

التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد عشوائيا تشكيل لجنة قسم تضم رئيسا و نائبا له من بين 4 أولاد و 5 بنات.

1. أحسب احتمال الأحداث التالية:

$A$ : "اللجنة تضم ولدا و بنتا"  $B$ : "الرئيس ولد"  $C$ : "النائب بنت"  $D$ : "الرئيس ولد و النائب بنت"

2. أ- أحسب احتمال الحادثة:  $F$ : "النائب بنت علما أن الرئيس ولد"

ب- هل الحادثتان  $B$  و  $C$  مستقلتان؟

3. ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الأولاد المتواجدين في اللجنة

- عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون احتماله

التمرين الثاني (04ن)

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة التراجعية:  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$  و  $u_0 = e^3$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > e^2$

2. أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ . هل هي متقاربة؟

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = \ln(u_n) - 2$ .

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج- ماهي نهاية كل من المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

4. أحسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  حيث:  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث (06ن):

I. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بالعلاقة:  $g(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x - 1}$ .

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $-1 < \alpha < 0$  و  $1 < \beta < 2$ .

ب- استنتج إشارة  $g(x)$  حسب كل قيم  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$  كإيلي:  $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.  
 ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$  فإن :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x}$   
 ب- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ- بين أن المستقيم  $y = x - 1$  :  $(\Delta)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .  
 ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .
4. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ( نأخذ  $f(\alpha) \approx -1.58$  ،  $f(\beta) \approx 2.58$  ) .
5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = x - m$

### التمرين الرابع (06ن):

- I. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$  .  
 1. ادرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها  
 2. احسب  $g(0)$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$
- II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x) = x(e^x - 1)^2$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$   
 1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
 2. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$  ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$   
 3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$   
 ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
 4. اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  المار من مبدأ المعلم  
 5. أنشئ  $(\Delta)$  ،  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$   
 6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = mx$   
 7. أ. بين أن :  $H : x \mapsto 2(x - 1)e^x + \frac{1}{4}(1 - 2x)e^{2x}$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto x - f(x)$  على  $\mathbb{R}$   
 ب. احسب  $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا  
 8. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  ب :  $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$   
 -دون حساب عبارة  $k(x)$  حدد اتجاه تغير الدالة  $k$  على مجموعة تعريفها

## تصحيح موضوع حصة الدعم

### التمرين الثاني:

$$u_0 = e^3 \text{ و } u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$$

2. برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > e^2$

لدينا:  $u_0 = e^3 > e^2$  ومنه الخاصية محققة من أجل

$$n=0$$

نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي  $n$   
أي:

$$u_n > e^2$$

ونثبت صحتها من أجل العدد  $(n+1)$  أي:  $u_{n+1} > e^2$

لدينا:  $u_n > e^2$  ومنه:  $\sqrt{u_n} > \sqrt{e^2}$  ومنه:  $\sqrt{u_n} > e$

ومنه:  $e\sqrt{u_n} > e^2$  ومنه  $u_{n+1} > e^2$

ومنه الخاصية صحيحة من أجل  $(n+1)$  إذا حسب مبدأ

الاستدلال بالتراجع هي صحيحة من أجل  $n$ :  $u_n > e^2$

3. دراسة اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ . هل هي متقاربة؟

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= e\sqrt{u_n} - u_n \\ &= \frac{(e\sqrt{u_n} - u_n)(e\sqrt{u_n} + u_n)}{e\sqrt{u_n} + u_n} \end{aligned}$$

$$= \frac{e^2 u_n - u_n^2}{e\sqrt{u_n} + u_n} = \frac{u_n(e^2 - u_n)}{e\sqrt{u_n} + u_n}$$

لدينا:  $u_n > e^2$  ومنه:  $e^2 - u_n < 0$

إذا:  $u_{n+1} - u_n < 0$  وعليه  $(u_n)$  متناقصة

-  $(u_n)$  متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد  $e^2$  إذا

هي متقاربة نحو العدد  $l$

III. 3. أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين

أساسها وحدها الأول.

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2$$

$$= \ln(e\sqrt{u_n}) - 2$$

$$= \ln e + \ln(u_n)^{\frac{1}{2}} - 2$$

$$= -1 + \frac{1}{2} \ln u_n = \frac{1}{2}(-2 + \ln u_n) = \frac{1}{2} v_n$$

### التمرين الأول:

1. حساب احتمال الأحداث:

عدد الحالات الممكنة:  $A_9^2 = 72$

$$P(A) = \frac{2A_4^1 \times A_5^1}{72} = \frac{40}{72}$$

$$P(B) = \frac{A_4^1 \times A_8^1}{72} = \frac{32}{72}$$

$$P(C) = \frac{A_8^1 \times A_5^1}{72} = \frac{40}{72}$$

$$P(D) = \frac{A_4^1 \times A_5^1}{72} = \frac{20}{72}$$

$$P(F) = P_B(C) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} \quad \text{أ- 2.}$$

$$P(B \cap C) = P(D) = \frac{20}{72}$$

$$P(F) = \frac{\frac{20}{72}}{\frac{32}{72}} = \frac{20}{32} \quad \text{ومنه:}$$

ب- الحادثان  $B$  و  $C$  غير مستقلتان لأن:

$$\text{لدينا: } \begin{cases} P(B \cap C) = \frac{20}{72} \\ P(B) \times P(C) = \frac{32}{72} \times \frac{40}{72} = \frac{20}{81} \end{cases} \quad \text{ومنه:}$$

$$P(B \cap C) \neq P(B) \times P(C)$$

3. قيم المتغير العشوائي  $X$ :

$$X = \{0, 1, 2\}$$

$$P(X = 0) = \frac{A_5^2}{72} = \frac{20}{72}$$

$$P(X = 1) = P(A) = \frac{40}{72}$$

$$P(X = 2) = \frac{A_4^2}{72} = \frac{12}{72}$$

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{72}$	$\frac{40}{72}$	$\frac{12}{72}$

ومنه:  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  وحدها الأول:

$$v_0 = \ln u_0 - 2 = 1$$

ب- كتابة عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

$$v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

لدينا:  $v_n = \ln u_n - 2$  ومنه:  $v_n + 2 = \ln u_n$

$$u_n = e^{v_n+2} = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2}$$

ج- نهاية كل من المتالتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2} = e^2$$

1. أحسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  حيث:

$$\begin{aligned} P_n &= u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n \\ &= e^{v_0+2} \times e^{v_1+2} \times \dots \times e^{v_n+2} \\ &= e^{v_0} \times e^2 \times e^{v_1} \times e^2 \times \dots \times e^{v_n} \times e^2 \\ &= e^{v_0+v_1+\dots+v_n} \times (e^2)^{n+1} \\ &= e^{\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}} \times e^{2(n+1)} \\ &= e^{2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+2(n+1)} \end{aligned}$$

التمرين الثالث:

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بالعبارة:

$$g(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x-1}$$

1. دراسة تغيرات الدالة  $g$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$$

الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R} - \{1\}$  ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{(x-1)^2}$$

$$-x^2 + 2x - 2 = 0 \text{ معناه: } g'(x) = 0$$

$\Delta = -8 < 0$  ومنه  $g'(x) < 0$  إذا الدالة  $g$  متناقصة

تماما على مجالي تعريفها

جدول تغيرات الدالة  $g$

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	-
$g(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

2. أ- تبين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$

حيث:  $-1 < \alpha < 0$  و  $1 < \beta < 2$ .

- الدالة  $g$  مستمرة ورتيبة على المجال  $[-1, 0]$  و:

$$g(0) \times g\left(\frac{-1}{2}\right) < 0 \text{ و } g(-1) = \frac{1}{2}, \quad g(0) = -1$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $g(x) = 0$

تقبل حلا  $\alpha$  حيث:  $-1 < \alpha < 0$

- الدالة  $g$  مستمرة ورتيبة على المجال  $[1, 2]$  و:

$$0 \in [-1, +\infty[ \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty \quad g(2) = -1$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $g(x) = 0$

تقبل حلا  $\beta$  حيث:  $1 < \beta < 2$

ب- استنتاج اشارة  $g(x)$  حسب كل قيم  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$

$x$	$-\infty$	$a$	$1$	$B$	$+\infty$
$g(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$	$0$
				$-$	

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$

$$f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \text{ ككيلي:}$$

1. أ- حساب النهايتين وتفسير النتيجة هندسيا:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

ومنه المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين عموديين

معادلة كل منهما:  $x=0$  ،  $x=1$

## ب- حساب النهايتين:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{لأن: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty \quad \text{و}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لأن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \quad \text{و}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0 \end{cases}$$

2. أ- تبين أنه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{x} \quad \text{فإن: } ]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$$

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + \frac{1(x-1) - 1 \times x}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} \\ &= 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} \\ &= 1 - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x - 1}{x(x-1)} = -\frac{1}{x} \left( \frac{-x^2 + x + 1}{x-1} \right) = -\frac{g(x)}{x} \end{aligned}$$

ب- دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $-\frac{g(x)}{x}$

$x$	$-\infty$	$\alpha$	0	1	$B$	$+\infty$
$-g(x)$	-	0	+	+	-	+
$x$	-	-	0	+	+	+
$f'(x)$	+	0	-		-	+

ومنه الدالة  $f$  متزايدة على المجالين  $]-\infty, \alpha]$  و  $[\beta, +\infty[$

ومتناقصة على المجالين  $[\alpha, 0[$  و  $]1, \beta]$

جدول التغيرات الدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$\alpha$	0	1	$B$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-		-	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$			$f(B)$	$+\infty$

3. أ- تبين ان المستقيم  $(\Delta)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - y] = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \ln \left( \frac{x}{x-1} \right) = 0$$

ومنه  $(\Delta)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$

ب- دراسة الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

$$f(x) - y = \ln \left( \frac{x}{x-1} \right)$$

$$\ln \left( \frac{x}{x-1} \right) = 0 \quad \text{ومنه: } \frac{x}{x-1} = 1 \quad \text{ومنه: } \frac{1}{x-1} = 0$$

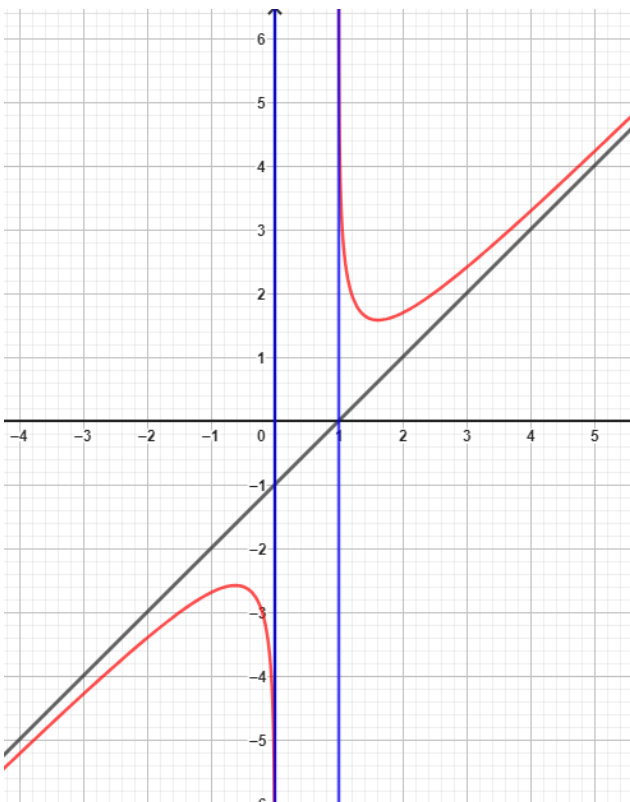
المعادلة لا تقبل حلول إذا لا توجد نقط تقاطع ومنه

إشارة الفرق من إشارة  $x-1$  إذا:

$(C_f)$  تحت  $(\Delta)$  على المجال  $]-\infty, 0[$

$(C_f)$  فوق  $(\Delta)$  على المجال  $]1, +\infty[$

4. الانشاء



## 5. المناقشة البيانية (مائلة)

حلول المعادلة  $f(x) = x - m$  هي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta_m)$  ذا المعادلة  $y = x - m$  ومنه:

$-m \in ]-\infty, -1[$  أي:  $m \in ]1, +\infty[$  المعادلة تقبل حل وحيد سالب.

$-m = -1$  أي  $m = 1$  المعادلة ليس لها حل

$-m \in ]1, +\infty[$  أي  $m \in ]-\infty, -1[$  المعادلة لها حل وحيد موجب

## التمرين الرابع:

$$D_g = \mathbb{R} \quad , \quad g(x) = (2x+1)e^x - 1 \quad .I$$

## 1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+1)e^x - 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2xe^x + e^x - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)e^x - 1 = +\infty$$

## حساب المشتقة:

الدالة g قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = 2e^x + (2x+1)e^x = (2x+3)e^x$$

إشارة  $g'(x)$  من إشارة  $(2x+3)$

$$2x+3=0 \quad \text{تكافئ:} \quad x = -\frac{3}{2}$$

ومنه جدول تغيرات الدالة g هو:

x	$-\infty$	$-3/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$-1$	$g(-3/2)$	$+\infty$

2. احسب  $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

$$g(x) = (2 \times 0 + 1)e^0 - 1 = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

$$.II \quad D_f = \mathbb{R} \quad , \quad f(x) = x(e^x - 1)^2$$

1. حساب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^x - 1)^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^x - 1)^2 = +\infty$$

ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

$$[f(x) - y] = [xe^x(e^x - 2)] = 0 \quad \text{تكافئ:}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\ln 2 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} x=0 \\ e^x=2 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} xe^x=0 \\ e^x-2=0 \end{cases} \text{ أو}$$

$x$	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$	
$xe^x$	-	0	+		
$e^x - 2$		-	0	+	
$f(x) - y$	+	0	-	0	+
الأسبى الوضوح	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$	$(C_f)$ تحت $(\Delta)$	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$	

3أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = (e^x - 1)g(x)$$

$$f'(x) = (e^x - 1)^2 + 2xe^x(e^x - 1)$$

$$= (e^x - 1)(e^x - 1 + 2xe^x)$$

$$f'(x) = (e^x - 1)(e^x(1 + 2x) - 1) = (e^x - 1)g(x) \quad \text{ومنه:}$$

ب. إشارة  $f'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$e^x - 1$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	+

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  المار من مبدأ المعلم

$$\text{لدينا: } (T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

المماس  $(T)$  يمر من المبدأ معناه:

$$f'(x_0)(0 - x_0) + f(x_0) = 0$$

$$\text{ومنه: } -x_0(e^{x_0} - 1)g(x_0) + x_0(e^{x_0} - 1)^2 = 0$$

## تفسير النتيجة هندسيا

قيمة  $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$  هي مساحة الخيز المستوي المحدد

بالمحنى  $(C_f)$  والمستقيمات ذات المعادلات  $y=x$  و  $x=0$

8. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

- اتجاه تغير الدالة  $k$

المشتقة:  $k'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$

إشارة  $k'(x)$

لدينا  $-\frac{1}{x^2} < 0$

ولدينا:  $f'(x) = 0$  لما  $x=0$

و  $f'(x) > 0$  لما  $x > 0$  أو  $x < 0$

وعليه:  $f'\left(\frac{1}{x}\right) = 0$  لما  $\frac{1}{x} = 0$  وهذا مستحيل

و  $f'\left(\frac{1}{x}\right) > 0$  لما  $\frac{1}{x} < 0$  أو  $\frac{1}{x} > 0$

أي لما  $x < 0$  أو  $x > 0$

اذن الدالة  $k$  متناقصة على كل من المجالين  $]-\infty; 0[$  و  $]0; +\infty[$

$$x_0(e^{x_0} - 1)[-g(x_0) + x_0(e^{x_0} - 1)] = 0$$

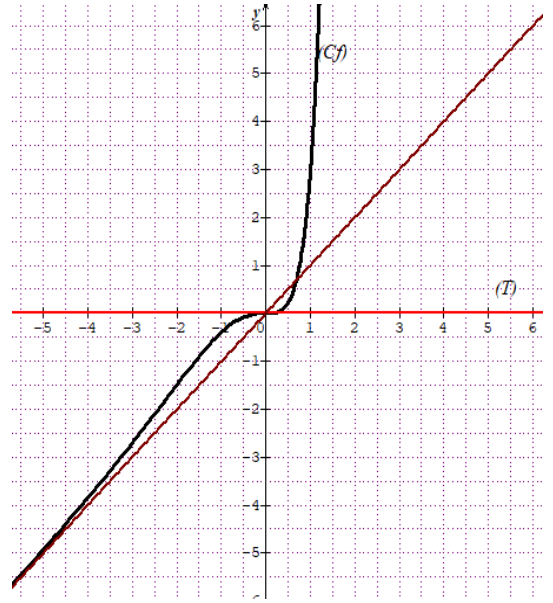
$$\text{ومنه: } -2x_0^2(e^{x_0} - 1)e^{x_0} = 0$$

$$\text{نجد } x_0 = 0$$

اذن معادلة المماس  $(T)$  هي  $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$$\text{ومنه } (T): y = 0$$

5. التمثيل البياني لـ  $(\Delta)$ ،  $(T)$ ، والمحنى  $(C_f)$



6. المناقشة البيانية

حلول المعادلة  $f(x) = mx$  هي فواصل نقط تقاطع المنحنى

$(C_f)$  مع المستقيمات ذات المعادلة  $y_m = mx$  إذا:

$m \in ]-\infty; 0[$  المعادلة تقبل حلا وحيدا

$m \in ]0; 1[$  المعادلة تقبل ثلاث حلول

$m \in ]1; +\infty[$  المعادلة تقبل حلان

7. أ. تبين أن:  $H$  دالة أصلية للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$

$$\text{لدينا: } H(x) = 2(x-1)e^x + \frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$$

$$\text{ومنه: } H'(x) = 2e^x(x-1) + 2e^x + \frac{1}{4} \times 2e^{2x}(1-2x) - 2 \times \frac{1}{4}e^{2x}$$

$$\text{ومنه: } H'(x) = 2xe^x - xe^{2x} = x(e^x - e^{2x}) = x - f(x)$$

ب. حساب  $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$

$$\int_0^{\ln 2} h(x) dx = \int_0^{\ln 2} [x - f(x)] dx$$

$$= \left[ \frac{1}{4}e^{2x}(1-2x) + 2e^x(x-1) \right]_0^{\ln 2} = \ln 4 - \frac{5}{4}$$