	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
مديرية التربية لولاية البيض		ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة
2019.03.04	المستوى: الثالثة علوم تجريبية	المدة : 3 ساعات ونصف

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

اختر أحد الموضوعين و أجب عنه

التمرين الأول (04 نقاط):

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$.

1. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.
2. أ- برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .
   ب- استنتج أن (u_n) متقاربة .
3. بين أنه مهما يكن n : $0 \leq 1 - u_{n+1} \leq \frac{1}{4}(1 - u_n)$.

أ- بين انه مهما يكن n فإن : $0 \leq 1 - u_{n+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

ب- استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني (04 نقاط):

P(z) كثير حدود معرف في المجموعة $\mathbb{C}$ بـ : $P(z) = z^2 + 2\sqrt{3}z + 4$.

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.
2. أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلثي .
3. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب : $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ و $z_C = -\sqrt{3} - i$.
   أ- أكتب كلا من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .
   ب- علم النقط A ، B و C ثم بين أنها تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
4. نضع : $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$
   أ- بين أن $L = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم أكتب العدد L على الشكل الأسي .
   ب- فسر هندسيا الطويلة و عمدة العدد L ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين الثالث (05نقاط):

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق اخر يحتوي على كرتين حمراوين و ثلاث كرات خضراء (الكرات لا نميز بينها عند اللمس)

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 و نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في ان واحد .

نرمز بـ R_1 للحادثة " سحب كرة حمراء من u_1 " و بـ A للحادثة " سحب كرتين حمراوين من u_2 "

1. أحسب $P(R_1)$ و $P(R_1 \cap A)$.
2. تحقق أن : $P(A) = \frac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان ؟
3. علما أن الكرتين المسحوبتين من 2 حمراوان . ما احتمال أن الكرة المسحوبة من 1 كانت حمراء ؟
4. n عدد طبيعي غير معدوم .

نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 ونعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من 2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2 .

نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب .

أ- بين أن : $P(X = -5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$.

ب- أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع(07 نقاط) :

I. لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. عين الدالة المشتقة للدالة f ثم أدرس اشارتها .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. بين أن : $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - 1 + x] = 0$. ماذا تستنتج ؟

II. لتكن الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = e^{-x}.\ln(e^x + 1)$

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. عين الدالة المشتقة للدالة g ثم بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = e^{-x}.f(x)$
2. أ- برهن أن : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 1$.

   ب- فسر النتائج بيانيا .
3. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
4. أوجد معادلة لمماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$
5. مثل المنحنى (C_g) في معلم متعامد و متجانس .

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط):

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = e \times \sqrt{u_n}$ و $u_0 = e$.

1. عين α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية بحيث : $v_n = \ln(u_n) + \alpha$.
2. هل المتتالية (v_n) متقاربة ؟ علل .
3. أ- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

   ب- هل العدد $e^{\frac{7}{4}}$ حد من حدود المتتالية (u_n) ؟
4. عين اتجاه تغير المتتالية (v_n) .
5. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$

التمرين الثاني(05 نقاط) :

نعتبر العددين المركبين $_1$ و z_2 حيث : $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$ و $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$.

1. أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي .
2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و E لواحقها على الترتيب : z_1 ، z_2 و $z_3 = z_1 + z_2$

   أ- برهن أن المثلث OAB قائم و متساوي الساقين .

   ب- استنتج أن الرباعي OAEB مربع .
3. أ- بين أن : $OE = 2\sqrt{6}$ و أن $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OE}\right) = \frac{5\pi}{12}$

   ب- عين القيمتين المضبوطتين لكل من $Cos\ \frac{5\pi}{12}$ و $Sin\ \frac{5\pi}{12}$.

   ج- أحسب z_3^{2016} .

   د- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_3}{2\sqrt{6}}\right)^n$ حقيقيا .

التمرين الثالث (04 نقاط):

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بالتوظيف يسحب مترشح عشوائيا على التوالي و بدون ارجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : منها ثمان بطاقات في الرياضيات و بطاقتين في الفرنسية (لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس)

نعتبر الحدثين :

A : "سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية " . B : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

1. أحسب P(A) و P(B) .
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحب بعدد بطاقات اللغة الفرنسية المسحوبة .

   أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

   ب- أعط قانون احتمال المتغير X .

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=x-x\ln x$.

1. أ- أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف .
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3.5<\alpha<3.6$.
3. استنتج اشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.
4. نعتبر الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $||\vec{i}||=2cm$ و $||\vec{j}||=2cm$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتائج بيانيا .
2. أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
د- أحسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. أ- بين أن : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تعطى النتيجة مدورة الى 10^{-2})
ب- انشئ (C_f) .
4. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي :
$x^2+x-2m(x+1)=\ln x^2$ .... (E)
أ- تحقق ان المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}x-m$.
ب- عين بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين .
5. h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس .
أ- بين أن h زوجية
ب- أرسم في نفس المعلم السابق منحنى الدالة h .

انتهى الموضوع الثاني

موفقون في بكالوريا 2019