

➤ التمرين الأول (04 نقاط) :

عين الجملة الصحيحة و الجملة الخاطئة من بين الاقتراحات التالية، مبررا ذلك:

(1) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع : $I_n = \int_1^e x (\ln x)^n dx$

إن : $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$

(2) إذا كانت الدالة h حل لمعادلة التفاضلية $(E) y' + 2y = 2 \dots$ ، فإن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = \frac{1}{2}$ ، $h(0) = 0$ و يحقق

(3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع : $u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ و $S_n = u_1 + u_2 + u_3 \dots + u_n$

إن : $S_n = \ln(n+1)$

(4) A و B حدثين من مجموعة الإمكانات Ω و $\bar{B}$ هو الحدث العكسي للحدث B ، P احتمال معرف على Ω

إذا كان $P(A) = 0.4$ و $P(\bar{B}) = 0.2$ و $P(A \cap B) = 0.28$ فإن $P(A \cup B) = 0.92$

(5) إذا كانت (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1} = 3u_n - 4$

فإن من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = 3^n + 2$

➤ التمرين الثاني (05 نقاط) :

(I) برهن أنه : إذا كانت الأعداد الحقيقية a ، b و c حدود متتابة من متتالية هندسية فإن

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)(a-b+c)$$

(II) (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_0 بحيث : $\begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 756 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 42 \end{cases}$

(1) أحسب u_2 ، ثم استنتج u_1 و u_3

(2) استنتج قيمة q أساس المتتالية العددية (u_n) و حدها الأول u_0

(3) عين عبارة u_n بدلالة n

(4) أ. عين بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ب. عين قيمة n بحيث $S_n = 3069$

➤ التمرين الثالث (04 نقاط) :

يحتوي صندوق على ثماني كريات تحمل الأرقام : 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3 لا نفرق بينها باللمس نسحب عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع كريتين من الصندوق

ليكن A الحدث : " الحصول على كريتين تحملان الرقم 2 "

B الحدث : " الحصول على كريتين إحداهما على الأقل تحمل الرقم 3 "

(1) احسب $p(A)$ ، احتمال الحدث A

(2) بين أن $p(B) = \frac{13}{28}$

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب بالكيفية السابقة، عدد الكريات التي تحمل عددا فرديا عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضي

(4) نقوم الآن بإلقاء قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة بحيث :

- إذا ظهر الوجه F نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي دون ارجاع
 - إذا ظهر الظهر P نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين في آن واحد
- نعتبر C الحدث : " الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم "
- أ. أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية
- ب. أحسب $p(C)$ ، احتمال الحدث C

➤ التمرين الرابع (07 نقاط) :

- (I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = 2(x-2)e^x + 4$
- (1) أدرس تغيرات الدالة g
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1; +\infty[$ ، ثم تحقق أن $1,5 < \alpha < 1,6$
- (3) أحسب $g(0)$ و استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$
- (II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ ، نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، بحيث : $\|\vec{i}\| = 2cm$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و عند $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، فسر هندسيا النتائج المحصل عليها.
- (2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x-2x)^2}$
- ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها
- (3) أ. بين أن : $f(\alpha) = \frac{2-\alpha}{\alpha-1}$ ثم عين حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$
- ب. عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
- ج. أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيم (D) الذي معادلته $y = -1$
- د. أرسم المماس (T) ، المستقيم (D) و المنحني (C_f) .
- (4) λ عدد حقيقي من المجال $]0; -\infty[$.
- احسب بـ cm^2 المساحة $S(\lambda)$ ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمتان التي معادلاتها
- $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} S(\lambda)$ ، ثم احسب $y = -1$ و $x = 0$ ، $x = \lambda$
- (5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{|2x-2|}{e^x-2x}$ ، نسمي (C_h) المنحني الممثل لها
- أ. أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة
- ب. أرسم في معلم آخر المنحني (C_h) موضحا كيفية الرسم
- ج. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $\left| \frac{2x-2}{e^x-2x} \right| = |m|$ ثلاث حلول متمايضة

انتهى

✓ التمرين الأول :

(1) الاقتراح صحيح ؛ التبرير : لدينا $I_{n+1} = \int_1^e x (\ln x)^{n+1} dx$

نستعمل الكاملة بالتجزئة : نضع $u(x) = (\ln x)^{n+1}$ و $v'(x) = x$ نجد $u(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} (\ln x)^n$ و $v(x) = \frac{1}{2} x^2$

$$I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} \int_1^e x \times (\ln x)^n dx \text{ وعليه } I_{n+1} = \left[\frac{x^2}{2} (\ln x)^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{2} x^2 \times \frac{1}{x} \times (\ln x)^n dx$$

$$I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n \quad \text{أي أن :}$$

(2) الاقتراح صحيح ؛ التبرير :

حلول المعادلة التفاضلية (E) تكافئ $y' = -2y + 2$ ، إذن حلول المعادلة التفاضلية (E) هي الدوال h المعرفة على $\mathbb{R}$

ب : $h(x) = ke^{-2x} + 1$ مع k ثابت حقيقي و بما أن $h(0) = 0$ فإن $k = -1$ وعليه $h(x) = -e^{-2x} + 1$

لنتحقق أن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = \frac{1}{2}$: $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = -e^{-\ln 2} + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$ أي أن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = -\frac{1}{e^{\ln 2}} + 1$ ومنه $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

(3) الاقتراح صحيح ؛ التبرير :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ و $S_n = u_1 + u_2 + u_3 \dots + u_n$

لدينا : $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ ومنه $u_1 = \ln(2)$ ، $u_2 = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ ، $u_3 = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$ ، ، $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

ومنه $S_n = \ln(2) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{4}{3}\right) \dots + \ln\left(\frac{n}{n-1}\right) + \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

إذن $S_n = \ln(n+1)$ أي أن $S_n = \ln\left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n}{n-1} \times \frac{n+1}{n}\right)$

(4) الاقتراح صحيح ؛ التبرير :

لأن $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ و بما أن $\bar{B}$ هو الحدث المعاكس للحدث B فإن $P(B) = 1 - P(\bar{B})$

ومنه $P(A \cup B) = P(A) + 1 - P(\bar{B}) - P(A \cap B)$ إذن $P(A \cup B) = 0,4 + 1 - 0,2 - 0,28$ وعليه $P(A \cup B) = 0,92$

(5) الاقتراح صحيح ؛ التبرير : (نوظف الاستدلال بالتراجع)

أ. من أجل $n = 0$: $u_0 = 3^0 + 2 = 3$ محققة حسب المعطيات

ب. ليكن n عدد طبيعي كيفي : لنفرض أن $u_{n+1} = 3^{n+1} + 2$ و لنبرهن أن $u_{n+1} = 3^{n+1} + 2$

بما أن فرضا $u_n = 3^n + 2$ و $u_{n+1} = 3u_n - 4$ فإن $u_{n+1} = 3(3^n + 2) - 4$ ومنه $u_{n+1} = 3^{n+1} + 2$

من أ. و ب ينتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3^n + 2$

✓ التمرين الثاني :

(I) لنبرهن أنه : إذا كانت الأعداد الحقيقية a ، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)(a-b+c)$$

ليدنا $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 - ab + ac + ab - b^2 + bc + ac - bc + c^2$

ومنه $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + 2ac - b^2 + c^2$

بما أن a ، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن $b^2 = ac$ ومنه $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + 2b^2 - b^2 + c^2$ و عليه $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$

$$(II) \quad \begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 756 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 42 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول } u_0 \text{ بحيث :}$$

(1) حساب u_2 :

بما أن u_1 ، u_2 و u_3 حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن حسب (I) : $(u_1 + u_2 + u_3)(u_1 - u_2 + u_3) = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 756$ و بما أن $u_1 + u_2 + u_3 = 42$ فإن $u_1 - u_2 + u_3 = 18$ و بالتالي نتحصل على

$$\begin{cases} u_1 - u_2 + u_3 = 18 \quad \dots (1) \\ u_1 + u_2 + u_3 = 42 \quad \dots (2) \end{cases} \quad \text{ب طرح (1) من (2) نجد } 2u_2 = 24 \text{ ومنه } u_2 = 12$$

$$\begin{cases} u_3 = 30 - u_1 \\ u_1^2 + (30 - u_1)^2 = 612 \end{cases} \quad \text{و عليه } \begin{cases} u_1^2 + u_3^2 = 612 \\ u_1 + u_3 = 30 \end{cases} \quad \text{استنتاج } u_1 \text{ و } u_3 \text{ لدينا}$$

إن $(u_1)^2 - 30u_1 + 144 = 0$ تكافئ $u_1 = 24$ أو $u_1 = 6$ و بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما فإن $u_1 < u_2$ و بالتالي $u_1 = 6$ و عليه $u_3 = 24$ ، ينتج أن $u_1 = 6$ ، $u_2 = 12$ و $u_3 = 24$

(2) استنتاج قيمة q أساس المتتالية العددية (u_n) و حدها الأول u_0 :

بما أن (u_n) متتالية هندسية فإن $u_2 = u_1 \times q$ أي أن $12 = 6 \times q$ و منه $q = 2$

• و بما أن $u_1 = u_0 \times q$ أي أن $6 = u_0 \times 2$ ومنه $u_0 = 3$

(3) تعيين عبارة u_n بدلالة n :

بما أن (u_n) متتالية هندسية فإن $u_2 = u_1 \times q$ من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = u_0 \times q^n$ أي أن $u_n = 3 \times 2^n$

(4) أ. تعيين بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$\text{لدينا } S_n = \frac{u_0}{1-q} (1 - q^{n+1}) \text{ ومنه } S_n = \frac{3}{1-2} (1 - 2^{n+1}) \text{ أي أن } S_n = 3(2^{n+1} - 1)$$

ب. تعيين قيمة n بحيث $S_n = 3069$:

$S_n = 3069$ تكافئ $3(2^{n+1} - 1) = 3069$ ومنه $S_n = 3069$ تكافئ $2^{n+1} = 1024$ وبما أن $2^{10} = 1024$ فإن $n = 9$

✓ التمرين الثالث :

بما أن السحب يتم على التوالي دون إرجاع فإننا نوظف ترتيبات و عليه عدد السحبات الممكنة هو : $A_8^2 = 56$

$$(1) \text{ حساب } p(A) : \text{ عدد الحالات المواتية للحدث } A \text{ هي } A_3^2 = 6 \text{ ومنه } p(A) = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

$$(2) \text{ نبين أن } p(B) = \frac{13}{28} : \text{ الحدث } B \text{ يعني}$$

(الحصول على كرتين تحملان الرقم 3) أو (الحصول على كرتية تحمل الرقم 3 و كرتية تحمل الرقم 1 أو الرقم 2)

$$\text{و عليه عدد الحالات المواتية للحدث } B \text{ هي } A_2^2 + (A_2^1 \times A_6^1) \times 2 = 26 \text{ ومنه } p(B) = \frac{26}{56} = \frac{13}{28}$$

(3) قيم المتغير العشوائي هي : 0 ، 1 ، 2

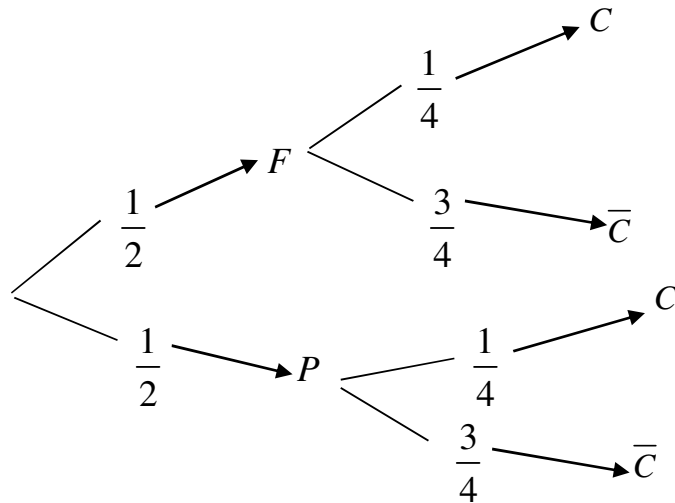
و عليه قانون احتمال المتغير العشوائي يعطى على النحو التالي :

$$p(X=2) = \frac{A_5^2}{56} = \frac{5}{14} , \quad p(X=1) = \frac{(A_5^1 \times A_3^1) \times 2}{56} = \frac{15}{28} , \quad p(X=0) = \frac{A_3^2}{56} = \frac{3}{28}$$

لنلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

(4) أ. انجاز شجرة الاحتمالات :



ب. حساب $p(C)$:

$$p(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{ومنه} \quad p(C) = p(F) \times p_F(C) + p(P) \times p_P(C)$$

✓ التمرين الرابع :

(I) 1) دراسة تغيرات الدالة g :

أ. حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad : \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2xe^x - 4e^x + 4) = 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad : \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad (2)$$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة g : الدالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$g'(x) = 2(x-1)e^x \quad \text{أي أن} \quad g'(x) = 2e^x + 2(x-2)e^x$$

• بما أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا $e^x > 0$ فإن إشارة $g'(x)$ من إشارة $x-1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

و عليه تعطى إشارة $g'(x)$ على النحو التالي :

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $[1; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty; 1]$

• جدول التغيرات :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	4	$4-2e$	$+\infty$

(2) بما أن الدالة g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$ و $g(1) < 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ فإن المعادلة

$$g(x) = 0 \quad \text{تقبل حلا وحيدا} \quad \alpha \quad \text{من المجال} \quad [1; +\infty[.$$

• $g(1,5) = -0,48$ و $g(1,6) = 0,04$ أي أن $g(1,5) < 0 < g(1,6)$ فإن $1,5 < \alpha < 1,6$

(1) إن $g(0) = 0$ من خلال دراسة تغيرات الدالة g و $g(\alpha) = 0$ و $g(0) = 0$ نتحصل على إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	$+$

على النحو التالي :

(II) 1 حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و تفسيرها هندسيا :

$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{2}{x} \right)}{x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)} = 0 \quad \text{ومنه} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{2}{x} \right)}{x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{2}{x} \right)}{x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)} = -1 \quad \text{ومنه} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{2}{x} \right)}{x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$$

• التفسير الهندسي :

المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $-\infty$ معادلته $y = -1$ و مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ معادلته $y = 0$

(1) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{2(e^x - 2x) - (e^x - 2)(2x - 2)}{(e^x - 2x)^2}$$

$$\text{ومنه} \quad f'(x) = \frac{4e^x - 2xe^x - 4}{(e^x - 2x)^2} = \frac{-(2xe^x - 4e^x + 4)}{(e^x - 2x)^2}$$

$$\text{وعليه} \quad f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x - 2x)^2}$$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة f :

بما أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $(e^x - 2x)^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ و بالتالي

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

عليه الدالة f متزايدة تماما على $[0; \alpha]$ و متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ و على $[\alpha; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	-1	-2	$f(\alpha)$	0

(3) أ. نبين أن $f(\alpha) = \frac{2-\alpha}{\alpha-1}$:

لدينا $f(\alpha) = \frac{2\alpha-2}{e^\alpha-2\alpha}$. من جهة أخرى $g(\alpha) = 0$ أي أن $2(\alpha-2)e^\alpha + 4 = 0$

ومنه $e^\alpha = \frac{-4}{2(\alpha-2)}$ إذن $e^\alpha = \frac{-2}{(\alpha-2)}$ و عليه $f(\alpha) = \frac{2\alpha-2}{\frac{-2}{(\alpha-2)}-2\alpha}$

و بالتالي $f(\alpha) = \frac{2\alpha-2}{-2-2\alpha(\alpha-2)}$ أي أن $f(\alpha) = \frac{2(\alpha-1)(\alpha-2)}{-2(\alpha^2-2\alpha+1)}$

ينتج أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)(\alpha-2)}{-(\alpha-1)^2}$ إذن $f(\alpha) = \frac{2-\alpha}{\alpha-1}$

• تعيين حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$: بما أن $1,5 < \alpha < 1,6$ فإن $-1,6 < -\alpha < -1,5$ ومنه $0,4 < 2-\alpha < 0,5$

وبما أن $0,5 < \alpha-1 < 0,6$ فإن $\frac{1}{0,6} < \frac{1}{\alpha-1} < \frac{1}{0,5}$ ومنه $\frac{0,4}{0,6} < f(\alpha) < 1$ أي أن $\frac{2}{3} < f(\alpha) < 1$

ب. تعيين معادلة للمماس (T) :

معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

و عليه المعادلة $y = \frac{2}{e-2}(x-1)$ هي معادلة للمماس (T)

ج. دراسة الوضع النسبي لكل من (C_f) و (D) : لهذا الغرض نعين إشارة $f(x)+1$

لدينا $f(x)+1 = \frac{2x-2}{e^x-2x} + 1$ أي أن $f(x)+1 = \frac{e^x-2}{e^x-2x}$

• لنعين إشارة e^x-2 : لدينا $e^x-2 \geq 0$ يكافئ $e^x \geq 2$ أي أن $e^x-2 \geq 0$ يكافئ $x \geq \ln 2$
ينتج أن $e^x-2 < 0$ يكافئ $x < \ln 2$

• لنعين إشارة e^x-2x : الدالة $\varphi : x \mapsto e^x-2x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x : $\varphi'(x) = e^x-2$

من إشارة e^x-2 ينتج أن $\varphi(\ln 2) = 2 - \ln 2 > 0$ قيمة حدية صغرى للدالة φ على $\mathbb{R}$

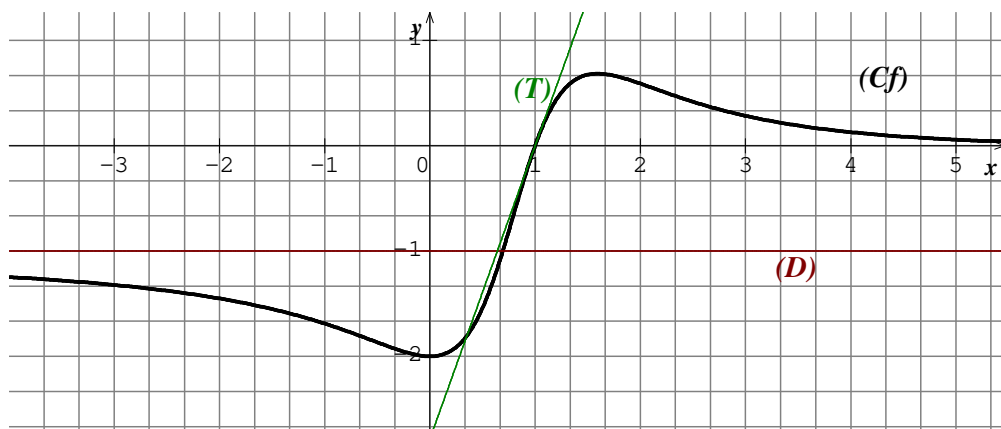
وبالتالي من أجل كل x من $\mathbb{R} : \varphi(x) > 0$ و عليه إشارة $f(x)+1$ من إشارة e^x-2 ، ينتج من هذا :

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f(x)+1$		$\frac{0}{0}$	
وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)		يقع أسفل (D)	يقع أعلى (D)

(C_f) و (D) يتقاطعان

في النقطة $A(\ln 2; -1)$

د. رسم المماس (T) ، المستقيم (D) و المنحني (C_f) :



(4) حساب $S(\alpha)$: إن $S(\lambda) = 4 \left(\int_{\lambda}^0 (-1 - f(x)) dx \right) cm^2$

لدينا $\int_{\lambda}^0 (1 + f(x)) dx = - \int_{\lambda}^0 (1 + f(x)) dx$ ، إن $\int_{\lambda}^0 \frac{e^x - 2}{e^x - 2x} dx$

إن $\int_{\lambda}^0 (1 + f(x)) dx = \int_{\lambda}^0 \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} dx$ مع $\varphi(x) = e^x - 2x$ ينتج أن $\int_{\lambda}^0 (1 + f(x)) dx = [\ln(\varphi(x))]_{\lambda}^0$

ومنه $\int_{\lambda}^0 (1 + f(x)) dx = -\ln(e^{\lambda} - 2\lambda)$ و بالتالي $S(\lambda) = 4 \ln(e^{\lambda} - 2\lambda) cm^2$

• حساب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} S(\lambda)$: $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} 4 \ln(e^{\lambda} - 2\lambda) = +\infty$

(5) أ. كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

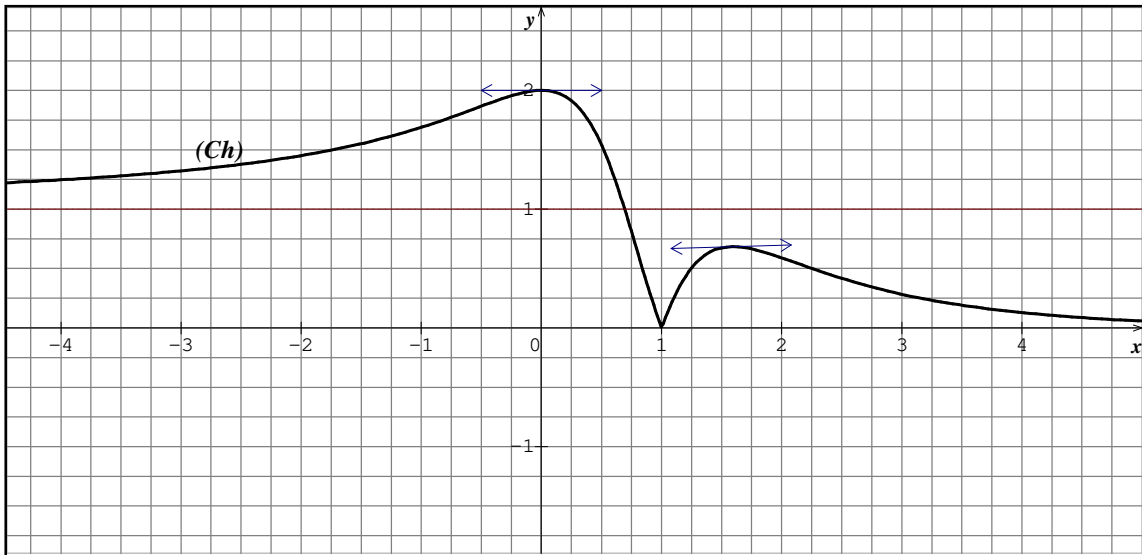
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$2x - 2$	-	0	+
$ 2x - 2 $	$-(2x - 2)$	0	$2x - 2$
$h(x)$	$\frac{-(2x - 2)}{e^x - 2x}$	0	$\frac{(2x - 2)}{e^x - 2x}$

إذا كان $x \in]-\infty; 1]$: $h(x) = -f(x)$

إذا كان $x \in]1; +\infty[$: $h(x) = f(x)$

ب. في المجال $]1; +\infty[$: المنحني (C_h) منطبق على المنحني (C_f)

في المجال $] -\infty; 1]$: المنحني (C_h) نظير المنحني (C_f) بالنسبة لحامل محور الفواصل



ج. بما أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - 2x > 0$ فإن $\left| \frac{2x-2}{e^x-2x} \right| = \frac{|2x-2|}{e^x-2x}$

وعليه $h(x) = |m|$ تكافئ $\left| \frac{2x-2}{e^x-2x} \right| = |m|$

ومنه بياننا تقبل المعادلة $\left| \frac{2x-2}{e^x-2x} \right| = |m|$ ثلاث حلول متميزة إذا وفقط إذا كان $0 < |m| < \alpha$

إذن قيم m هي $]-\alpha; 0[\cup]0; \alpha[$