الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — ثـانوية حميتو الحاج علي الشلالة

امتحان : بكالوريا التجريبي

الشعبة : علوم تجريبية — دورة مـــــــــاي 2021

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات و نصف

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول(20 نقطة) :

التمرين الأول(04 نقاط) :

1. a و b عددان مركبان حيث : $\begin{cases} a+\bar{b}=6+2i\sqrt{3} \\ \bar{a}-2b=-3+i\sqrt{3} \end{cases}$ ، عين العددين a و b .
2. نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$.

أ- أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي .

ب- استنتج الشكل الأسي للعد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج نوع المثلث OAB .

ج- عين z_I لاحقة النقطة I مركز ثقل المثلث OAB ثم أكتب معادلة الدائرة المحيطة به .

د- بين أن : $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2020}\times\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1441}=-1$

3. لتكن النقطة D نظيره النقطة O بالنسبة إلى النقطة I . ماهي طبيعة الرباعي ADBI ؟ أحسب مساحته .
4. نعتبر (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ المعرفة بـ : $z\neq 0$: $arg\left(\frac{z}{i\bar{z}}\right)=\arg(z_A)$.

أ- بين أن : $C\in(\Gamma)$ حيث : $z_C=iz_B$

ب- عين طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني (04نقاط):

جمعية خيرية تتكون من 12 شخص (7 رجال و 5 نساء) من بينهم رجل واحد اسمه محمد. نريد تشكيل لجنة للتسيير بها 3 أعضاء.

I. ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها حيث تضم رئيسا ونائبا له وكاتبا .

II. **في حالة أن الأعضاء لهم نفس المهام .**

1. عين عدد اللجان التي يمكن تشكيلها .
2. أحسب احتمال الحوادث التالية : A:" اللجنة تضم محمد" B:"اللجنة تتكون من رجلين و امرأة"

C:" اللجنة بها رجل على الأقل" D : " اللجنة مكونة من امرأة على الأكثر "

3. نعتبر اللجنة مشكلة من الرجال فقط وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الرجال الذين يحمل إسم محمد

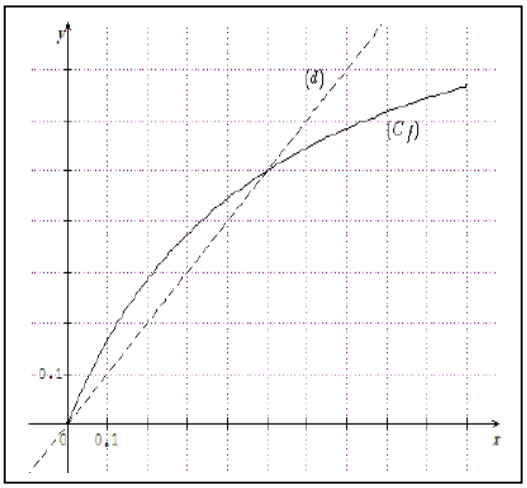
- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله .

التمرين الثالث (05 نقاط):

I. في الشكل المقابل مثلنا المنصف الأول (d) و المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ كمايلي : $f(x)=\frac{2x}{2x+1}$

- بين أن الدالة f متزايدة .

II. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي : $u_0=\frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$



1. أ- أنقل الشكل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) و تقاربها .

2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<\frac{1}{2}$.

3. أدرس اتجاه تغير (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n=3^n\times\frac{u_n}{2u_n-1}$.

1. بين أن $v_{n+1}-6v_n=0$ ثم استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2. أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n=\frac{2^n}{3+2^{n+1}}$ و احسب نهاية (u_n) .

3. أحسب بدلالة n المجموع : $S=\frac{(2u_0-1)v_0}{u_0}+\frac{(2u_1-1)v_1}{u_1}+\cdots+\frac{(2u_n-1)v_n}{u_n}$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة : $g(x)=\frac{-x^2+x+1}{x-1}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $-1<\alpha<0$ ، $1<\beta<2$.

ب- استنتج اشارة g(x) حسب كل قيم x من $\mathbb{R}-\{1\}$.

II. نعتبر الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x-1+\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2. أ- بين أنه من اجل كل عدد $x\in\mathbb{R}-]0;1[$ فإن : $f'(x)=-\frac{g(x)}{x}$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- بين ان المستقيم $(\Delta):y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

4. أنشئ (C_f) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha)\approx-1.58$ ، $f(\beta)\approx2.58$).

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=x-m$

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول (04 نقاط)

I. $P(z)$ كثير حدود للمتغير الغير معدوم z حيث : $P(z) = z^3 + 4\sqrt{3}z^2 + 24z + 24\sqrt{3}$.

1. أ- أحسب $P(-2\sqrt{3})$.

ب- أوجد العددين المركبين a و b حيث : $P(z) = (z + 2\sqrt{3})(z^2 + az + b)$.

ج- حل المعادلة $P(z) = 0$

II. المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B ، C لواحقها على التراتيب $z_A = -2\sqrt{3}$ ، $z_B = -\sqrt{3} + 3i$ ، $z_C = -\sqrt{3} - 3i$

1. أ- أكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي .

ب- بين أن : $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2020} - \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{1441} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. أ- اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري .

ب- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. ليكن الدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{3}$.

أ- عين العبارة المركبة للدوران R و استنتج صورة A بالدوران R .

ب- عين $_D$ لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران R ثم اكتب z_D على الشكل الجبري.

التمرين الثاني(04 نقاط) :

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء و ثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

I. نختار عشوائيا وفي ان واحد 3 وردات من هذه الباقة وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة .

1. أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

2. أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

II. نختار عشوائيا من هذه الباقة 3 وردات على التوالي وبدون إرجاع . نعتبر الحدثين التاليين:

A :" اختيار ثلاث وردات من نفس اللون" B:" اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر"

1. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$

التمرين الثالث(05 نقاط) :

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$.

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n = 4n - 10$.

أ- عين طبيعة المتتالية (v_n) و استنتج أساسها .

3. لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $w_n = u_n - v_n$

أ- برهن أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول .

ب- عبر عن n بدلالة n و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 4n - 10$

ج- أحسب نهاية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

- بين أن : $S_n = 22\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] + 2(n-5)(n+1)$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I.لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان . و (C_g) تمثيلها البياني في المستو المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

- عين a و b حيث (C_g) يشمل النقطة $A(\ln 2; \ln 2)$ و يقبل عند النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل .

II.نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 2 + \frac{8}{e^x+2}$
2. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ ، $-\infty$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين و (Δ') يطلب تعيين معادلة لكل منهما .
5. أثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها .
6. بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث : $-1.7 < \alpha < -1.6$
7. أرسم (Δ) و (Δ') و (C_f)
8. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = [f(x)]^2$

- عين اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .

بالتوفيق مع تحيات أستاذة المادة