

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول ( 04 ن )

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $u_0 = \alpha$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n : 4u_{n+1} = u_n + 9$

(1) عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة

(2) نضع  $u_0 = 4$  احسب  $u_1$  و  $u_2$ .

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq 3$ .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعرف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المتتالية  $(v_n)$  كما يلي :  $v_n = u_n - 3$

أ) اثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول

ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(5) أثبت من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن :  $v_0 \times v_1 \times v_2 \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثاني ( 05 ن )

يوضح الجدول التالي تطور فاتورة الكهرباء ( بآلاف الدنانير ) لمصنع ما بين السنوات : 2002 – 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة $x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
المبلغ $y_i$	105	112	116	120	124	131	139	148

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم مبدؤه (0 ، 100000) حيث

(2) عين إحداثيات  $G$  النقطة المتوسطة لسحابة النقط.

(3) عين معادلة ديكارتية لمستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل :  $y = ax + b$

(4) عين مبلغ فاتورة الكهرباء سنة 2012

(5) في أي سنة يفوق مبلغ الفاتورة 170 ألف دينار.

## التمرين الثالث ( 04 ن )

بينت دراسة إحصائية لتلاميذ السنة الثالثة ثانوي بإحدى الثانويات أن 30% من التلاميذ قدموا من الأكاديمية A و 45% من الأكاديمية B والبقية من الأكاديمية C.

بعد اجتياز التلاميذ لامتحان البكالوريا تبين مايلي: نجح في الامتحان 25% من التلاميذ القادمين من الأكاديمية A و 18% من الذين قدموا من الأكاديمية B و 84% من الذين قدموا من الأكاديمية C.

نختار تلميذا من تلاميذ السنة الثالثة ثانوي بطريقة عشوائية بعد اجتياز امتحان البكالوريا.

يرمز R إلى الحادثة " التلميذ المختار نجح في الامتحان "

يرمز A إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية A "

يرمز B إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية B "

يرمز C إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية C "

(1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

(2) بين أن:  $P(C \cap R) = 0,21$

(3) احسب  $P(R)$  احتمال الحادثة R

(4) احسب الاحتمال الشرطي  $P_R(B)$

## التمرين الرابع ( 07 ن )

I. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يأتي:  $f(x) = a + \frac{b \ln x}{x}$

حيث a و b عدنان حقيقيان.  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  وحدة الطول 1 cm.

(1) عين قيمتي a و b بحيث  $f(1) = 1$  و  $f'(1) = 2$

II. نضع فيما يلي:  $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال  $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة  $y = 1$ .

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0; 1[$  حيث:  $0,70 < \alpha < 0,71$ .

(6) أنشئ  $(C_f)$  و (T).

III. الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يأتي:  $H(x) = (\ln x)^2$

(1) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة:  $x \mapsto \frac{2 \ln x}{x}$  في المجال  $]0; +\infty[$ .

(2) استنتج الدالة الأصلية للدالة f في المجال  $]0; +\infty[$  ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بين  $(C_f)$  والمستقيمات

التي معادلاتها  $x = 1$ ،  $x = e$  و  $y = 0$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول ( 04 ن )

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بحدها الأول  $u_0 = 2$  و بالعلاقة:  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أحسب  $u_1, u_2$  و  $u_3$ .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n < 3$ .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_0$

ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ج) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة محدد نهايتها.

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموعين  $S_1$  و  $S_2$  حيث:

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

### التمرين الثاني ( 05 ن )

في مدينة ما يدفع المواطن ضريبة حسب دخله الشهري كما هو موضح في الجدول

$x_i$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$y_i$	0.1	0.2	0.25	0.4	0.5	0.65	0.7	0.8

الثنائية  $(0.4; 0.25)$  تعني 40% من المواطنين يدفعون 25% من الضريبة الكلية للمدينة

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد ومتجانس باختيار سلم مناسب.

(2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة  $G$

(3) نعتبر المتغير الإحصائي  $z = \ln y$  حيث  $y > 0$

أ) أكمل الجدول التالي ( قرب النتائج إلى  $10^{-2}$  )

$x_i$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$z_i$								-0.22

ب) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل :  $z = ax + b$

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة ثلاثة آلات  $A$ ،  $B$  و  $C$  بحيث:

- الآلة  $A$  تضمن 20% من الإنتاج و 5% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة  $B$  تضمن 30% من الإنتاج و 4% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة  $C$  تضمن 50% من الإنتاج و 1% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.

نختار عشوائيا مصباحا كهربائيا.

(1) ما هو احتمال أن يكون :

(أ) المصباح غير صالح ومصنوع من  $A$ .

(ب) المصباح غير صالح ومصنوع من  $B$ .

(ج) المصباح غير صالح ومصنوع من  $C$ .

(2) احسب الاحتمال أن يكون المصباح غير صالح.

### التمرين الرابع ( 07 ن )

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي:  $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x + 2$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ( $O; \vec{i}; \vec{j}$ )

(1) عين نهاية الدالة  $f$  عندما يؤول  $x$  إلى  $-\infty$ .

(2) بين أن المستقيم ( $D$ ) الذي معادلته  $y = x + 2$  مقارب للمنحنى ( $C_f$ ).

(3) أدرس وضع المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم ( $D$ ).

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = e^x \left( e^x - 3 + \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right)$

(5) استنتج نهاية الدالة  $f$  عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$ .

(6) أحسب  $f'(x)$  ثم تحقق أن:  $f'(x) = (2e^x - 1)(e^x - 1)$

(7) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f'(x) = 0$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(8) عين معادلة للمماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها  $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

(9) أنشئ ( $T$ )، ( $D$ ) و ( $C_f$ ) في نفس المعلم.

(10) أحسب بالسنتيمتر المربع ( $cm^2$ ) المساحة  $S$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى ( $C_f$ ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين

الذين معادلتهما  $x = \ln 3$  و  $x = 0$ .