الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط

ثانوية :

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة : ماي 2019

الشعبة :رياضيات | **اختبار في مادة: الرياضيات** | **المدة:04سا**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقــاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, نعتبر النقط $A(1;1;0)$, $B(0;1;2)$ و $C(2;-2;1)$

1)بين أن النقط $A;B$ و C تعين مستويا

2)تحقق أنّ $\vec{n}(2;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3)ليكن (P)مستوي تمثيله الوسيطي : $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x=2+\alpha+2\beta \\ y=1+2\alpha \\ z=1-\beta \end{cases}$

أ)أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب)بيّن أنّ تقاطع المستويين (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

4)عيّن (Q)مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$.

5)نفرض أنّ : $(Q): x-2z+5=0$

-أدرس تقاطع المستويات (Q) ، (P) و (ABC)

التمرين الثاني: (05 نقــاط)

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط $A;B$ و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=i\,z_A$ و $z_C=\overline{z_A}$

1) أكتب z_A , z_B على الشكل الجبري .

2) أ)حل في المعادلة ذات المجهول z : $\dfrac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$ ....(E)

ب)استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بواسطة تشابه مباشر S مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة z_Ω

(حيث z_Ω هي حل المعادلة (E)) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

---

3) أ) أوجد مركز و نصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC.

ب)بين أن النقطة H ذات اللاحقة $z_H=-1+3i$ هي مركز الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحويل S ثم عيّن معادلة ديكارتية للدائرة (γ')

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا

5) أ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث: $z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$ ، k يمسح $\mathbb{R}^+$

ب)عيّن (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى حيث: $k\epsilon\,\mathbb{R}^+$ ، $\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2k\pi$

التمرين الثالث:(04 نقـــاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{4u_n}{u_n+2}$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n<2$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=1-\frac{2}{u_n}$

أ)بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثمّ عبر عن v_n بدلالة n.

ب)إستنتج عبارة u_n بدلالة n ثمّ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_2}+\cdots+\frac{1}{u_n}$ ، أحسب S_n بدلالة n .

4) أ) بيّن أنّ : $|u_{n+1}-2|\le\frac{2}{3}|u_n-2|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

ب)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_n-2|\le\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثمّ إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع:(07نقـــاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1)ادرس تغيرات الدالة g

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α. تحقق أن α من المجال $]-1.3;-1.2[$.

3) حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1)أ)أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

ب) برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

جـ)برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته: $y=x$.

د) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم ، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T).

هـ)ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

2) H نقطة فاصلتها x (حيث $x\succ 0$) وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=MN$.

أ) بين أن $\varphi(x)=\dfrac{x}{1+e^x}$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x)=\dfrac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}\cdot g(-x)$.

واستنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما $x=-\alpha$.

ج) برهن أن $f(-\alpha)=1$.

د) برهن أن المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ).اكتب معادلته ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

3)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$.

4) أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\dfrac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب)استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(03 نقــاط)

نعتبر المعادلة $(E): 3x-8y=5$ حيث x و y صحيحان نسبيان.

1. أثبت أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x=8k-1$ ، $y=3k-1$ و $k\in\mathbb{Z}$.
2. أ) اتكن n ، x و y ثلاثة أعداد صحيحة تحقق $\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$ أثبت أن $(x;y)$ حل للمعادلة (E).

ب) نعتبر الجملة $(S)\begin{cases} n\equiv 2[3] \\ n\equiv 7[8] \end{cases}$ حيث n عدد صحيح. أثبت أن n حل للجملة (S) إذا و فقط إذا كان $n\equiv 23[24]$

3. تأكد أن 2015 حل للجملة (S) ثم استنتج أن $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24.

التمرين الثاني:(05 نقــاط)

1)نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة$\mathbb{C}$المعادلة ذات المجهول z :

$\overline{z}^3-3\overline{z}^2+3\overline{z}+7=0$ ...(E) ، $\overline{z}$ **هو مرافق العدد المركب** z.

أ)بين أن المعادلة (E) **تكافئ المعادلة :** $(\overline{z}+1)(\overline{z}^2-4\overline{z}+7)=0$.

ب) حـل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2)في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ **، نعتبر النقط** A, B, C **و** D **لواحقها على الترتيب :** $z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ ، $z_D=3$.

أ) عين قيم العدد الطبيعي n **حتى يكون** $(z_B-z_A)^n$ **عددا حقيقيا ســالبا .**

ب) عين طبيعة المثلث ABC .

3)أ)أكتب العدد $\dfrac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ **على الشكل الأسي،ثم استنتج أن النقطة** A **صورة** D **بتحويل نقطي يطلب تعيينه.**

ب) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD .

4) (Γ) **مجموعة النقط** M **من المستوي لاحقتها** z **تحقق:** $z+1=2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ **حيث** k **يمسح المجال** $[0;+\infty[$

-عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ **، ثم استنتج مجموعة النقط** (Γ).

5)أ) عين قيمة العدد الحقيقي α **بحيث يكون :** $-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

ب) عين (E) **مجموعة النقط** M **من المستوي حيث:** $\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{DM}\right\|\leq 2\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$

ج) استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) **و** (Γ).

التمرين الثالث: (04 نقــاط)

يحتوي كيس على n كرة بيضاء كلها تحمل الرقم2 و 4 كرات حمراء تحمل الأرقام0 , 1 , 1 , 2 , لا نفرق بين كل الكرات في اللمس , نسب في آن واحد كرتين.

1)عين العدد الطبيعي n حيث يكون احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو $\frac{3}{7}$.

2)نضع: $n = 3$.

أ) أحسب احتمال الحصول على كرتين مختلفتين في اللون علما أنهما تحملان الرقم2

ب) نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل عملية السحب مجموع الرقمين.

-a عين قيم X.ثم عين قانون احتمال X.

-b أحسب كل من الأمل الرياضياتي و التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X

التمرين الرابع: (08نقــاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيرالحقيقي x المعرفة على$\mathbb{R}$بـ: $f(x) = x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f)تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المنحنى (C_f)يقبل مستقيمين مقاربين(D)و (D')معادلتاهما:

$y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f)بالنسبة للمستقيمين المقاربين(D)و (D').

ج)بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ)،(D)، (D')و (C_f)

4)ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث mوسيط حقيقي.

أ) بين أن جميع المستقيمات (D_m)تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x - e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1 + X^n\right)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ) فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1.

ب)بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$

ج)عين اتجــاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6)باستعمال : $\ln(1 + X) \le X$ ،من أجل كل $X \in \left]0; +\infty\right[$

أ) استنتج أن : $0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\,dx - 1 + \ln 4$

ب) اعط حصرا للعدد $I + I_1$. انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا