الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديـــــــرية التربية لولاية (البيض +الأغواط)**

امتحان البكالوريا التجريبي — **ثانوية(حميتـو الحاج علي +أبي القاسم الزهراوي)**

الشعبة: آداب وفلسفة — **دورة: مـــــــــــــــــــــاي 2023**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 02سا و30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول :(06ن)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

2) أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعددين 2023^{1444} و 2021^{2023} على 7.

ب) بين أن: $2022 \equiv -1[7]$ ثم استنتج باقي قسمة العدد 2022^{2023} على 7

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $\left(4\times 5^{6n+1} - 3\times 2023^{1444} + 25^{6n}\right)$ يقبل القسمة على 7.

4) عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $2023^{1444} + 2n + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثاني: (06ن)

(u_n) متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $\begin{cases} u_0 + u_2 = 10 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 27 \end{cases}$

1) احسب الحدين u_1 و u_3 .

2) عين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

3) تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3 + 2n$

4) هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟

5) احسب المجموع: $S = u_6 + u_7 + \ldots\ldots + u_{35}$

التمرين الثالث: (08ن)

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = (x-1)(3x-1)$

ب- ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

3) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

4) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x^2 - 2x + 1)$

ب- عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري المعلم

5) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني(20ن)

التمرين الأول :(06ن)

a و b عددان طبيعيان حيث $a=1444$ و $b=2024$

1) **أ)**هل العددان a و b متوافقان بتردید 5؟

ب) أحسب باقي قسمة العدد $2a+b^2$ على 5.

2) **أ)**تحقق ان: $b\equiv -1[5]$.

ب) استنتج باقي قسمة العددين b^{2023} و b^{2024} على 5.

جـ) عين باقي قسمة العدد $b^{2024}+7b^{2023}$ على 5.

3) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2023+2n+a^{2n}+b^{1444}\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06ن)

(u_n) وَ (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ $u_n=2-6n$ وَ $v_n=4\times 3^n$

1) احسب الحدود u_0 ، u_1 ، v_0 وَ v_1 .

2) أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها، استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) هل العدد 11770- حد من حدود المتتالية u_n ؟ برّر إجابتك.

جـ) احسب المجموع $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

3) أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.

ب) بين أن $v_{n+1}-v_n=8\times 3^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).

جـ) احسب المجموع $S'_n=v_0+v_1+.....+v_n$

التمرين الثالث :(08ن)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=3+\dfrac{2}{x-2}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{3x-4}{x-2}$
2. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.
3. **أ-** عين الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$.
5. أ- اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

ب- أرسم (C_f) والمماس (T)

انتهى الموضوع الثاني

****مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا 2023****

تصحيح الاختبار التجريبي "الموضوع الأول"

التمرين الأول(06ن):

1.دراسة بواقي قسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 حسب قيم العدد الطبيعي **(01.5ن)**

$5^0\equiv 1[7]$ ، $5^1\equiv 5[7]$ ، $5^2\equiv 4[7]$ ، $5^3\equiv 6[7]$ ، $5^4\equiv 2[7]$

$5^5\equiv 3[7]$ ، $5^6\equiv 1[7]$ الدور هو 6.

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$5^n\equiv$	1	5	4	6	2	3

2.أ-تعيين باقي القسمة الإقليدية للعددين 2023^{1444} و 2021^{2023} على 7 **(2×0.75ن)**

- لدينا: $2023=7\times 289$ ومنه: $2023\equiv 0[7]$ ومنه:

$2023^{1444}\equiv 0^{1444}[7]$ ومنه: $2023^{1444}\equiv 0[7]$

إذا: باقي قسمة 2023^{1444} على 7 هو 0.

-لدينا: $\begin{cases}2021=7\times 288+5\\1444=6\times 240+4\end{cases}$ ومنه: $2021\equiv 5[7]$

ومنه: $2021^{1444}\equiv 5^{6(240)+4}[7]$ ومنه: $2021^{1444}\equiv 5^{6k+4}[7]$

إذا: $2021^{1444}\equiv 2[7]$

ب-تبيين أن: $2022\equiv -1[7]$ **(0.75ن)**

لدينا: $2022=7\times 288+6$ ومنه: $2022\equiv 6[7]$ ومنه:

$2022\equiv 6-7[7]$ إذا: $2022\equiv -1[7]$

استنتاج باقي قسمة العدد 2022^{2023} على 7 **(0.75ن)**

لدينا: $2022\equiv -1[7]$ إذا: $2022^{2023}\equiv (-1)^{2023}[7]$ ومنه:

$2022^{2023}\equiv -1+7[7]$ وعليه: $2022^{2023}\equiv 6[7]$

إذا باقي قسمة العدد 2022^{2023} على 7 هو 6.

3.تبيين أن: $4\times 5^{6n+1}-3\times 2023^{1444}+25^{6n}\equiv 0[7]$

لدينا: $4\times 5^{6n+1}\equiv 4\times 5[7]$ ومنه: $4\times 5^{6n+1}\equiv 6[7]$

$-3\times 2023^{1444}\equiv -3\times 0[7]$ ومنه: $-3\times 2023^{1444}\equiv 0[7]$

$25^{6n}\equiv 1[7]$ ومنه: $25^{6n}\equiv 5^{6n}\times 5^{6n}[7]$

ومنه: $4\times 5^{6n+1}-3\times 2023^{1444}+25^{6n}\equiv 4\times 5-0+1[7]$

ومنه: $4\times 5^{6n+1}-3\times 2023^{1444}+25^{6n}\equiv 21[7]$

ولدينا: $4\times 5^{6n+1}-3\times 2023^{1444}+25^{6n}\equiv 0[7]$ إذا: $21\equiv 0[7]$

4.عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: **(01ن)**

$2023^{1444}+2n+1\equiv 0[7]$

لدينا: $2023^{1444}+2n+1\equiv 0[7]$

ومنه: $2n+1\equiv 0[7]$ ومنه: $2n\equiv -1[7]$

ومنه: $2n\equiv -1+7[7]$ ومنه: $2n\equiv 6[7]$

ومنه: $n\equiv 3[7]$

إذا: $n=7k+3$ حيث k عدد طبيعي.

التمرين الثاني(06ن):

لدينا: $\begin{cases}u_0+u_2=10\\u_2+u_3+u_4=27\end{cases}$

1- حساب الحدين u_1 و u_3 **(2×01ن)**

لدينا حسب خاصية الوسط الحسابي:

$u_0+u_2=2u_1$ ، $u_2+u_4=2u_3$ ومنه:

$\begin{cases}2u_1=10\\2u_3+u_3=27\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}u_1=5\\u_3=9\end{cases}$

2-تعيين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

$r=\dfrac{u_3-u_1}{3-1}=\dfrac{9-5}{2}=2$ **(0.75ن)**

$u_3=u_0+3r$ ومنه: $u_0=u_3-3r=9-3\times 2=3$ **(0.75ن)**

3-التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=3+2n$

لدينا: $u_n=u_0+nr$ ومنه: $u_n=3+2n$ **(0.75ن)**

4-هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟ **(0.75ن+0.25ن)**

$u_n=4035$ تكافئ: $3+2n=4035$ ومنه:

$n=\dfrac{4035-3}{2}=2016$

إذا العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 2017

5-حساب المجموع: **(0.75ن)**

$S=u_6+u_7+.....+u_{35}=\dfrac{35-6+1}{2}(u_6+u_{35})$

$u_{35}=3+2\times 35=73$ ، $u_6=3+2\times 6=15$

إذا: $S=15(15+73)=1320$

التمرين الثالث(08ن):

$f(x)=x^3-2x^2+x$ ، $D_f=\mathbb{R}$

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ **(2×0.5ن)**

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$

2.أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: **(0.75ن)**

$f'(x)=(x-1)(3x-1)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f'(x)=3x^2-4x+1$

ولدينا:

$(x-1)(3x-1)=3x^2-x-3x+1=3x^2-4x+1=f'(x)$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f **(ن0.75)**

$f'(x)=0$ تكافئ: $(x-1)(3x-1)=0$ ومنه:

أو $\begin{cases}x-1=0\\3x-1=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{cases}$

ومنه:

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذا: الدالة f متزايدة على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right]$ و $[1;+\infty[$

ومتناقصة على المجال $\left[\frac{1}{3};1\right]$ **(ن0.5)**

شكل جدول تغيرات الدالة f **(ن0.5)**

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(1/3)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 **(ن0.75)**

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

إذا: $(T): y=x$

3.بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f''(x)=6x-4$

$f''(x)=0$ تكافئ $6x-4=0$ ومنه: $x=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

$f\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^3-2\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$ **(ن0.75)**

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي $A\left(\frac{2}{3};\frac{2}{27}\right)$

4.أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : **(ن0.75)**

$f(x)=x(x^2-2x+1)$

$x(x^2-2x+1)=x\times x^2-2x\times x+1\times x$

$=x^3-2x^2+x=f(x)$

ب- عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري المعلم

-مع محور الفواصل **(ن0.75)**

$f(x)=0$ تكافئ: $x(x^2-2x+1)=0$ ومنه:

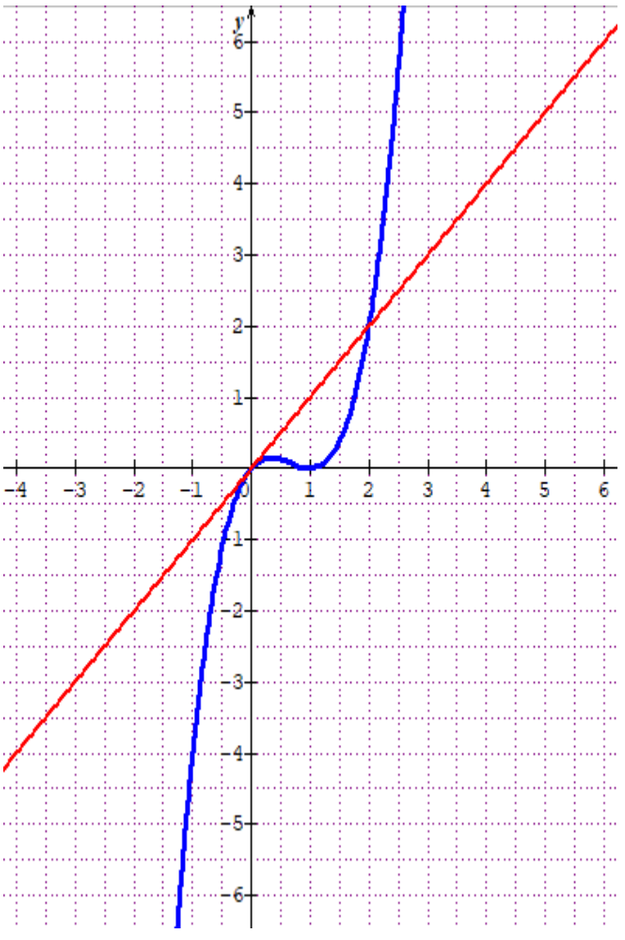
$\begin{cases}\Delta=0; x=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1\\x=0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x^2-2x+1=0\\x=0\end{cases}$

إذا: $(C_f)\cap(xx')=\{(0;0)(1;0)\}$

ب-مع محور التراتيب: $f(0)=0$ **(ن0.5)**

إذا: $(C_f)\cap(yy')=\{(0;0)\}$

5.أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) **(ن0.75+ن0.25)**



الموضوع الثاني

التمرين الأول(06ن):

a و b عددان طبيعيان حيث $a=1444$ و $b=2024$

1.أ) العددان a و b متوافقان بتردد 5؟ **(0.25+0.5+0.5)**

$a=1444=5\times288+4$ باقي قسمة العدد 1444 على 5 هو 4
$b=2024=5\times404+4$ باقي قسمة العدد 2024 على 5 هو 4
إذا العددان a و b متوافقان بتردد 5

ب) أحسب باقي قسمة العدد $2a+b^2$ على 5 **(01ن)**

لدينا: $a\equiv4[5]$ و $b\equiv4[5]$

$2a+b^2\equiv2\times4+4^2[5]$ ومنه: $2a+b^2\equiv24[5]$

ولدينا: $24\equiv4[5]$ ومنه: $2a+b^2\equiv4[5]$

إذا باقي قسمة العدد $2a+b^2$ على 5 هو 4

2.أ) تحقق ان: $b\equiv-1[5]$ **(0.5ن)**

لدينا: $b\equiv4[5]$ ومنه: $b\equiv4-5[5]$ إذا: $b\equiv-1[5]$

ب) استنتج باقي قسمة العددين b^{2023} و b^{2024} على 5

-لدينا: $b\equiv-1[5]$ ومنه: $b^{2023}\equiv(-1)^{2023}[5]$

ومنه: $b^{2023}\equiv-1[5]$ ومنه: $b^{2023}\equiv-1+5[5]$ **(0.5ن)**

ومنه: $b^{2023}\equiv4[5]$

إذا باقي قسمة العدد b^{2023} على 5 هو 4 **(0.25ن)**

-لدينا: $b\equiv-1[5]$ ومنه: $b^{2024}\equiv(-1)^{2024}[5]$ **(0.5ن)**

ومنه: $b^{2024}\equiv1[5]$

إذا باقي قسمة العدد b^{2023} على 5 هو 4 **(0.25ن)**

ج) عين باقي قسمة العدد $b^{2024}+7b^{2023}$ على 5 **(0.75ن)**

$b^{2024}+7b^{2023}\equiv1+7\times4[5]$ ومنه: $b^{2024}+7b^{2023}\equiv29[5]$

لدينا: $29\equiv4[5]$ ومنه: $b^{2024}+7b^{2023}\equiv4[5]$

إذا باقي قسمة العدد $b^{2024}+7b^{2023}$ على 5 هو 4 **(0.25ن)**

3.قيم العدد الطبيعي n حيث: $2023+2n+a^{2n}+b^{1444}\equiv0[5]$ **(0.75ن)**

$2023+2n+1+1\equiv0[5]$

ومنه: $2025+2n\equiv0[5]$ ومنه: $2n\equiv-2025[5]$

ولدينا: $-2025\equiv0[5]$ إذا: $2n\equiv0[5]$ إذا: $n\equiv0[5]$

ومنه: $n=5k$ حيث k عدد طبيعي.

التمرين الثاني(06ن):

(u_n) وَ (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ

$u_n=2-6n$ وَ $v_n=4\times3^n$

1. حساب الحدود u_0 ، u_1 ، v_0 ، v_1

$u_0=2-6\times0=2$ ، $u_1=2-6\times1=-4$ **(2×ن0.25)**

$v_0=4\times3^0=4$ ، $v_1=4\times3^1=12$ **(2×ن0.25)**

2.أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها،

$u_{n+1}-u_n=2-6(n+1)-(2-6n)$

$=2-6n-6-2+6n=-6$

ومنه: (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-6$ **(ن0.75)**

استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

لدينا: $r=-6\prec0$ ومنه (u_n) متناقصة **(ن0.5)**

ب) هل العدد -11770 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ برّر

$u_n=-11770$ تكافئ $2-6n=-11770$ ومنه:

$n=\frac{-11770-2}{-6}=1962$ ومنه العدد -11770 حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 1963. **(ن0.5+ن0.25)**

ج) حساب المجموع $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

$S_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)=\frac{n+1}{2}(2+2-6n)$

ومنه: $S_n=\frac{(n+1)}{2}(4-6n)$ **(ن0.75)**

2. **أ)** بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.

$\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{4\times3^{n+1}}{4\times3^n}=3$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ **(ن0.5)**

ب) بين أن $v_{n+1}-v_n=8\times3^n$ **(ن0.5)**

ومنه: $v_{n+1}-v_n=4\times3^{n+1}-4\times3^n=4\times3^n(3-1)$

$v_{n+1}-v_n=2\times4\times3^n=8\times3^n$

استنتاج اتجاه تغير المتتالية (v_n) **(ن0.5)**

لدينا: $v_{n+1}-v_n\succ0$ ومنه: (v_n) متزايدة

ج) حساب المجموع: **(ن0.75)**

$S'_n=v_0+v_1+.....+v_n=v_0\times\frac{1-3^{n+1}}{1-3}$

$S'_n=4\times\frac{1-3^{n+1}}{1-3}=-2(1-3^{n+1})$

التمرين الثالث(08ن):

$D_f=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، $f(x)=3+\dfrac{2}{x-2}$

1.التحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$:

$f(x)=\dfrac{3x-4}{x-2}$ **(0.75ن)**

$$f(x)=3+\frac{2}{x-2}=\frac{3(x-2)+2}{x-2}=\frac{3x-6+2}{x-2}=\frac{3x-4}{x-2}$$

2.حساب النهايات ثم تفسير النتائج بيانيا. **(4×0.25ن)**

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=+\infty$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلة كل منهما $x=2$ ، $y=3$ **(2×0.5ن)**

3.أ- تعيين الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . **(0.75ن+0.75ن)**

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$f'(x)=\dfrac{-2}{(x-2)^2}\prec 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها

ت- تشكيل جدول تغيرات الدالة f . **(0.75ن)**

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		‖		$-$
$f(x)$	3	↘	‖	↘	3
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

4.اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$ **(0.75ن)**

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ومنه: $y=f'(3)(x-3)+f(3)$

إذا: $y=-2(x-3)+5=-2x+6+5$ $(T): y=-6x+11$

5.أ- اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

-مع محور التراتيب: $f(0)=3+\dfrac{2}{0-2}=2$

ومنه: $(C_f)\cap(yy')=\{(0;2)\}$ **(0.75ن)**

-مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ تكافئ: $3x-4=0$ ومنه: $x=\dfrac{4}{3}$

إذا: $(C_f)\cap(xx')=\left\{\left(\dfrac{4}{3};0\right)\right\}$ **(0.75ن)**

ب- أرسم (C_f) والمماس (T) **(0.5ن+0.25ن)**