الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديـــــــــرية التربية لولاية (البيض+الاغواط)

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية (حميتو الحاج علي الشلالة+ابي القاسم الزهراوي)

الشعبة: علوم تجريبية — دورة: مـــــــــــــــاي 2023

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول:(04نقاط)

نعتبر (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_0 = e^2$ و $v_4 - 9v_2 = 0$

1. أثبت أن أساس المتتالية (v_n) هو $q = 3$ ثم أكتب v_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} v_n$

2. أحسب بدلالة n كلا من الجداء A_n و المجموع S_n حيث: $A_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$ ، $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \ldots + v_n^2$

3. نعتبر (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب-أكتب عبارة w_n بدلالة n.

ج- أحسب المجموع: $T_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$

التمرين الثاني:(04 نقاط)

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللّمس: منها 2 كرية خضراء و3 كريات حمراء

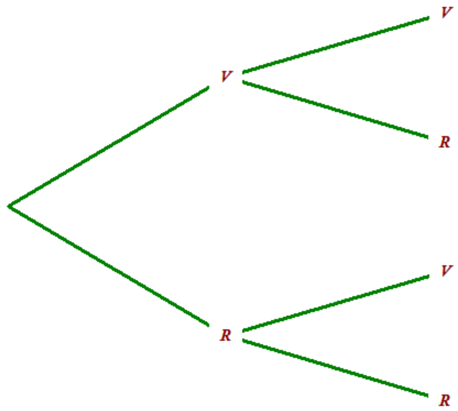
1. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق نرمز بـ X إلى المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- تحقق أن $P(X=0) = \frac{3}{10}$ ،ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب- احسب احتمال الحادثة A : " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون "

2. نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أمّا إذا كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها، نرمز للكرية الخضراء بالرمز V ،وإلى الكرية الحمراء بالرمز R

أ- أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.



ب- احسب احتمال الحادثتين: B : " الكرية المسحوبة الأولى خضراء "

C : " احدى الكرتين المسحوبتين خضراء "

ت- بيّن أن احتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:(05 نقاط)

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=-\sqrt{3}+3i$

1. أ- أكتب العدد z_A على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الاسي للعدد z_B.

ب- تحقق أن: $z_C=iz_A$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

2. n عدد طبيعي، L_n هو العدد المركب المعرف بمايلي: $L_n=\left(\dfrac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\dfrac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$

- أحسب L_n بدلالة n ثم استنتج قيمة L_{2022} (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

3. لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(3+i\sqrt{3}-z\right)-\arg\left(-\sqrt{3}+3i-z\right)=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ ، $k\in\mathbb{Z}$.

- تحقق أن النقطة O تنتمي إلى (Γ) ثم عين طبيعتها.

4. نعتبر النقطة D ذات اللاحقة $z_D=\overline{z_C}$ ، بين ان المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان.

5. لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=3-\sqrt{3}$ ، S التشابه المباشر الذي مركزه E ويحول النقطة A إلى النقطة C

- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S ثم استنتج أن النقط A ، E ، O و C تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها

التمرين الرابع: (07نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2x+1)e^x-1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

2. احسب $g(0)$ ،ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(e^x-1)^2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3. **أ.** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(e^x-1)g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة لـ(T) مماس (C_f) المار من مبدأ المعلم

5. أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$

7. **أ.** بيّن أن: $H:x\mapsto 2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$ دالة أصلية للدلة $h:x\mapsto x-f(x)$ على $\mathbb{R}$

ب. احسب $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا

8. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

-دون حساب عبارة $k(x)$ حدّد اتجاه تغيّر الدالة k على مجموعة تعريفها

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول(04ن)

اجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{6\alpha+1}{3}\right)^n$، قيم α حتى تكون (v_n) متقاربة هي $\alpha \in \left]0;\frac{1}{6}\right[$
2. A و B حادثتان مستقلتان من مجموعة امكانيات بحيث: $P(A)=0,3$ و $P(B)=0,4$ فإن: $P(A\cup B)=0,12$
3. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n العدد الحقيقي a حيث $a=\ln\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)^{2023}+\ln\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)^{2023}$: $a=0$
4. القيمة المتوسطة للدالة f المعرفة بـ : $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$ على المجال $[0;1]$ هي : $m=\ln\left(\frac{e-1}{2}\right)$

التمرين الثاني (04ن)

(u_n) متتالية عددية بحدها الأول $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3-\frac{2}{u_n}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أنّ: $2 \prec u_n \leq 3$
2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة
3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$

   أ. بين أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ ثم احسب حدها الأول

   ب. اكتب v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n=\frac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$، احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4. **أ.** احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots\cdots\cdots+\mathrm{v}_n$

   ب. بين أن : $\left(\frac{u_0-1}{u_0-2}\right)\times\left(\frac{u_1-1}{u_1-2}\right)\times\left(\frac{u_2-1}{u_2-2}\right)\times\cdots\cdots\cdots\times\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)=2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$

التمرين الثالث(05ن)

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها أربع كريات سوداء تحمل الأرقام0، 1، 1، 2 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الكيس.

نعتبر الأحداث التالية:

A : " الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم " ، B : " الكريات المسحوبة تحمل نفس اللون "

C : "الكريات المسحوبة أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

1. **أ.** احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الحادثة A ، B و C على الترتيب .

   ب. بيّن أنّ $P(B\cap C)=\frac{1}{28}$ ثم استنتج $P_B(C)$ و $P(B\cup C)$.

   جـ. هل الحادثتين B و C مستقلتين؟ برر اجابتك.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 .

أ. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب. استنتج $E(2023X+1444)$.

جـ. احسب $P\left(e^{2x}-(e+1)e^{x}+e=0\right)$.

التمرين الرابع (07ن)

I. الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{\ln x}{x}+1$

1. احسب نهايتي الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
3. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}5\prec\alpha\prec0{,}6$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^{2}+x-1$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب كلامن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا عند 0.
2. **أ.** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=g(x)$

   ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
3. **أ.** اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

   ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (T)
4. أنشئ (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx-0{,}3$)
5. الدالة h معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^{2}-|x|+1$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(o;\vec{i},\vec{j})$

   أ. أثبت أن الدالة h دالة زوجية

   ب. اشرح كيف يمكن تمثيل (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم مثله.
6. m وسيط حقيقي، نعتبر المستقيمات (Δ_m) المعرفة بالمعادلة: $y=mx-m$

   أ. بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها.

   ب. ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx-m$
7. **أ.** بين أن الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln x$ على $]0;+\infty[$.

   ب. باستعمال التكامل بالتجزئة عبر عن العدد $A(\lambda)$ بدلالة λ حيث $0\prec\lambda\prec1$ ، $A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}(\ln x)^{2}dx$

   جـ. استنتج بدلالة λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ ، $x=\lambda$

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا2023

تصحيح الاختبار التجريبي للثالثة علوم الموضوع الأول

التمرين الأول:

لدينا: $v_0=e^2$ و $v_4-9v_2=0$

1. اثبات أن أساس المتتالية (v_n) هو $q=3$ (4×0.25ن)

لدينا: $v_4=v_0\times q^4=e^2\times q^4$ و $v_2=v_0\times q^2=e^2\times q^2$

ولدينا: $v_4-9v_2=0$ ومنه: $e^2\times q^4-9\times e^2\times q^2=0$

ومنه: $e^2\times q^2(q^2-9)=0$ تكافئ: أو $\begin{cases} q^2=3 \\ q^2=9 \end{cases}$

إذا: $q=0$ أو $q=3$ أو $q=-3$

وبما أن المتتالية (v_n) حدودها موجبة إذا $q=3$

كتابة v_n بدلالة n : $v_n=v_0\times q^n=e^2\times 3^n$ (0.25ن)

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$: $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^2\times 3^n\right)=+\infty$ (0.25ن)

2. أحسب بدلالة n كلا من الجداء A_n

$$A_n=v_0\times v_1\times\ldots\times v_n=e^2\times e^2\times 3\times e^2\times 3^2\times\ldots\times e^2\times 3^n$$

$$=e^{2(n+1)}\times 3^{n\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

حساب المجموع: $S_n=v_0^2+v_1^2+\ldots+v_n^2$

لدينا: $v_n^2=\left(e^2\times 3^n\right)^2=e^4\times 3^{2n}$ ومنه: $\left(v^2{}_n\right)$ متتالية

هندسية حدها الأول e^4 وأساسها9 (0.25ن)

$$S_n=v_0^2+v_1^2+\ldots+v_n^2=e^4+e^4\times 3^2+\cdots+e^4\times 3^{2n}$$

(0.25ن) $=e^4\left(\dfrac{9^{n+1}-1}{9-1}\right)=\dfrac{e^4}{8}\left(9^{n+1}-1\right)$

4-أ. برهن أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول. (0.5ن)+(0.25ن)

$$w_{n+1}=\ln\left(v_{n+1}\right)=\ln\left(e^2\times 3^{n+1}\right)=\ln\left(e^2\times 3^n\times 3\right)$$

$$=\ln\left(e^2\times 3^n\right)+\ln 3$$

$$=\ln\left(v_n\right)+\ln 3=w_n+\ln 3$$

ومنه: (w_n) حسابية أساسها $\ln 3$ وحدها الأول $w_0=\ln v_0=2$

ب- عبارة w_n بدلالة n: $w_n=w_0+nr=2+n\ln 3$

ج- أحسب المجموع: (0.75ن)

$T_n=w_0+w_1+\ldots+w_n=\dfrac{(n+1)}{2}\left(w_0+w_n\right)$ ومنه:

$$=\frac{(n+1)}{2}\left(2+2+n\ln 3\right)=\frac{(n+1)}{2}\left(4+n\ln 3\right)$$

التمرين الثاني:

أ. التحقق أن $P(X=0)=\dfrac{3}{10}$. (0.5ن)

$$P(X=0)=\frac{C_2^3}{C_5^2}=\frac{3}{10}$$

تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X (0.5ن)

$$P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{6}{10} \text{ ، } P(X=2)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

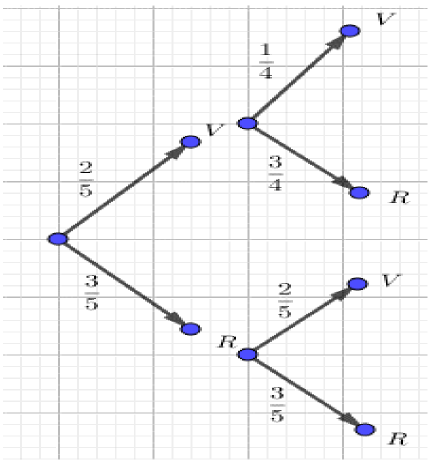
حساب الامل الرياضياتي (0.25ن)

$$E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$$

ب. احسب احتمال الحادثة A : " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون" (0.5ن)

$$P(A)=\frac{C_2^2+C_3^2}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

2-أ. أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها (0.75ن)



ب- $P(B)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$ (0.5ن)

$P(C)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{27}{50}$ (0.5ن)

ث-تبيين أن احتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$: (0.5ن)

احتمال ان يبقى 2 كرية خضراء في الصندوق يعني سحب 2 كريات حمراء : $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

التمرين الثالث (05ن):

لدينا: $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=-\sqrt{3}+3i$

1.أ- أكتب العدد z_A على الشكل الأسي (0.5ن)

$$|z_A|=|3+i\sqrt{3}|=\sqrt{3^2+\sqrt{3}^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

لدينا: $\theta_A=\arg(z_A)$ ومنه: $\begin{cases}\text{Cos}\,\theta_A=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \text{Sin}\,\theta_A=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

أي: $\theta_A=\frac{\pi}{6}+2k\pi,(k\in\mathbb{Z})$ ومنه

$$z_A=2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

استنتاج الشكل الاسي للعدد z_B. (0.25ن)

$$z_B=\overline{z_A}=2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

ب- تحقق أنّ: $z_C=iz_A$ (0.25ن)

لدينا: $iz_A=i(3+i\sqrt{3})=3i-\sqrt{3}=-\sqrt{3}+3i=z_C$

استنتاج طبيعة المثلث OAC. (0.5ن)

لدينا: $z_C=iz_A$ ومنه: $\frac{z_C}{z_A}=i$ أي $\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}=i$

إذا لدينا: $\left|\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}\right|=|i|=1$ و

$$\arg\left(\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}\right)=\arg(i)=\frac{\pi}{2}$$

وبالتالي: $OC=OA=1$ و $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC})=\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث OAC قائم ومتساوي الساقين

1. لدينا العدد المركب: $L_n=\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$

حساب L_n بدلالة n (0.5ن)

$$L_n=\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n=\left(\frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\frac{2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}}\right)^n$$

$$=e^{in\frac{\pi}{6}}+e^{-in\frac{\pi}{6}}$$

$$=\cos\frac{n\pi}{6}+i\sin\frac{n\pi}{6}+\cos\left(-\frac{n\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{n\pi}{6}\right)$$

$$=\cos\frac{n\pi}{6}+i\sin\frac{n\pi}{6}+\cos\frac{n\pi}{6}-i\sin\frac{n\pi}{6}$$

إذا: $L_n=2\cos\frac{n\pi}{6}$

استنتاج قيمة L_{2022} (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

$$L_{2022}=2\cos\frac{2022\pi}{6}=2\cos 337\pi=2\cos\pi=-2 \quad (0.5ن)$$

(Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z:

$$\arg(3+i\sqrt{3}-z)-\arg(-\sqrt{3}+3i-z)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}$$

- تحقق أنّ النقطة O تنتمي إلى (Γ). (0.5ن)

O تنتمي إلى (Γ) يعني

$$\arg(3+i\sqrt{3}-z_O)-\arg(-\sqrt{3}+3i-z_O)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

لدينا: $\arg(3+i\sqrt{3}-z_O)-\arg(-\sqrt{3}+3i-z_O)=$

$$\arg(z_A-z_O)-\arg(z_c-z_O)=\arg(z_A)-\arg(z_c)$$

ومنه: $=\arg(z_A)-\arg(iz_A)=\arg(z_A)-\arg(z_A)-\arg(i)$

$$=\arg(i)=-\frac{\pi}{2}$$

ومنه: $O\in(\Gamma)$

تعيين طبيعة المجموعة (Γ) (0.5ن)

$\arg(3+i\sqrt{3}-z)-\arg(-\sqrt{3}+3i-z)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ يعني:

$\arg(z_A-z)-\arg(z_c-z)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ ومنه:

$\arg\left(\frac{z_A-z}{z_C-z}\right)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ أي: $(\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MA})=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$

وبالتالي مجموعة النقط (Γ) هي نصف دائرة التي أحد أقطارها $[AC]$ وتشمل النقطة O ماعدا النقطتين A و C.

4.تبيين ان المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان. (0.25ن)

لدينا:

$$\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=\frac{\overline{z_C}-z_A}{iz_A-z_A}=\frac{-i\overline{z_A}-z_A}{iz_A+i^2z_A}=\frac{-(z_A+i\overline{z_A})}{i(z_A+i\overline{z_A})}=-\frac{1}{i}=i$$

ومنه: $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$ يعني

$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$

وبالتالي: المستقيمان (AD) و (BC) متعامدان

5. تعيين نسبة وزاوية التشابه المباشر S (3×0.25ن)

لدينا العبارة المركبة للتشابه: $z' = az + b$ ولدينا:

$\begin{cases} S(A)=C \\ S(E)=E \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_C = az_A + b \\ z_E = az_E + b \end{cases}$ وبالتالي:

$$a = \frac{z_C - z_E}{z_A - z_E} = \frac{-\sqrt{3}+3i-3+\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}-3+\sqrt{3}} = \frac{3i-3}{i\sqrt{3}+\sqrt{3}}$$

ومنه: $a = \frac{3(-1+i)}{\sqrt{3}(1+i)} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2i = i\sqrt{3}$

إذا: نسبة التشابه هي: $k = |a| = |i\sqrt{3}| = \sqrt{3}$

وزاويته: $\theta = \arg(a) = \frac{\pi}{2}$

استنتج أن النقط A ، E ، O و C تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها (0.5ن)

لدينا: $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}) = \frac{-\pi}{2}$ و $(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه المثلثان

OAC و EAC قائمان وبالتالي النقط A ، E ، O و C

تنتمي الى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω منتصف القطعة

$[AC]$ ونصف قطرها

$$r = O\Omega = |z_\Omega| = \left|\frac{z_C + z_A}{2}\right| = \left|\frac{iz_A + z_A}{2}\right|$$

ومنه: $= \frac{|z_A(1+i)|}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2} = \sqrt{6}$

التمرين الرابع (07ن):

I. $g(x) = (2x+1)e^x - 1$ ، $D_g = \mathbb{R}$

1. دراسة تغيرات الدالة g (2×0.25ن)

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} (2x+1)e^x - 1 = \lim_{x\to-\infty} 2xe^x + e^x - 1 = -1$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} (2x+1)e^x - 1 = +\infty$$

حساب المشتقة: (0.25ن)

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = 2e^x + (2x+1)e^x = (2x+3)e^x$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x+3)$

$2x+3=0$ تكافئ: $x = -\frac{3}{2}$

ومنه جدول تغيرات الدالة g هو: (0.25ن)

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$g(-3/2)$	$\nearrow$	$+\infty$

2. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$g(x) = (2\times 0+1)e^0 - 1 = 0$ (0.25ن) + (0.25ن)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II. $f(x) = x(e^x - 1)^2$ ، $D_f = \mathbb{R}$

1. حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (2×0.25ن)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x(e^x-1)^2 = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x(e^x-1)^2 = +\infty$$

2. تبيين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ (0.25ن)

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to-\infty}\left[x(e^x-1)^2 - x\right]$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left[xe^{2x} + x - 2xe^x - x\right]$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left[xe^{2x} - 2xe^x\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[xe^x(e^x-2)\right] = 0$$

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) (0.5ن)

$[f(x)-y] = [xe^x(e^x-2)] = 0$ تكافئ:

أو $\begin{cases} xe^x = 0 \\ e^x - 2 = 0 \end{cases}$ ومنه: أو $\begin{cases} x = 0 \\ e^x = 2 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x = 0 \\ x = \ln 2 \end{cases}$

x	$-\infty$		0		$ln2$		$+\infty$
xe^x		$-$	0	$+$			
e^x-2			$-$		0	$+$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

3أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$f'(x)=(e^x-1)g(x)$ (0.5ن)

$$f'(x)=(e^x-1)^2+2xe^x(e^x-1)$$
$$=(e^x-1)(e^x-1+2xe^x)$$

ومنه: $f'(x)=(e^x-1)(e^x(1+2x)-1)=(e^x-1)g(x)$

ب. إشارة $f'(x)$ (0.5ن)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$
e^x-1	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

جدول تغيرات الدالة f (0.25ن)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$

4. معادلة لـ(T) مماس (C_f) المار من مبدأ المعلم (0.5ن)

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

المماس (T) يمر من المبدأ معناه:

$$f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)=0$$

ومنه:

$$-x_0(e^{x_0}-1)g(x_0)+x_0(e^{x_0}-1)^2=0$$

$$x_0(e^{x_0}-1)[-g(x_0)+x_0(e^{x_0}-1)]=0$$

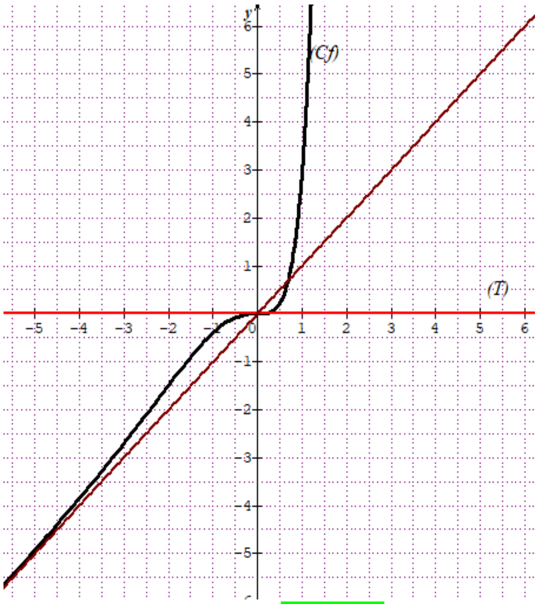
ومنه: $-2x_0^2(e^{x_0}-1)e^{x_0}=0$

نجد $x_0=0$

اذن معادلة المماس (T) هي $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

ومنه $(T): y=0$

5. التمثيل البياني لـ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (0.5ن)



6. المناقشة البيانية (0.5ن)

حلول المعادلة $f(x)=mx$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m=mx$

إذا:

$m\in]-\infty;0]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

$m\in]0;1[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول

$m\in]1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلان

7أ. تبيين أن: H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ (0.5ن)

لدينا: $H(x)=2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$

ومنه:

$$H'(x)=2e^x(x-1)+2e^x+\frac{1}{4}\times 2e^{2x}(1-2x)-2\times\frac{1}{4}e^{2x}$$

ومنه: $H'(x)=2xe^x-xe^{2x}=x(e^x-e^{2x})=x-f(x)$

ب. حساب $\int_0^{\ln 2} h(x)dx$ (0.25ن)

$$\int_0^{\ln 2} h(x)dx=\int_0^{\ln 2}[x-f(x)]dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}e^{2x}(1-2x)+2e^{x}(x-1)\right]_0^{\ln 2}=\ln 4-\frac{5}{4}$$

تفسير النتيجة هندسيا (0.25ن)

قيمة $\int_0^{\ln 2} h(x)dx$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=x$

$x=0$ و $x=\ln 2$

8. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

- اتجاه تغيّر الدالة k

المشتقة: $k'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$ (0.25ن)

إشارة $k'(x)$ (0.25ن)

لدينا $-\frac{1}{x^2}\prec 0$

ولدينا: $f'(x)=0$ لما $x=0$

و $f'(x)\succ 0$ لما $x\succ 0$ أو $x\prec 0$

وعليه: $f'\left(\frac{1}{x}\right)=0$ لما $\frac{1}{x}=0$ وهذا مستحيل

و $f'\left(\frac{1}{x}\right)\succ 0$ لما $\frac{1}{x}\prec 0$ أو $\frac{1}{x}\succ 0$

أي لما $x\succ 0$ أو $x\prec 0$

اذن الدالة k متناقصة على كل من المجالين $]-\infty;0[$

و $]0;+\infty[$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04ن):

الإجابة بصح او خطأ مع التبرير:

1.خ لأن: (0.75ن+0.25ن)

(v_n) متقاربة من أجل $-1 \prec \frac{6\alpha+1}{3} \prec 1$ ومنه:

$-3 \prec 6\alpha+1 \prec 3$ إذا: $-\frac{4}{6} \prec \alpha \prec \frac{2}{6}$ وبما أن $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$

إذا $0 \prec \alpha \prec \frac{2}{6}$ أي $\alpha \in \left]0;\frac{2}{6}\right[$

2. خ لأن: (0.75ن+0.25ن)

عدد اللّجان هو: 56

$$2(A_5^1 \times A_3^1)+A_5^2+A_3^2=56$$

3. صح لأن: (0.75ن+0.25ن)

$$a=\ln\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)^{2023}+\ln\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)^{2023}$$

$$a=2023\ln\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)+2023\ln\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)$$

ومنه:

$$a=2023\left[\ln\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)+\ln\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\right]$$

$$a=2023\ln\left[\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\right]$$

$$a=2023\ln(n+1-n)=2023\ln1=0$$

4. خ لأن: (0.75ن+0.25ن)

$m=\frac{1}{1-0}\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{e^x}{e^x+1}dx=\left[\ln(e^x+1)\right]_0^1$ ومنه:

$$m=\left[\ln(e^x+1)\right]_0^1=\ln(e+1)-\ln2=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$$

التمرين الثاني (04ن):

لدينا: $u_0=3$ و $u_{n+1}=3-\frac{2}{u_n}$

1.البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أنّ: $2 \prec u_n \le 3$ (0.5ن)

لدينا: $u_0=3$ و $2 \prec 3 \le 3$ إذا الخاصية محققة

من أجل $n=0$

نفرض من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $2 \prec u_n \le 3$ صحيحة ونثبت

صحة $2 \prec u_{n+1} \le 3$

لدينا: $2 \prec u_n \le 3$ ومنه: $\frac{1}{3} \prec \frac{1}{u_n} \le \frac{1}{2}$ ومنه:

$-1 \prec -\frac{2}{u_n} \le -\frac{2}{3}$ ومنه: $2 \le 3-\frac{2}{u_n} \le \frac{7}{3} \le 3$ إذا:

$2 \prec u_{n+1} \le 3$ ومنه حسب مبدا الاستدلال بالتراجع

$2 \prec u_n \le 3$

2.تبيين أن المتتالية (u_n) متناقصة (0.5ن)

لدينا: $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+3u_n-2}{u_n}$

$u_{n+1}-u_n=0$ تكافئ $-u_n^2+3u_n-2=0$

ومنه: $\Delta=1$ إذا: $u_n=2$ أو $u_n=1$

u_n	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$u_{n+1}-u_n$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ولدينا: لدينا: $2 \prec u_n \le 3$ ومنه: $u_{n+1}-u_n \le 0$

إذا (u_n) متناقصة

استنتاج أنها متقاربة (0.25ن)

بما ان (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

3. أ. بين أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ ثم احسب حدها الأول (0.25ن+0.5ن)

لدينا: $v_n=\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$ ومنه: $v_{n+1}=\ln\left(\frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}-2}\right)$

ومنه: $v_{n+1}=\ln\left(2\times\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)=\ln 2+\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right)$

وعليه: $v_{n+1}=\ln 2+v_n$

إذا (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول

$$v_0=\ln\left(\frac{u_0-1}{u_0-2}\right)=\ln 2$$

ب. كتابة v_n بدلالة n: (0.25ن)

$$v_n=v_0+nr=\ln2+n\ln2=(n+1)\ln2=\ln2^{n+1}$$

تبيين أن: $u_n = \dfrac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$ **(ن0.5)**

لدينا: $v_n = \ln\left(\dfrac{u_n-1}{u_n-2}\right)$ ومنه: لدينا: $e^{v_n} = \dfrac{u_n-1}{u_n-2}$

ومنه: $e^{v_n}.u_n - 2e^{v_n} = u_n - 1$ ومنه: $e^{v_n}.u_n - u_n = -1+2e^{v_n}$

ومنه: $u_n\left(e^{v_n}-1\right) = -1+2e^{v_n}$ ومنه: $u_n = \dfrac{-1+2e^{v_n}}{e^{v_n}-1}$

ومنه: $u_n = \dfrac{-1+2e^{\ln 2^{n+1}}}{e^{\ln 2^{n+1}}-1} = \dfrac{-1+2\times 2^{n+1}}{2^{n+1}-1} = \dfrac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ **(ن0.25)**

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{x\to+\infty} \frac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2^{n+1}\left(2-\frac{1}{2^{n+1}}\right)}{2^{n+1}\left(1-\frac{1}{2^{n+1}}\right)} = 2$$

4.أ. احسب بدلالة n المجموع S_n **(ن0.5)**

$$S_n = v_0+v_1+v_2+\cdots\cdots\cdots+v_n$$
$$= \frac{(n+1)\left(\ln 2+\ln 2^{n+1}\right)}{2}$$
$$= \frac{(n+1)\left(\ln 2^{n+2}\right)}{2}$$

ومنه: $S_n = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}\ln 2$

ومنه: $S_n = \ln 2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$

ب. التبيين أن : **(ن0.5)**

$$\left(\frac{u_0-1}{u_0-2}\right)\times\left(\frac{u_1-1}{u_1-2}\right)\times\cdots\times\left(\frac{u_n-1}{u_n-2}\right) = e^{v_0}\times e^{v_1}\times\ldots\times e^{v_n}$$
$$= e^{v_0+v_1+\ldots+v_n} = e^{S_n} = 2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$$

التمرين الثالث (ن05):

1. أ. حساب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$

عدد الحالات الممكنة للسحب هي: $C_8^3 = 56$

(ن0.5) $P(A) = \dfrac{C_4^3+C_3^3}{56} = \dfrac{5}{56}$

(ن0.5) $P(B) = \dfrac{C_4^3+C_4^3}{56} = \dfrac{8}{56} = \dfrac{1}{7}$

(ن0.5) $P(A) = \dfrac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56} = \dfrac{12}{56} = \dfrac{3}{14}$

ب. بيّن أنّ $P(B\cap C) = \dfrac{1}{28}$ ثم استنتج $P_B(C)$ و $P(B\cup C)$.

(ن0.25) $P(B\cap C) = \dfrac{C_2^1\times C_1^1\times C_1^1}{56} = \dfrac{2}{56} = \dfrac{1}{28}$

(ن0.25) $P_B(C) = \dfrac{P(B\cap C)}{P(B)} = \dfrac{1}{28}\times 7 = \dfrac{1}{4}$

(ن0.25) $P(B\cup C) = P(B)+P(C)-P(B\cap C)$
$= \dfrac{1}{7}+\dfrac{3}{14}-\dfrac{1}{28} = \dfrac{9}{28}$

جـ هل الحادثتين B و C مستقلتين؟ برر اجابتك.

لدينا: **(ن0.25)**

$P_B(C) \neq P(C)$ ومنه الحادثتين B و C غير مستقلتين

2. أ. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

قيم X : $X = \{0;1;2;3\}$ **(ن0.25)**

(ن0.25) ، $P(X=0) = \dfrac{C_4^3}{56} = \dfrac{4}{56} = \dfrac{1}{14}$

(ن0.25) $P(X=1) = \dfrac{C_4^1\times C_4^2}{56} = \dfrac{24}{56} = \dfrac{3}{7}$

(ن0.25) $P(X=2) = \dfrac{C_4^2\times C_4^1}{56} = \dfrac{24}{56} = \dfrac{3}{7}$

(ن0.25) $P(X=3) = \dfrac{C_4^3}{56} = \dfrac{1}{14}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$

ب-حساب أمله الرياضياتي $E(X)$. **(2×ن0.25)**

$$E(X) = \frac{3}{7}+\frac{6}{7}+\frac{3}{14} = \frac{3}{2}$$
$$E(2023X+1444) = 2023E(X)+1444 = 4478.5$$

جـ-احسب $P\left(e^{2x}-(e+1)e^x+e=0\right)$. **(2×ن0.25)**

لدينا: $e^{2x}-(e+1)e^x+e=0$ معناه:

$e^x=1$ أو $e^x=e$ ومنه: $X=0$ أو $X=1$

$$P\left(e^{2x}-(e+1)e^x+e=0\right) = P(X=1)+P(X=e)$$
$$= \frac{1}{14}+\frac{3}{7} = \frac{7}{14}$$

التمرين الرابع (07ن):

الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{\ln x}{x}+1$

1. حسب نهايتي الدالة g

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln x}{x}+1\right]=1$ (0.25ن)

$\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0}\left[\frac{\ln x}{x}+1\right]=-\infty$ (0.25ن)

2. دراسة اتجاه تغير الدالة g (0.25ن)

الدالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$:

$$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $1-\ln x$ ومنه: (0.25ن)

x	0		e		$+\infty$
$1-\ln x$		$+$	0	$-$	

ومنه: الدالة g متزايدة على المجال $]0;e]$

ومتناقصة على المجال $[e;+\infty[$ (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة g: (0.25ن)

x	$-\infty$		e		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1/e+1$	$\searrow$	1

3. تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,5\prec\alpha\prec0,6$ (0.5ن)

الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[0.5;0.6]$

و $g(0.5)\approx-0.38$ و $g(0.6)\approx0.14$

أي: $g(0.5)\times g(0.6)\prec0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,5\prec\alpha\prec0,6$

إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$: (0.25ن)

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II . $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+x-1$ ، $D_f=]0;+\infty[$

1. حساب النهايات: (2×0.25ن)

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$

تفسير النتيجة هندسيا عند0: (0.25ن)

المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته $x=0$

2.أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$

فإن : $f'(x)=g(x)$ (0.25ن)

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x)=\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{x}\times\ln x+1=\frac{\ln x}{x}+1=g(x)$$

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f (0.25ن)

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه: الدالة f متناقصة على المجال $]0;\alpha]$ ومتزايدة على المجال $[\alpha;+\infty[$

شكل جدول تغيرات الدالة f (0.25ن)

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

3.أ معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0=1$

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ومنه: (0.25ن)

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه: $(T): y=x-1$

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (T) (0.25ن)

$$f(x)-(x-1)=\frac{1}{2}(\ln x)^2\succ0$$

$$f(x)-(x-1)=\frac{1}{2}(\ln x)^2\succ0$$

ومنه: (C_f) يقع فوق (T) ويمس (T) في النقطة $A(1;0)$

4. انشاء (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx -0,3$)

5. $h(x)=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^2-|x|+1.5$ ، $D_h=\mathbb{R}^*$

أ. اثبات أن الدالة h دالة زوجية (0.25ن)

لدينا D_h متناظر بالنسبة للصفر و:

$$h(-x)=-\frac{1}{2}(\ln|-x|)^2-|-x|+1$$
$$=-\frac{1}{2}(\ln|x|)^2-|x|+1=h(x)$$

ومنه: h دالة زوجية

ب. شرح كيفية تمثيل (C_h) انطلاقا من (C_f)، ثم مثله.

من أجل $x\succ 0$: (0.25ن)

$h(x)=-f(x)$ إذا (C_h) نظير (C_f) فبالنسبة لمحور الفواصل على المجال $]0;+\infty[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لان الدالة h دالة زوجية

6. لدينا: $(\Delta): y=mx-m$ (0.25ن)

أ- اثبات أ ن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثيها

لدينا $y=mx-m$ تكافئ $mx-m-y=0$ ومنه:

$m(x-1)-y=0$ ومنه: و $\begin{cases}x-1=0\\-y=0\end{cases}$ إذا: $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$

إذا جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة $A(1;0)$

ب. مناقشة حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$ بيانيا

(مناقشة بيانية دورانية مركزها A) (0.5ن)

حلول المعادلة $f(x)=mx-m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m=mx-m$ ومنه :

لمّا : $m\in]-\infty;1[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين

لمّا : $m\in[1;+\infty[$ المعادلة تقبل حل واحد

7. أ. تبيين أن الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$. (0.5ن)

نضع: $k(x)=x\ln x-x$ الدالة k معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا: $k'(x)=\ln x$

إذا: الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$

ب. باستعمال التكامل بالتجزئة عبر عن العدد $A(\lambda)$ بدلالة λ حيث $0\prec\lambda\prec 1$ ، $A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}(\ln x)^2dx$ (0.25ن)

نضع: $\begin{cases}u(x)=(\ln x)^2, u'(x)=\dfrac{2\ln x}{x}\\ v'(x)=1, v(x)=x\end{cases}$

ومنه:

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}(\ln x)^2dx=\left[x(\ln x)^2\right]_{\lambda}^{1}-\int_{1}^{\lambda}(2\ln x)dx$$

أي: $A(\lambda)=-\lambda(\ln\lambda)^2-2[x\ln x-x]_1^{\lambda}$

ومنه: $A(\lambda)=-\lambda(\ln\lambda)^2+2\lambda\ln\lambda-2\lambda+2$

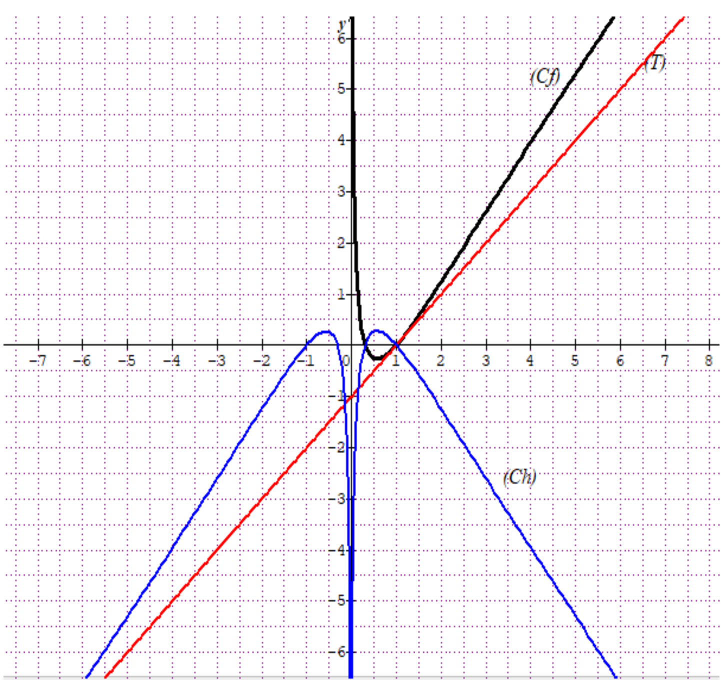
ج. استنتاج بدلالة λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ ، $x=\lambda$ (0.25ن)

$$S=\int_{\lambda}^{1}[f(x)-(x-1)]dx=\frac{1}{2}\int_{\lambda}^{1}(\ln x)^2=\frac{1}{2}A(\lambda)$$

وبالتالي نجد:

$$S=-\frac{\lambda}{2}(\ln\lambda)^2+\lambda\ln\lambda-\lambda+1u.a$$

إنشاء (C_f) و (C_h) ، (T): (3×0.25ن)



بالتوفيق في شهادة البكالوريا أعزائي التلاميذ