

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 ن)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة

2) نضع $u_0 = 4$ احسب u_1 و u_2 .

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

4) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي :

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

5) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن :

التمرين الثاني (05 ن)

يوضح الجدول التالي تطور فاتورة الكهرباء (بآلاف الدنانير) لمصنع ما بين السنوات : 2002 - 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
x_i الرتبة	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i المبلغ	105	112	116	120	124	131	139	148

1) مثل سحابة النقط (x_i, y_i) في معلم مبدؤه $(0, 100000)$ حيث

2) عين إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط.

3) عين معادلة ديكارتية لمستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل :

4) عين مبلغ فاتورة الكهرباء سنة 2012

5) في أي سنة يفوق مبلغ الفاتورة 170 ألف دينار.

التمرين الثالث (04 ن)

يبنت دراسة إحصائية لطلاب السنة الثالثة ثانوي بإحدى الثانويات أن 30% من الطلاب قدمو من الأكمالية A و 45% من الأكمالية B والبقية من الأكمالية C .

بعد اجتياز الطالب لامتحان البكالوريا تبين مايلي: نجح في الامتحان 25% من الطلاب القادمين من الأكمالية A و 18% من الذين قدمو من الأكمالية B و 84% من الذين قدمو من الأكمالية C .
نختار طلاباً من طلاب السنة الثالثة ثانوي بطريقة عشوائية بعد اجتياز امتحان البكالوريا.

يرمز R إلى الحادثة "الطالب المختار نجح في الامتحان"

يرمز A إلى الحادثة "الطالب المختار قادم من الأكمالية A "

يرمز B إلى الحادثة "الطالب المختار قادم من الأكمالية B "

يرمز C إلى الحادثة "الطالب المختار قادم من الأكمالية C "

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تندمج هذه الوضعية.

$$(2) \text{ بين أن: } P(C \cap R) = 0,21$$

$$(3) \text{ احسب } P(R) \text{ احتمال الحادثة } R$$

$$(4) \text{ احسب الاحتمال الشرطي } P_R(B)$$

التمرين الرابع (07 ن)

I. تعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كما يأتي:

حيث a و b عدوان حقيقيان. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متواحد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm

1) عين قيمتي a و b بحيث $f'(1) = 1$ و $f(1) = 2$

$$f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x} \quad \text{II. نضع فيما يلي:}$$

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = 1$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل واحداً α في المجال $[0; 1]$ حيث $0,70 < \alpha < 0,71$.

6) أنشئ (T) و (C_f) .

III. H الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty]$ كما يأتي:

1) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \frac{2 \ln x}{x}$ في المجال $[0; +\infty]$.

2) استنتج الدالة الأصلية للدالة f في المجال $[0; +\infty]$ ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بين (C_f) والمستقيمات

التي معادلاتها $y = 0$ و $x = e$ ، $x = 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 ن)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بعدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أحسب u_1, u_2 و u_3 .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة محددة نهايتها.

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) أحسب بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

التمرين الثاني (05 ن)

في مدينة ما يدفع المواطن ضريبة حسب دخله الشهري كما هو موضح في الجدول

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y_i	0.1	0.2	0.25	0.4	0.5	0.65	0.7	0.8

الثنائية (0.4;0.25) تعني 40% من المواطنين يدفعون 25% من الضريبة الكلية للمدينة

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعمد ومتجانس باختيار سلم مناسب.

(2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G

(3) نعتبر المتغير الإحصائي $z = \ln y$ حيث $0 < y < 1$

أ) أكمل الجدول التالي (قرب النتائج إلى 10^{-2})

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
z_i								-0.22

ب) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل : $z = ax + b$

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة ثلاثة آلات A ، B و C بحيث:

- الآلة A تضمن 20% من الإنتاج و 5% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
 - الآلة B تضمن 30% من الإنتاج و 4% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
 - الآلة C تضمن 50% من الإنتاج و 1% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- نختار عشوائياً مصباحاً كهربائياً.

(1) ما هو احتمال أن يكون :

أ) المصباح غير صالح ومصنوع من A .

ب) المصباح غير صالح ومصنوع من B .

ج) المصباح غير صالح ومصنوع من C .

(2) احسب الاحتمال أن يكون المصباح غير صالح.

التمرين الرابع (07 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كمايلي:

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس

(1) عين نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $-\infty$.

(2) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f).

(3) أدرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

(5) استنتاج نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$

(6) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أن:

(7) حل في \mathbb{R} المعادلة $f'(x) = 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(8) عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها

(9) أنشئ (T) و (C_f) في نفس المعلم.

(10) أحسب بالسنتيمتر المربع (cm^2) المساحة S للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\ln 3$.