الأستاذة : جلام جميلة	السنة الدراسية : 2023-2024	مذكرة رقم :41

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة–

ميدان التعلم : تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : متتاليات العددية

المدة : 2ساعة

الموضوع : المتتاليات العددية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : وصف ظاهرة بواسطة متتالية ، التعرف على طرق توليد متتالية.

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	نشاط 1 : 1) لتكن A مجموعة أعداد الطبيعية الفردية الأكبر من 1 و الأصغر من 16. _اوجد العدد الذي رتبته 1 و العدد الذي رتبته 3 و العدد الذي رتبته 7في المجموعة A . 2) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $f(n)=2n+1$. _ احسب صور كل من 1 ، 3 ، 7 بالدالة f . _ماذا تلاحظ ؟ نشاط 2ص 144.	
بناء المفاهيم	1)متتالية عددية: تعريف:متتالية عددية حقيقية u هي دالة ترفق بكل عدد طبيعي n ،أكبر من أو يساوي عدد طبيعي n_0 معطى، العدد $u(n)$. ترميز : أ) يرمز للمتتالية عـــادة بأحد الرموز : u ، v ، w ،.... ب) يرمز إلى صورة عدد طبيعي n بواسطة متتالية u بالرمز u_n بدلا من الرمز $u(n)$. ج) العدد u_n هو الحد الذي دليله n ، يسمى أيضا الحد العـام للمتتالية u . د)يرمز للمتتالية u بالشكل (u_n) أو $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. هـ) الأعداد الحقيقية u_0 ، u_1 ،....، u_n تسمى حدود المتتالية. و) u_0 يسمى الحد الأول للمتتالية u اذا كانت معرفة على $\mathbb{N}$. تطبيق: احسب الحدود الثلاث الاولى من كل متتالية مما يلي :	

(1 $u_n = n^3-3$; (2 $v_n = \frac{-1}{n}$; (3 $w_n = \frac{n+3}{n-2}$; (4 $C_n = \sqrt{n-4}$

ملاحظة : في الحد u_n ، n هو دليل الحد و ليس رتبته.

العلاقة بين رتبة حد و دليله:نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq n_0}$ و التي حدها الاول u_{n_0} ، و ليكن u_p هو الحد الذي دليله p ، اذا رتبة الحد u_p هي $p-n_0+1$.

2) طرق توليد متتالية عددية:

الطريقة1:إعطـاء الحد العام $u_n = f(n)$،حيث f هي الدالة المرفقة بالمتتالية $\left(u_n\right)$، في هذه الحالة يحسب أي حد من حدود المتتالية إنطلاقا من علاقة يعبر فيها عن u_n بدلالة n .

تطبيق: (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_n = 3n+5$

1) احسب حدودها الثلاث الاولى.

2) عين الدالة المرفقة للمتتالية (u_n) .

الطريقة 2:بمتتالية معرفة بعلاقة تراجعية و حدها الأول.

فـــي هذه الحالة يعطى الحد الأول u_0 و علاقة تراجعية بين الحدين المتتابعين u_n و u_{n+1} من الشكـــل $u_{n+1} = f(u_n)$ ، حيث f تسمى الدالة المرفقة بالمتتالية $\left(u_n\right)$ وهي دالة معرفة على مجال D من $\mathbb{R}$ حيث: $x \in D$ فإن $f(x) \in D$.

تقويم

تطبيق : $\left(u_n\right)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

1) احسب u_1 ; u_2 ; u_3 .

2) عين الدالة المرفقة للمتتالية (u_n) .

تطبيق رقم 20 و 21 صفحة 167

الأستاذة : جلام جميلة	السنة الدراسية : 2023-2024	مذكرة رقم :42

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة– **ميدان التعلم :** تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية **المحور :** متتاليات العددية

المدة : 2ساعة **الموضوع :** دراسة اتجاه تغير متتالية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : حساب حدود متتالية عددية ،دراسة اتجاه تغير متتالية .

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	**نشاط 01**:نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_n = n^2 + n$. **1)** أحسب الحدود U_0 ، U_1 و U_2،ثم قارن بينها . ✓ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n). **2)** من اجل كل عدد طبيعي n احسب U_{n+1} ثم $U_{n+1} - U_n$. ✓ ماذا تستنتج حول تغيرات المتتالية (U_n).	
بناء المفاهيم	**إتجاه تغير متتالية عددية:** لتكن $(U_n)_{n \geq n_0}$ متتالية عددية ، تكون $(U_n)_{n\geq n_0}$: 1)متزايدة تماما : اذا كان من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq n_0$: $u_{n+1} > u_n$ 2) **متناقصة تماما**:اذا كان من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq n_0$: $U_{n+1} < U_n$ 3) **متتالية ثـــابتة**:اذا كان من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq n_0$: $U_{n+1} = U_n$ **نشاط 02:** (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n = \frac{3^n}{n+4}$. 1. أحسب الحدود الثلاثة الاولى للمتتالية (V_n). ما تخمينك ؟ 2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون $U_n > 0$. 3. ادرس اشارة الفرق $\frac{V_{n+1}}{V_n} - 1$. 4. استنتج اتجاه تغير المتتالية (V_n).	

طريقة: لدراسة اتجاه تغير متتالية $(U_n)_{n\geq n_0}$ يمكن أن:

نقارن بين $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ وَ **1** (اذا كانت (U_n) ذات اشارة ثابتة).

نشاط 03: نعتبر المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $W_n=-2n+3$.

1) ادرس اتجاه تغير المتتالية (W_n).

2) عين الدالة f المرفقة للمتتالية (W_n)، ثم ادرس اتجاه تغيراتها على المجال $]0\,;+\infty[$.

3) ما الذي يمكن استنتاجه من خلال السؤالين (1) و (2).

ملاحظة: لدراسة اتجاه تغير متتالية (U_n) يمكن دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=f(n)$.

تقويم :

حل التمرين رقم 47 ص 169

تمرين منزلي رقم 46 ص 169

مذكرة رقم :43	السنة الدراسية : 2023-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة– **ميدان التعلم :** تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية **المحور :** متتاليات العددية

المدة : 2ساعة **الموضوع:** تمثيل متتالية عددية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : تمثيل حدود متتالية عدديةمعرفة بعبارة الحد العام أو بعلاقة تراجعية.

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق بناء المفاهيم	**نشاط04 ص 145** **1) متتالية معرفة بالحد العام** $u_n = f(n)$ **:** المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$، لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام حيث : $u_n = f(u_n)$. مجموعة النقط $M(n;f(n))$ أي $M(n;u_n)$ هي التمثيل البياني للمتتالية (u_n). **تطبيق:** المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$، لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام كما يلي : $u_n = 2n^2 - 5n$. f الدالة المرافقة للمتتالية (u_n). 1) اعط عبارة الدالة f ثم مثلها بيانيا على المجال $[0;+\infty[$. 2) مثل (u_n) بيانيا من أجل $n \leq 3$. **2) متتالية معرفة بعلاقة تراجعية:** (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_0 و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس. مجموعة النقط $M(n;u_n)$ هي التمثيل البياني المستوي المنسوب الى معلم $(o;\vec{i};\vec{j})$. **طريقة الإنشـــــاء:** 1) نعلم العدد الحقيقي u_0 على محور الفواصل ثم نعلم النقطة M_0 من (C_f) ذات الفاصلة u_0 و الترتيبة $f(u_0) = u_1$. 2)نعلم u_1 على محور الفواصل حيث u_1 هي فاصلة نقطة تقاطع المستقيم $(D): y = x$ مع المستقيم ذي	

تقويم	المعادلة $y = u_1$. النقطة M_1 ذات الفاصلة u_1 و الترتيبة $f(u_1) = u_2$ ناتجة من تقاطع $x = u_1$ مع $(\mathcal{C}_f)$ 3) نعلم u_2 على محور الفواصل كما في الحالة السابقة و هكذا دواليك. **تطبيق:** لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$ حيث n عدد طبيعي. _مثل بيانيا المتتالية (u_n) في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. **حل تمرين رقم 27 ص 169**	

مذكرة رقم 44:	السنة الدراسية : 2023-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة–

ميدان التعلم : تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : متتاليات العددية

المدة : 2ساعة

الموضوع : المتتالية الحسابية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : التعرف على متتالية حسابية وحساب الحدّ العام لمتتالية حسابية بدلالة n.

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>عناصر الدرس</th><th>المدة</th></tr>
<tr><td>مرحلة انطلاق

بناء المفاهيم</td><td>

1.المتتالية الحسابية
تعريـف :
نقول عن متتالية (u_n) أنها متتالية حسابية إذا وجد عدد حقيقي r حيث:
من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = u_n + r$ (نقصد بها المرور من حدّ إلى الحد الموالي له بإضافة نفس العدد الثابت)
يسمى r أساس المتتالية (u_n).
أمثلة: المتتالية $u_n = 3n+5$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5$ وأساسها $r = 3$.
الأعداد الطبيعية 0، 1، 2، 3 ..... تشكل بهذا الترتيب حدوداً متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r = 1$ وحدها الأول $u_0 = 0$.
2.اتجاه تغير متتالية حسابية
استنتاج :
من تعريف متتالية حسابية يمكن استنتاج اتجاه تغيرها مباشرة اعتمادا على اشارة الاساس r حيث:
a) إذا كان r موجباً تماما فالمتتالية الحسابية متزايدةتماماً.
b) إذا كان r سالباً تماما فالمتتالية الحسابية متناقصةتماماً.
c) إذا كان r منعدماً فالمتتالية الحسابية ثابتة.
3.الحد العام لمتتالية حسابية
مبرهنة :
لتكن $(u_n)_{n \geq n_0}$ متتالية حسابية اساسها r.
✓إذا كان الحد الأول u_0 فان الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هو $\boxed{u_n = u_0 + nr}$

</td><td></td></tr>
</table>

✓إذا كان الحد الأول u_1 فان عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هي $\boxed{u_n = u_1 + (n-1)r}$

ملاحظات:

- بصفة عامة إذا كان u_p الحد الأول (p عدد طبيعي أصغر من n) فان عبارة الحد العام هي:
$\boxed{u_n = u_p + (n-p)r}$
- تعيين الحد العام يعود إلى كتابة u_n بدلالة n. (**أمثلة:** u_n متتالية حسابية حيث $u_0 = -3$ وَ $r = 2$ ومنه
$u_n = -3 + 2n$

4.خاصية ثلاث حدود متتابعة في متتالية حسابية

خاصية :

تكون الأعداد a، bو c بهذا الترتيب حدوداً متتابعة من متتالية حسابية إذا وفقط إذا كان: $\boxed{a + c = 2b}$

العدد b يسمى الوسط الحسابي للعددين a وَ c.

مثال: الأعداد 2، 7وَ 12 بهذا الترتيب هي حدود متتالية حسابية لأن $2+12 = 2\times 7$.

5.مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية

مبرهنة 2

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 واساسها r. ليكن المجموع $S = u_0 + u_1 + ... + u_n$

من أجل كل عدد طبيعي n: $\boxed{S = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)}$

S يساوي عدد الحدود مضروب في نصف مجموع الحد الأول والحد الأخير.

مع العلم أن: عدد الحدود = (دليل الحد الأخير – دليل الحد الأول)+1

خواص:

إذا كان الحد الأول u_0 فان: $u_0 + u_1 + ... + u_n = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)$

إذا كان الحد الأول u_1 فان: $u_1 + u_2 + ... + u_n = n\left(\frac{u_1 + u_n}{2}\right)$

مثال: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 7$ وحدها 33 هو $u_{32} = 103$ ومنه:

$u_0 + ... + u_{32} = (32+1)\left(\frac{u_0 + u_{32}}{2}\right) = 1815$

تقويم :

تمارين رقم 53 ، 60 ، 70 ص 169–170

مذكرة رقم: 45	السنة الدراسية : 2023-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة–

ميدان التعلم : تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : متتاليات العددية

المدة : 2ساعة

الموضوع : المتتالية الهندسية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : التعرف على متتالية هندسية وحساب الحدّ العام لمتتالية هندسية بدلالة n

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق بناء المفاهيم	**1.المتتالية الهندسية** **تعريـف :** نقول عن متتالية (u_n) أنها متتالية هندسية إذا وجد عدد حقيقي q حيث: من أجل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = q \times U_n$ (**نقصد بها المرور من حدّ إلى الحدّ الموالي له بالضرب في نفس العدد الثابت q**) يسمى q أساس المتتالية (u_n). **أمثلة:** $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$: $v_n = \frac{3}{2^n}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ نجد: $v_{n+1} = \frac{3}{2^{n+1}} = \frac{3}{2^n \cdot 2} = \frac{3}{2^n} \times \frac{1}{2}$ إذن $v_{n+1} = v_n \times \frac{1}{2}$ وعليه $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{2}$ **ملاحظة: إذا كان $q = 1$ فان الحدود متساوية وعليه فالمتتالية ثابتة.** **إذا كان $q = 0$ فان حدود المتتالية معدومة ابتداء من الحد الثاني.** **2.اتجاه تغير متتالية هندسية** **استنتاج:** من تعريف متتالية هندسية يمكن استنتاج اتجاه تغيرها مباشرة اعتمادا على اشارة الاساس q و u_0 حيث: a)إذا كان $q \succ 1$ فالمتتالية متزايدة تماماً. b) إذا كان $0 \prec q \prec 1$ فالمتتالية متناقصة تماماً. c) إذا كان $q = 1$ فالمتتالية ثابتة.	

3.الحد العام لمتتالية هندسية

مبرهنة 3:

لتكن $(u_n)_{n\geq n_0}$ متتالية هندسية اساسها q.

إذا كان الحد الأول u_0 فان الحد العام للمتتالية الهندسية (u_n) هو: $\boxed{u_n=u_0\times q^n}$.

إذا كان الحد الأول u_1 فان عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هي: $\boxed{u_n=u_1\times q^{n-1}}$

ملاحظات:

- بصفة عامة إذا كان u_p الحد الأول (p عدد طبيعي أصغر من n) فان عبارة الحد العام هي: $\boxed{u_n=u_p\times q^{n-p}}$
- تعيين الحد العام يعود إلى كتابة u_n بدلالة n. (أمثلة: u_n متتالية هندسية حيث $u_0=3$ وَ $q=4$ومنه $u_n=3\times 4^n$)

4.خاصية ثلاث حدود متتابعة في متتالية هندسية

خاصية:

تكون الأعداد a، bو c بهذا الترتيب حدوداً متتابعة من متتالية هندسية إذا وفقط إذا كان: $\boxed{a\times c=b^2}$

العدد b يسمى الوسط الهندسي للعددين a وَ c.

مثال: الأعداد 25 ،5وَ 1 بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية لأن $1\times 25=5^2$.

5.مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية

مبرهنة 4:

(u_n)متتالية هندسية حدها الأول u_0 واساسها q. ليكن المجموع $S=u_0+u_1+.........+u_n$

- إذا كان $q=1$ فان $S=(n+1)u_0$
- من أجل كل عدد طبيعي n و $q\neq 1$فإن: $\boxed{S=u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=u_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)}$

S يساوي الحد الأول مضروب في النسبة $\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$. حيث $n+1$ هو عدد الحدود.

ملاحظة:

إذا كان الحد الأول u_1 و $q\neq 1$ فان: $u_1+u_2+.........+u_n=u_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

مثال: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0=2$ واساسها $q=3$ ومنه:

$$u_0+....+u_n=u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=2\left(\frac{1-3^{n+1}}{1-3}\right)=3^{n+1}-1$$

تقويم :

تمارين 76 ،80 – 84 – 87 الصفحة{172 – 173}

مذكرة رقم: 46	السنة الدراسية : 2023-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان–واد الجمعة–

ميدان التعلم : تحليل

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : متتاليات العددية

المدة : 2ساعة

الموضوع : نهاية متتالية عددية

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : حساب نهاية متتالية عددية ، مفهوم متتالية عددية متقاربة ونهاية غير منتهية لمتتالية عددية.

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق بناء المفاهيم	**نشاط (05 الصفحة 145)** 1| (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n=\frac{2n+1}{n+3}$ 1)عين الدالة f المرفقة حيث: $v_n=f(n)$ 2)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$. 2| (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0=7$ واساسها 3 . 1)أوجد عبارة الحد العام u_n. 2)أحسب المجموع: $S=u_0+u_1+.....+u_{200}$ 3)عين النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ **1.متتالية عددية متقاربة** **تعريـف 1 :** (u_n)متتالية عددية و l عدد حقيقي. نقول أن l هو نهاية المتتالية(u_n) إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل l فهو يشمل أيضاً كل حدود المتتالية(u_n) ابتداء من رتبة معينة. ونكتب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$ أو $\lim u_n=l$ (مع العلم أن النهاية لا تحسب إلا عند $+\infty$) في هذه الحالة نقول أن المتتالية(u_n) متقاربة. **ملاحظات:** ▪ إذا كانت (u_n) متتالية متقاربة فان نهايتها وحيدة. ▪ إذا كانت (u_n) متتالية غير متقاربة فهي متباعدة **(أي نهايتها غير منتهية أو غير موجودة)** مثلاً:	

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = 2+(-1)^n$

إن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ غير موجودة ومنه (u_n) متتالية متباعدة.

2.نهاية متتالية عددية مرفقة بدالة

مبرهنة 1:

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_n = f(n)$. حيث f دالة معرفة على مجال من الشكل $[\alpha,+\infty[$ حيث α عدد حقيقي. إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$.

3.نهاية غير منتهية لمتتالية عددية

تعريف 2:

▪المتتالية (u_n) تقبل $+\infty$ كنهاية إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح $]\alpha,+\infty[$ $(\alpha\in\mathbb{R})$ يشمل كل حدود المتتالية (u_n) ابتداء من رتبة معينة. ونرمز له ب: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

▪المتتالية (u_n) تقبل $-\infty$ كنهاية إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح $]-\infty,\alpha[$ $(\alpha\in\mathbb{R})$ يشمل كل حدود المتتالية (u_n) ابتداء من رتبة معينة. ونرمز له ب: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

مثال: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n = -n^2$. وليكن α عدد حقيقي.

n_0 عدد طبيعي أكبر تماما من α لدينا $(-n^2)\in]-\infty,\alpha[$ ابتداء من $n\geq n_0$ منه: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

4.نهاية غير منتهية لمتتالية

مبرهنة 2:

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_n = f(n)$. حيث f دالة معرفة على مجال من الشكل $[\alpha,+\infty[$ حيث α عدد حقيقي.

✓ إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

✓ إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

<u>**ملاحظة:**</u>كل النظريات والنتائج حول نهايات الدوال تبقى صحيحة في المتتاليات

5. نهاية متتالية هندسية

نشاط 2:

لتكن (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ والعلاقة: $u_{n+1} = 1+\frac{2}{5}u_n$

ولكتن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = u_n - \frac{5}{3}$

1)أثبت أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساها وحدها الأول.

2)عين نهاية المتتالية (u_n).

<u>**مبرهنة:**</u>

(u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 واساها q.

	▪ إذا كان $q \succ 1$ وَ $u_0 \succ 0$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ والمتتالية (u_n) متباعدة. ▪ إذا كان $q \succ 1$ وَ $u_0 \prec 0$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ والمتتالية (u_n) متباعدة. ▪ إذا كان $-1 \prec q \prec 1$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ والمتتالية (u_n) متقاربة. ▪ إذا كان $q \le -1$ فان المتتالية (u_n) متباعدة (النهاية غير موجودة). **أمثلة:** 1. (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = \left(\frac{-3}{4}\right)^n$. (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 1$ وأساسها $q = \frac{-3}{4}$. وعليه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ لأن $-1 \prec q \prec 1$. 2. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = (-2)\times 6^n$. (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_0 = -2$ وأساسها $q = 6$. وعليه $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ لأن $q \succ 1$ وَ $u_0 \prec 0$ **تمرين 87 الصفحة {173}** **تمارين رقم 12 ، 13 ، 14 ص 155**	تقويم :