اختبار في مادة: الرياضيات   المدة:03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

يعطى الجدول التالي كلفة استهلاك الكهرباء من طرف عائلات معينة من مدينة ما خلال سنة (مقدرة بآلاف الدنانير)

السنة	2011	2013	2014	2015	2017
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
الكلفة y_i (بآلاف الدنانير)	29	35	52	71	101

1) أ) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$لكل 10آلاف دينار على محور التراتيب).

ب) هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي ؟ برِّر.

2) نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر(تدور النتائج الى 10^{-2})

أ) اتمم الجدول التالي

رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
$z_i = \ln y_i$	3,37				

ب) اوجد إحداثيي النقطة المتوسطة $G(\overline{X};\overline{Z})$ لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$

3) بيّن ان معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $z = 0{,}22x + 3{,}07$

4) أ) تحقق ان $y = ke^{0,22x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه.

ب) احسب تقدير كلفة استهلاك العائلات للكهرباء سنة 2020.

التمرين الثاني:(04 نقط)

في مدينة ما 20% من الأشخاص لديهم حاسوب ، 90% منهم يستعملون الانترنت و 60% من الأشخاص الذين ليس لديهم حاسوب يستعملون الانترنت . نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة.

نرمز بـ : Aإلى الحادثة :" الشخص المختار لديه حاسوب " و Bإلى الحادثة : " الشخص المختار يستعمل الانترنت "

1) شّكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تنمذج هذه الوضعية.

2) ما هو احتمال أن يكون الشخص المختار ليس لديه حاسوب و لا انترنت ؟

3) احسب $P(\overline{A}\cap B)$ و $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(B)$

4) علما أن الشّخص المختار يستعمل الانترنت ، ما احتمال أن يكون لديه حاسوب ؟

التمرين الثالث:(04نقط)

بعد إصدار الدولة الجزائرية لقانون التقاعد الجديد في جانفي 2017، لاحظنا أن عددا كبيرا من موظفي التربية لولاية الجزائر غرب أودعوا ملفات التّقاعد لدى مصلحة الصّندوق الوطني للتّقاعد. ولما قامت هذه المصلحة بدراسة هذه الوضعية،وجدت أن في 31 أوت 2016 بلغ عدد موظفي التربية لولاية الجزائر غرب 20000 موظفا، و خلال كل سنة من السّنوات القادمة سيحال 10% منهم على التّقاعد، و بهدف تعديل عدد موظفيها مع احتياجات القطاع لهذه الولاية، قررت توظيف 1500 عاملا خلال كل سنة.

نرمز من أجل كل عدد طبيعي n بِـ : u_n إلى عدد عمّال التربية لولاية الجزائر غرب في 31 أوت من السنة $(2016+n)$.

1) عيّن u_0 ثم أحسب u_1 و u_2. هل (u_n) متتالية هندسية؟علّل.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=0,9u_n+1500$

ب) هل يرتفع عدد الموظفين من سنة إلى أخرى؟ برّر إجابتك.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي nبـ: $v_n=u_n-15000$.

•بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها.هل (v_n)متقاربة؟

4) أكتب كلا من v_nو u_n بدلالة n .

التمرين الرابع:(08 نقط)

I) جدول التغيرات المقابل هو للدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^3-x+3-2\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↘		↗	

• أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1+\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$

و (ζ_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $1cm$)

1.احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانياثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0$

2.أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3.بيّن أن المستقيم (Δ)الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (ζ_f) عند $+\infty$.

4.أكتب معادلة المماس (T)للمنحنى (ζ_f)في النقطة ذات الفاصلة 1.

5. ارسم (T)، (Δ) و (ζ_f).

6.بيّن أن الدالة $h: x\mapsto -\left(\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}\right)$هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$.

7.احسب بـ cm^2، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (ζ_f)وبالمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=e$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

لتفسير ارتفاع درجة حرارة الغلاف الجوي (الاحتباس الحراري)، تمّ قياس متوسّط درجة الحرارة السّنوية لكوكب الأرض بين السّنتين 1982 و 2006، سجّلت النتائج في الجدول أدناه:

السنة	1982	1986	1990	1994	1998	2002	2006
ترتيب السنة x_i	4	8	12	16	20	24	28
درجة الحرارة المئوية y_i	19,12	19,70	19,62	20	20,60	20,88	20,92

1) أ) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;18)$. نأخذ $1cm$ لكل سنتين على محور الفواصل و $5cm$ لكل درجة واحدة على محور التراتيب.

ب) عيّن إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.

2) بيّن أن المعادلة المختصرة لـ(D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,078x + 18,872$.

3) أ) مثّل النقطة G ثم أنشئ المستقيم (D).

ب) بقراءة بيانية، قدّر درجة الحرارة في سنة 2018.

4) باستعمال التعديل السابق، في أيّة سنة ستتجاوز درجة الحرارة 22,5 درجة مئوية ؟

التمرين الثاني:(04 نقط)

يحتوي صندوق على 8 قريصات متماثلة تحمل الأرقام: 1، 1 ، 1، 2 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3 .

نسحب عشوائيا على التّوالي و بدون إرجاع قريصتين من الصندوق.

A الحادثة: " الحصول على قريصتين تحملان الرقم 2 ".

و B الحادثة: " الحصول على قريصتين إحداهما على الأقل تحمل الرقم 3 ".

I) بيّن أن : $P(A)=\dfrac{3}{28}$ و أن : $P(B)=\dfrac{13}{28}$

II) X العدد الحقيقي الذي يساوي عدد القريصات التي تحمل عددا فرديا ضمن السّحبة.

1) حَدد القيم الممكنة لـ X ثم بيّن أن احتمال أن يأخذ X القيمة 1 هو $\dfrac{15}{28}$.

2) أعط قانون الاحتمال لـ X .

3) احسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال السّابق.

التمرين الثالث:(04 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=-4$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$

1) احسب كل من u_1 ، u_2 و u_3 ثم عيّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

2) أ) برهن بالتّراجع انّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{1}{2^{n-1}}-6$.

ب) هل المتتالية (u_n) متقاربة؟علّل.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN بـ : $v_n=u_n+6$.

أ) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب) بيّن أن $\left(v_n\leq\frac{1}{32}\right)$ يعني $(n-1\geq\log_2(32))$. انطلاقا من أي رتبة للحد v_n يكون $v_n\leq\frac{1}{32}$.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

التمرين الرابع:(08 نقط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x^2-3x+3)e^x-4$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α ، حيث $1,6<\alpha<1,7$.

ب) حدّد إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) تنتج مؤسسة منتوجا بكمية x (مقدر بالطن) لا تتعدّى 3 أطنان.

الكلفة الإجمالية C للإنتاج مقدرة بمئات الآلاف من الدنانير معرفة بـ: $C(x)=(x-3)e^x+3x+4$

الكلفة المتوسطة C_M معرفة على $]0;3[$ بـ: $C_M(x)=\frac{C(x)}{x}$

1) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]0;3[$: $C'_M(x)=\frac{f(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتّجاه تغير الدالة C_M .

2) عيّن عدد الوحدات المنتجة للحصول على كلفة متوسطة صغرى، ما هي قيمة هذه الكلفة؟

(تعطى النتيجة مدورة إلى الألف دينار)(نأخذ $\alpha=1,65$)

III) يباع طن واحد من الإنتاج بـ 300000 دينار .

1) نرمز للفائدة (مقدّرة بمئات الآلاف من الدنانير) المحقّقة بعد صنع و بيع x طن من المنتوج بالرّمز $B(x)$.

- بيّن أن: $B(x)=(3-x)e^x-4$

2) أدرس اتّجاه تغير الدالة B على المجال $[0;3]$ ثم استنتج عدد الوحدات التي يجب إنتاجها حتى تكون الفائدة قصوى.

3) أنشئ (ζ_B) منحنى الدالة B في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد بوحدة $5cm$ لكل 1 طن على محور الفواصل و $2cm$ لكل 100000 دينار على محور التراتيب.

4) باستعمال التّمثيل البياني (ζ_B) عيّن الكمّيات التي يجب إنتاجها لكي تحقّق المؤسّسة ربحا(تعطىالنّتائج مدوّرة إلى 10^{-1}).