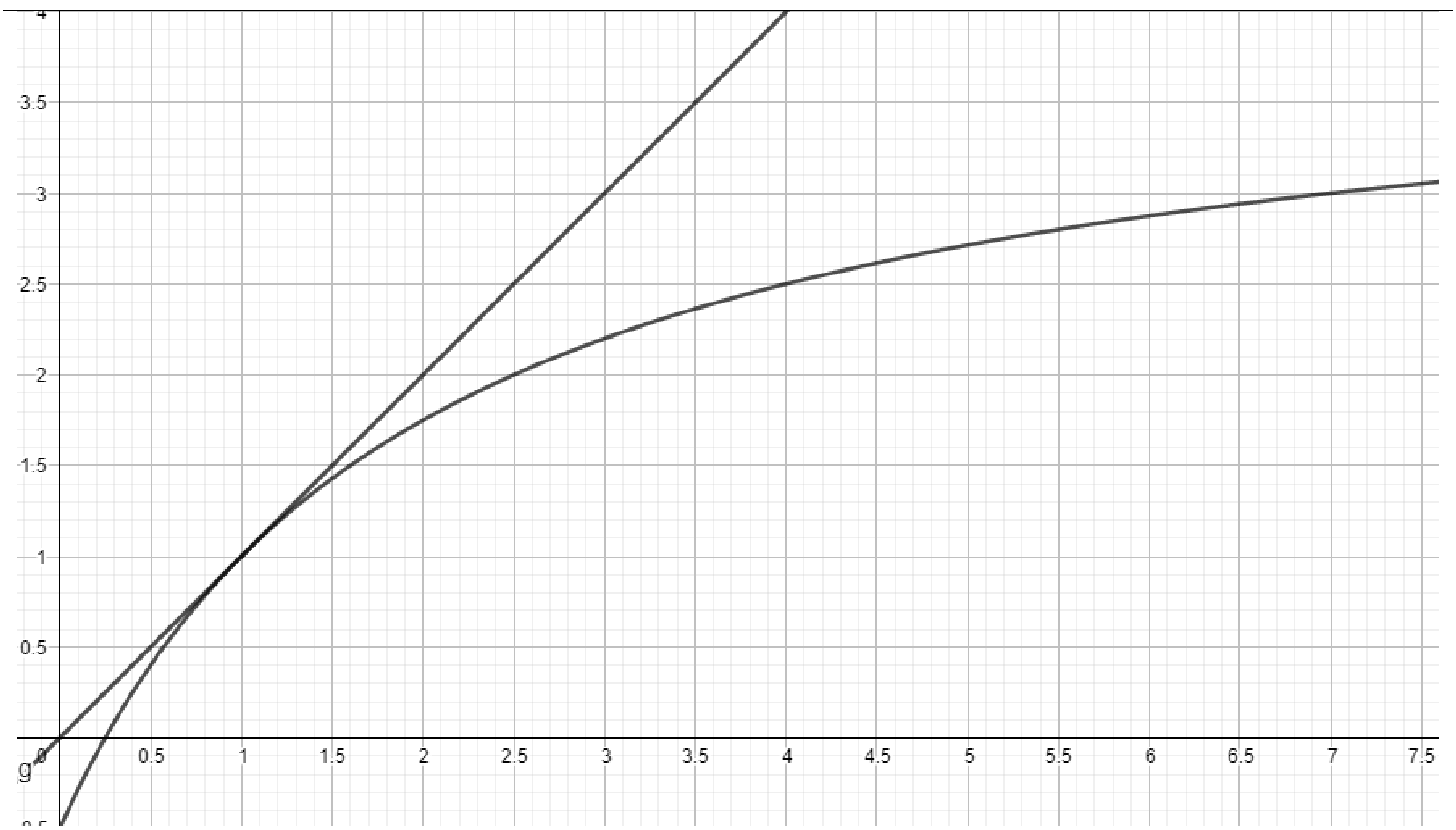
2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$

- أحسب v_0 ثم برهن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$
- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
- احسب المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n$

الاسم : ....اللقب : ....القسم : ......



الاسم : ....اللقب : ....القسم : ......



وزارة التربية الوطنية	**مديرية التربية لولاية غليزان**

ثانوية الشهيد محمد بن زيان –وادي الجمعة-

الحل النموذجي الإختبار ثلاثي الثالث	**السنة الدراسية 2024/2023**

الشعبة: 2 علوم **مادة : الرياضيات** **أستاذة :جلام**

التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط. $A(2;5)$; $B(0;2)$

لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث : $x^2+y^2-2x-6y+5=0$

1 - اثبات أن (Γ) دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

لدينا $x^2+y^2-2x-6y+5=0$ ومنه $(x-1)^2+(y-3)^2=5$ إذن (E) دائرة مركزها $\Omega(1;3)$ و $r=\sqrt{5}$ نصف قطرها

2 - تحقق أن $A\in(\Gamma)$ لدينا $2^2+5^2-2\times2-6\times5+5=0$ ومنه $A\in(\Gamma)$

(T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A فإن $\overrightarrow{\Omega A}$ شعاع ناظمي للمماس .

نضع $M(x;y)\in(T)$ فإن $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{\Omega A}=0$

لدينا $\overrightarrow{\Omega A}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-5\end{pmatrix}$ ومنه $x+2y-12=0$ معادلة (T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A .

3 - (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x-y+3=0$

- تحديد الوضع النسبي لـ (Δ) و (Γ)

حساب $d(\Omega\,;\Delta)$ المسافة بين النقطة Ω و المستقيم (Δ) : $d(\Omega\,;\Delta)=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

بما ان $d(\Omega\,;\Delta)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}<r$ فإن (Δ) يقطع الدائرة (Γ) في نقطتين

تعيين نقط تقاطع (Δ) و (Γ)

لدينا $\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y+5=0\\x-y+3=0\end{cases}$ ومنه نقطة التقاطع هو حل الجملة $\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y+5=0\\y=x+3\end{cases}$ أي

$$\begin{cases}x^2+(x+3)^2-2x-6(x+3)+5=0 & (1)\\ y=x+3 & (2)\end{cases}$$

نحل المعادلة (1) أي $x^2+(x+3)^2-2x-6(x+3)+5=0$ أي $x^2+(x+3)^2-2x-6(x+3)+5=0$ أي $2x^2-2x-4=0$

ومنه المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين هو $x=2$; $x=-1$ نعوض $x=-1$ في المعادلة (2) نجد $y=2$ و نعوض $x=2$ في المعادلة (2) نجد $y=5$ ومنه نقطة تقاطع (Δ) و (E) هي $A(2\,;5)$, $(-1;2)$

4 - عين معادلة الدائرة (C) صورة الدائرة (Γ) بتحاكي مركزه B و نسبته 3 .

أ)نعين صورة المركز

$\Omega'(x;y)$ صورة $\Omega(1;3)$ بتحاكي مركزه $B(0;2)$ و نسبته 3 معناه $\overrightarrow{B\Omega'}=3\overrightarrow{B\Omega}$ أي $\begin{pmatrix}x\\y-2\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ ومنه $\Omega'(3;5)$

ولدينا $r'=3r=3\sqrt{5}$ ومنه معادلة الدائرة (C) هي $(x-3)^2+(y-5)^2=45$ أي $x^2+y^2-6x-10y-11=0$

5 - لتكن (Γ_α) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث : $x^2+y^2-2x-6y+\alpha=0$

تعيين مجموعة القيم α التي يكون من أجلها (Γ_α) دائرة.

لدينا $x^2+y^2-2x-6y+\alpha=0$ ومنه $(x-1)^2+(y-3)^2=-\alpha+10$

حتى تكون (Γ_α) دائرة فإن $-\alpha+10>0$ أي $\alpha<10$ ومنه $\alpha\in]-\infty;10[$

إذن من أجل $\alpha\in]-\infty;10[$ فإن (Γ_α) دائرة مركزها $\Omega(1;3)$ و نصف قطرها $\sqrt{-\alpha+10}$

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$.

i. تعيين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة فإن $u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ ومنه $\alpha=\frac{2}{3}\alpha+1$ إذن $\alpha=3$

ii. نضع $u_0=6$

1) أ)حساب u_1 , u_2 , u_3 . ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

$$u_1=\frac{2}{3}u_0+1=5 \quad u_2=\frac{2}{3}u_1+1=\frac{13}{3} \quad u_3=\frac{2}{3}u_2+1=\frac{35}{9}$$

بماأن $u_0>u_1>u_2>u_3$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) بفرض أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\rangle 3$

$u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+1<0$ لأن $u_n\rangle 3$ ومنه المتتالية (u_n)متناقصة تماما .

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث : $v_n=u_n-3$.

أ) اثبات أنّ (v_n) متتالية هندسية

لدينا $v_{n+1}=u_{n+1}-3=\frac{2}{3}u_n+1-3=\frac{2}{3}u_n-2$ ومنه $v_{n+1}=\frac{2}{3}(u_n-3)=\frac{2}{3}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$

حدها الأول $v_0=u_0-3=3$.

ب) كتابة v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n

$$v_n=v_0\times q^n=3\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

لدينا $v_n=u_n-3$ ومنه $u_n=v_n+3$ إذن $u_n=3\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$

- حساب المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+v_2+......v_n$

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n$$
$$= v_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right) = 3\left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-1}{\frac{2}{3}-1}\right) = -9\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-1\right)$$

- حساب المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + ...u_n$

$$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + ...u_n$$
$$= v_0 + 3 + v_1 + 3 + v_2 + 3 + ...v_n + 3$$
$$= v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n + 3 + ...3$$
$$= -9\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-1\right) + 3n + 3$$
$$= -9\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + 3n + 12$$

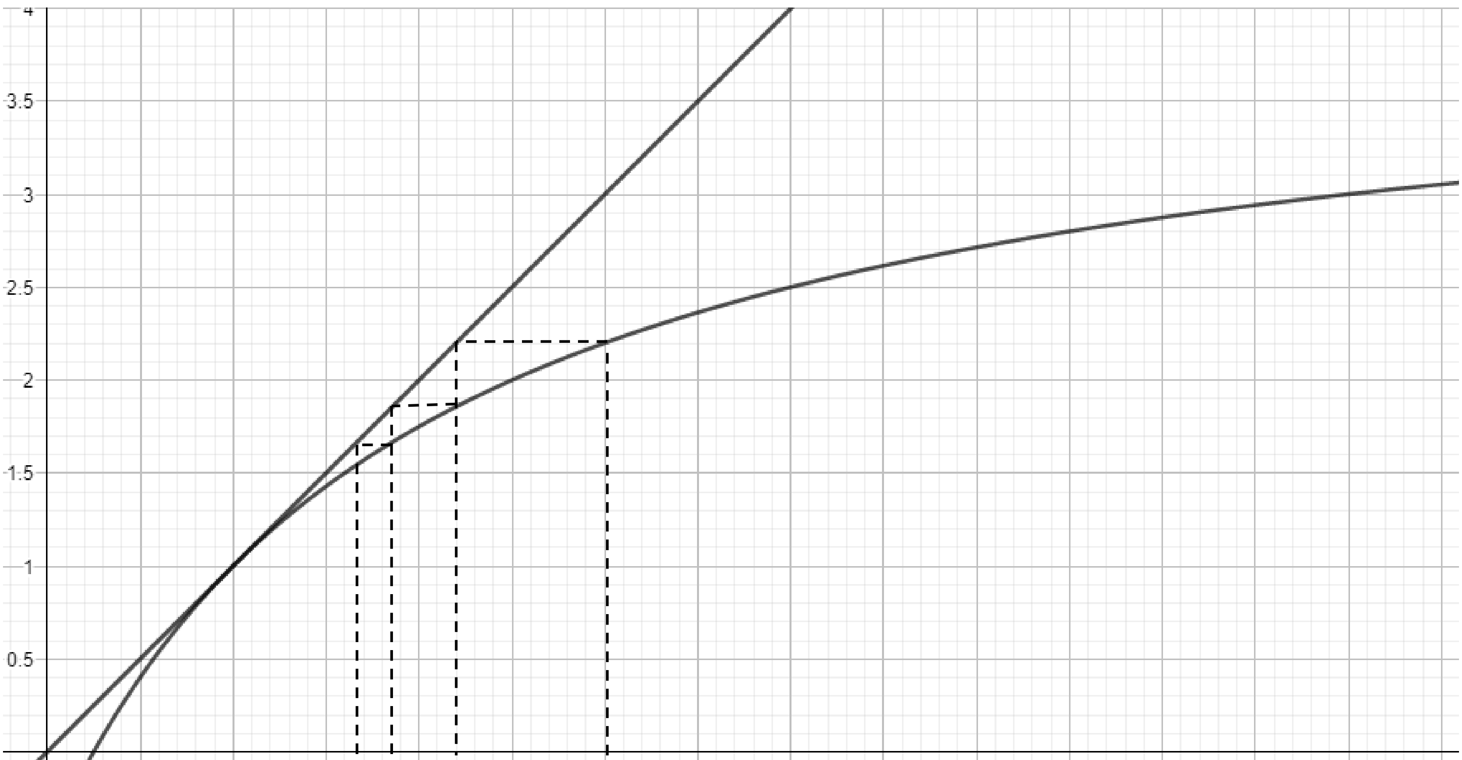
التمرين الثالث:

في الشكل المرفق **(أنظر الوثيقة المرفقة)** (C_f) هو تمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;5]$ بالعبارة : $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$

و (d) المستقيم معادلة له : $y = x$.

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

- تمثيل على حامل محور الفواصل الحدود التالية: u_0 , u_1 , u_2 , u_3 دون حسابها .



التخمين حول اتجاه التغير المتتالية (u_n) : بما أن $u_3 < u_2 < u_1 < u_0$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

- دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) علما أن $u_n > 1$

$u_n > 1$ لأن الفرق سالب $u_{n+1} - u_n = \dfrac{4u_n - 1}{u_n + 2} - u_n = \dfrac{4u_n - 1 - u_n^2 - 2u_n}{u_n + 2} = \dfrac{-u_n^2 + 2u_n - 1}{u_n + 2} = -\dfrac{(u_n - 1)^2}{u_n + 2} < 0$

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$

- حساب v_0

$$v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{2}$$

اثبات أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1} - 1} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{1}{\dfrac{4u_n - 1}{u_n + 2} - 1} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{u_n + 2}{3u_n - 3} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{u_n + 2}{3u_n - 3} - \frac{3}{3u_n - 3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

- كتابة عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

$$v_n = nr + v_0 = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$$

لدينا $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$ ومنه $u_n = \dfrac{1}{v_n} + 1$ إذن $u_n = \dfrac{1}{\dfrac{1}{3}n + \dfrac{1}{2}} + 1 = \dfrac{6}{2n + 3} + 1 = \dfrac{2n + 9}{2n + 3}$

- احسب المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n$

$$\begin{aligned} S_n &= v_0 + v_1 + v_2 + ...v_n \\ &= \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n) \\ &= \frac{n+1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}\right) = \frac{n+1}{2}\left(\frac{1}{3}n + 1\right) = \frac{n^2 + 4n + 3}{6} \end{aligned}$$