خالد معمري للرياضيات

السنة 4 متوسط

ملف خاص بالدوّال

يشمل

مُلخصات

+

تمارين مرفقة بالحلول

(عدا خطأ أو نسيان)

خالد معمري للرياضيات

الدّوال

خالد معمري للرياضيات

$f(x) = ax + b$ {
- $a \neq 0$ و $b \neq o$: f دالة تالفية ← $f(x) = 2x - 3$
- $a \neq 0$ و $b = 0$: f دالة خطية ← $f(x) = 5x$
- $a = 0$: f دالة ثابتة ← $f(x) = 4$

الدّالة الخطية

تعريف

عندما نرفق العدد x بالجداء $a \times x$

نكون قد عرفنا دالة خطية

- نرمز لها بالرمز : $f : x \longmapsto a \times x$
- نكتب $f(x) = ax$

أمثلة

f دالة خطية معاملها 5 , $f(x) = 5x$

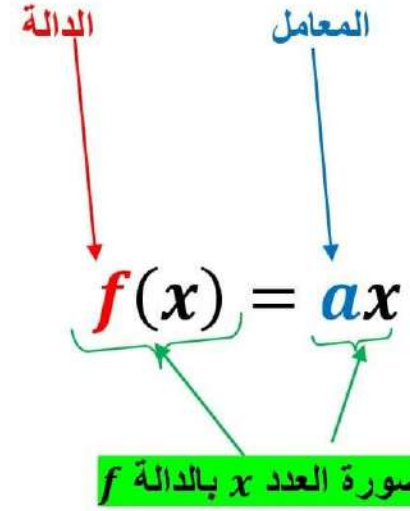
H دالة خطية معاملها -1 , $H(x) = -x$

M ليست دالة خطية , $M(x) = \frac{5}{x} = 5x^{-1}$

ملاحظة :

ممثل الدالة الخطية هو مستقيم

معادلته $y = ax$



خالد معمري للرياضيات

إيجاد صورة عدد بدالة خطية

$f(x) = 3x$

$f(5) = 3 \times 5 = 15$

إيجاد عدد صورته معلومة :

العدد m صورته بالدالة f هي -12

$f(m) = 3m$ و $f(m) = -12$

$3m = -12$ و منه $m = \frac{-12}{3}$

إذن $m = -4$

تعيين العبارة الجبرية لدالة خطية

ط1) $h(-2) = 8$: $a = \frac{\text{الصورة}}{\text{السابقة}}$

$a = \frac{8}{-2} = -4$

إذن : $h(x) = -4x$

ط2) $B(-2\ ;\ 8)$ نقطة تنتمي إلى

ممثل الدالة الخطية h , $a = \frac{\text{الترتيب}}{\text{الفاصلة}}$

$a = \frac{8}{-2} = -4$

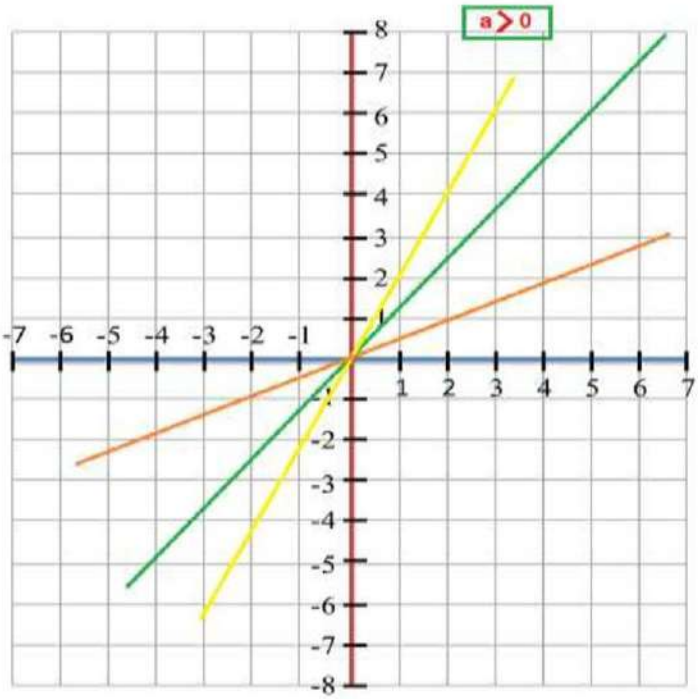
$h(x) = -4x$

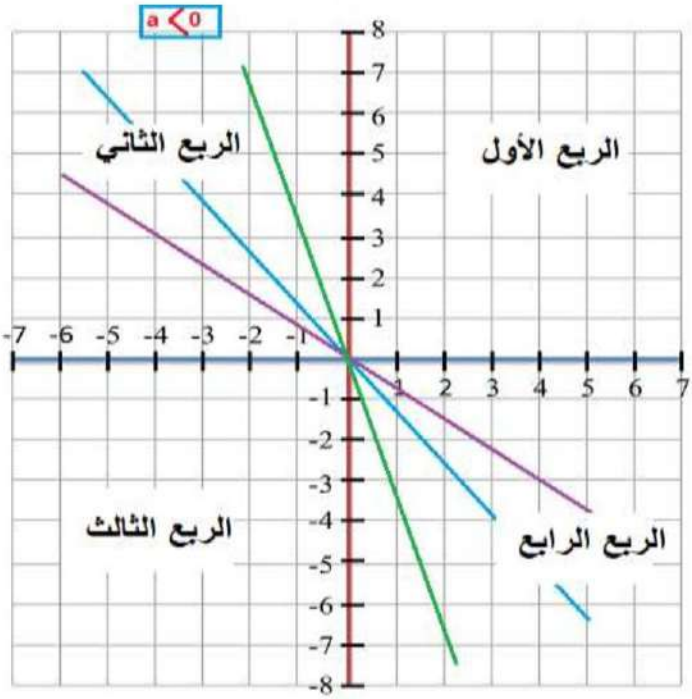
التمثيل البياني لدالة خطية

ممثل دالة خطية هو مستقيم يمر من المبدأ معادلته $y = ax$

إذا كان $a > 0$ فان ممثل الدالة f يرسم في الربعين الأول و الثالث

إذا كان $a < 0$ فان ممثل الدالة f يرسم في الربعين الثاني و الرابع





تمارين الدالة الخطية

خالد معمري للرياضيات

التمرين الأول

عين الدّوال الخطية من بين الدوال الآتية ثم أوجد معامل كل منها :

$g(x) = -2x + 7x$

$m(x) = \frac{4}{x}$

$h(x) = \frac{x}{4}$

$f(x) = (x+1)^2 - (x-1)^2$

التمرين الثاني

f دالة خطية حيث $(x) = -3x$

1) أوجد صور الأعداد التالية بالدالة f

3 , 0 , -3

2) ماهو العدد m الذي صورته بالدالة f هي العدد 1

3) مثل بيانيا الدالة f .

التمرين الثالث

لتكن الدالة الخطية g .

1) عين العبارة الجبرية للدالة g علما أن :

$g(-2) = 1$

ثم أوجد العدد n الذي صورته بالدالة g هي -1

2) هل النقطة $A(\frac{-1}{2} ; \frac{1}{4})$ تنتمي إلى ممثل الدالة g ؟

برر إجابتك .

التمرين الرابع

$C(-2 ; 6)$ نقطة تنتمي إلى ممثل الدالة الخطية h

1) عين العبارة الجبرية للدالة h

2) أنشئ ممثل الدالة h في مستو مزود بمعلم م و م .

التمرين الخامس

ثمن هاتف نقال $15000\ da$

1) ما هو السعر الجديد بعد تخفيض نسبته 20% ؟

2) عين العبارة الجبرية للدالة الخطية f المعبرة على هذه الوضعية .

التمرين السادس

بمناسبة شهر رمضان المبارك قام تاجر بتخفيض $5\ \%$ في كل سلعه , و بعد انقضاء الشهر الفضيل رفع الأسعار بنسبة $5\ \%$.

إذا علمت أن ثمن جهاز حاسوب هو $27000\ da$ قبل شهر رمضان , أوجد ثمنه بعد انقضاء هذا الأخير

التمرين السابع

من بين النقط التالية عين تلك التي تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة الخطية h علما أن : $h(x) = -2x$

$A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$, $B(1; 2)$, $C(1; -2)$

خالد معمري للرياضيات

حلول تمارين
الدّالة الخطية

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 01

- $g(x) = -2x + 7x = 5x$

g دالة خطية معاملها 5

- $m(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$

m ليست دالة خطية .

- $h(x) = \frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$

h دالة خطية معاملها $\frac{1}{4}$

- $f(x) = (x+1)^2 - (x-1)^2$

$f(x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$

$f(x) = 4x$

f دالة خطية معاملها 4

حل التمرين 02

$f(x) = -3x$

1) $f(3) = -3 \times 3 = -9$

$f(0) = -3 \times 0 = 0$

$f(-3) = -3 \times (-3) = 9$

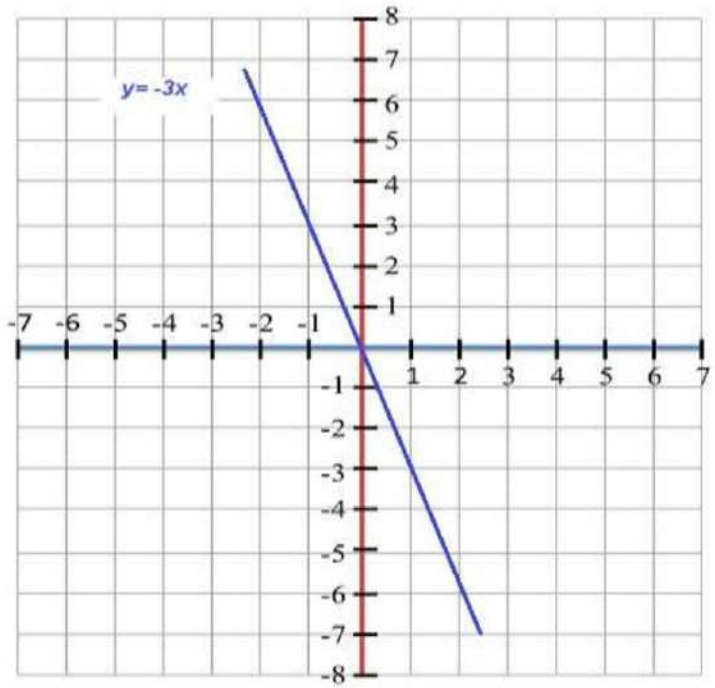
2) إيجاد العدد m :

$f(m) = -3m = 1$

$m = \frac{1}{-3} = \frac{-1}{3}$

3) التمثيل البياني للدالة f : $y = -3x$

x	0	1
y	0	-3
$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;-3)$



خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 03

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة g :

لدينا $g(-2)=1$ و منه $a=\frac{-1}{2}$ و عليه $g(x)=\frac{-1}{2}x$

إيجاد العدد n الذي صورته بالدالة g هي -1 :

$g(n)=-1$ و $g(n)=\frac{-1}{2}n$

و بالتالي $\frac{-1}{2}n=-1$ و بالتالي $n=2$

2) كي تنتمي $A(\frac{-1}{2}\ ;\ \frac{1}{4})$ إلى بيان g

يجب أن يكون $g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

$g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-1}{2}\times\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

إذن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g .

حل التمرين 04

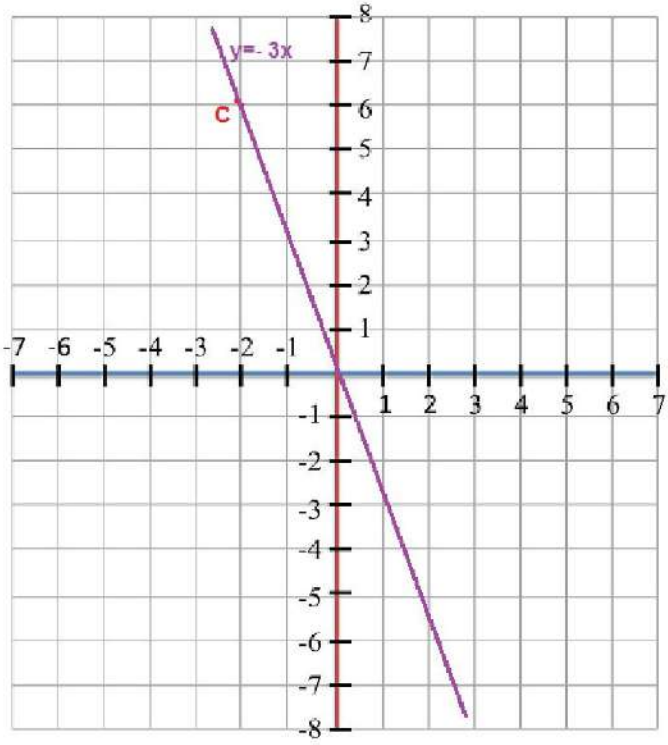
1) تعيين العبارة الجبرية للدالة h :

لدينا $C(-2\ ;\ 6)$ تنتمي إلى بيان h

و منه : $a=\frac{6}{-2}=-3$

إذن : $h(x)=-3x$

2) إنشاء ممثل الدالة الخطية h :



حل التمرين 05

1) إيجاد السعر الجديد للهاتف :

$y=\left(1-\frac{20}{100}\right)15000=12000$

السعر بعد التخفيض هو $12000\ da$

2) العبارة الجبرية للدالة f

$f(x)=\left(1-\frac{20}{100}\right)x$

و بالتالي : $f(x)=0,8x$

حل التمرين 06

الثمن الجديد للحاسوب :

$y=\left(1-\frac{5}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right)27000$

و منه $y=26932,5$

الثمن الجديد للحاسوب هو $26932,5\ da$

حل التمرين 07

لدينا : $h(x)=-2x$

$A\left(\frac{1}{2};-1\right)$: $h\left(\frac{1}{2}\right)=-2\times\frac{1}{2}=-1$

إذن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة h .

$B(1;2)$: $h(1)=-2\times1=-2\neq2$

إذن B لا تنتمي إلى ممثل الدالة h .

$C(1;-2)$: $h(1)=-2\times1=-2$

إذن C تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة h .

الدّالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

صورة العدد x بدالة تالفية هي $ax+b$, a و b هما معاملي الدالة التالفية و نكتب :

$$f(x)=ax+b \quad , \quad f: x \longmapsto ax+b$$

أمثلة : $f(x)=2x+3$, $h(x)=\frac{-1}{5}x-4$, $M(x)=\sqrt{3}x-1$, $P(x)=5-2x$

$$f(x)=3x-4$$

إيجاد صورة عدد :

$f(x)=3x-4$

$f(11)=3\times 11-4=29$

إيجاد عدد صورته معلومة :

m عدد صورته بالدالة التالفية f هي 14

$f(m)=3m-4$ و $f(m)=14$

و منه : $3m-4=14$

إذن : $m=6$

التحقق :

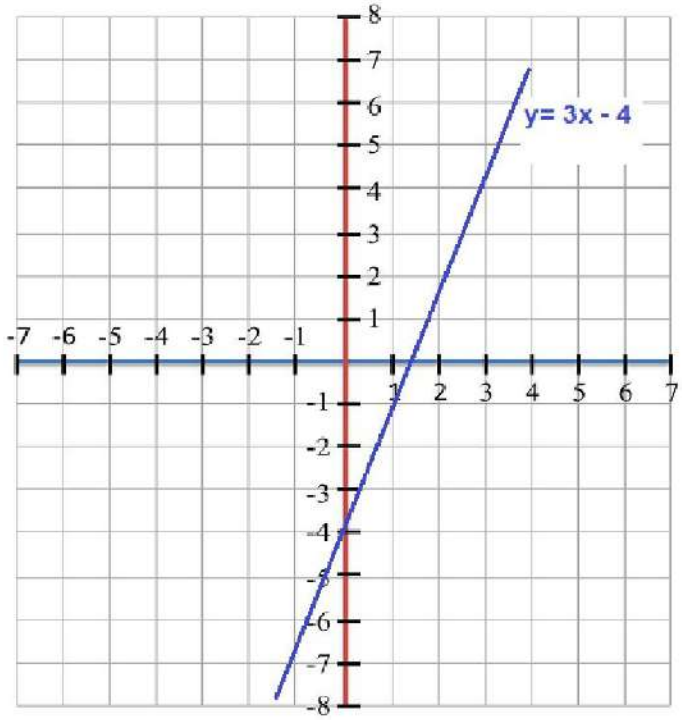
$f(6)=3\times 6-4=18-4=14$

التمثيل البياني :

التمثيل البياني لدالة تالفية هو مستقيم

معادلته : $y=ax+b$

x	0	1
y	-4	-1
$(x;y)$	$(0;-4)$	$(1;-1)$



خالد معمري للرياضيات

تعيين العبارة الجبرية لدالة تالفية :

f دالة تالفية حيث :

$f(1) = -3$, $f(-2) = -9$

أو $M(1;-3)$, $K(-2;-9)$

نقطتان من التمثيل البياني للدالة f .

الطريقة 1 : خاصية تناسبية التزايدات

$a = \frac{-9-(-3)}{-2-1} = \frac{-6}{-3}$ إذن : $\boxed{a = 2}$

$f(x) = 2x + b$

$f(1) = -3$ و $f(1) = 2 \times 1 + b$

و منه : $2 + b = -3$ إذن : $\boxed{b = -5}$

و بالتالي : $\boxed{f(x) = 2x - 5}$

الطريقة 2 : توظيف جملة معادلتين :

$$\begin{cases} -2a + b = -9 & \dots\dots 1\times(-1) \\ 1a + b = -3 & \dots\dots 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - b = 9 \\ a + b = -3 \end{cases}$$

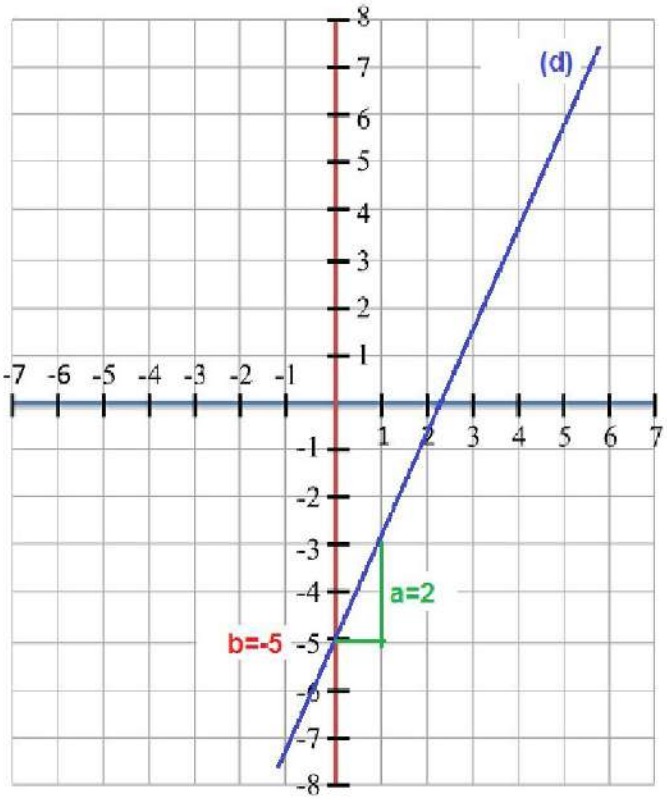
بالجمع نجد : $3a = 6$ و منه : $\boxed{a = 2}$

نعوض بقيمة a في المعادلة رقم 2

$2 + b = -3$ و منه $\boxed{b = -5}$

إذن : $\boxed{f(x) = 2x - 5}$

الطريقة 3 (الطريقة البيانية) :



المستقيم (d) هو التمثيل البياني للدالة التالفية f

من التمثيل نجد $b = -5$ و $a = 2$

و بالتالي : $\boxed{f(x) = 2x - 5}$

تمارين الدّالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

التمرين 01

من بين الدوال التالية عين الدوال التالفية

$f(x) = \frac{x+4}{7}$, $g(x) = -x + 1$

$h(x) = \sqrt{2x} - 5$, $M(x) = \sqrt{2}\,x - 5$

$E(x) = (3x - 2) - 9x$

التمرين 02

f دالة تالفية حيث : $f(x) = 6x - 1$

1) أوجد صور الأعداد 0 , -1 , 6 , -6 بالدالة f

2) في مستو مزود بمعلم م و م أنشئ المستقيم (Δ) ممثل الدالة f .

التمرين 03

f , h دالتان حيث :

$f(x) = 2(x+4)$, $h(x) = x(x+4) - x$

1) أنشئ في نفس المستوي المزود بمعلم م و م المستقيمين (Δ) , (d) ممثلي الدالتين f , h على الترتيب .

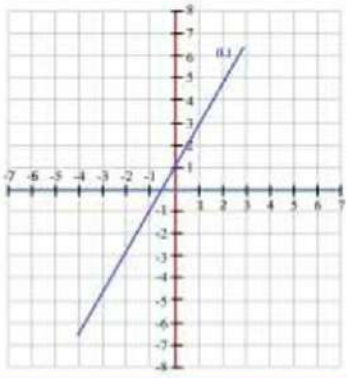
2) أوجد إحداثيتي A نقطة تقاطع (Δ) و (d) .

التمرين 04

(L) ممثل الدالة التالفية M

1) عين العبارة الجبرية للدالة M .

2) أوجد العدد n الذي صورته بالدالة M هي العدد 9



التمرين 05

1) عين العبارة الجبرية للدالة h علما أن :

$h(1) = -1$, $h(-1) = 5$

2) مثل بيانيا الدالة h في مستو مزود بمعلم م و م .

3) هل النقطة $C(0;-2)$ تنتمي إلى المنحنى البياني لـ h ؟ برر إجابتك .

التمرين 06

1) عين العبارة الجبرية للدالة التالفية E إذا علمت أن تمثيلها البياني يشمل النقطتين

$A(2;9)$, $B(-1;-3)$

2) أحسب العدد m حيث $f(m) = 5$

التمرين 07

1) حل جملة معادلتين التالية :

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

2) علم النقط $C(1;3)$, $D(2;1)$, $A(4;-3)$

3) إذا اعتبرنا أن المستقيم (CD) هو التمثيل البياني للدالة التالفية M , فعين العبارة الجبرية لها .

4) بين أن النقط A , C , D في استقامية .

التمرين 08

f , g , h دوال معرفة كما يلي :

$f(x) = 2x - 3$, $g(x) = 5x$, $h(x) = -5$

1) أنشئ (Δ) , (L) , (d) التمثيلات البيانية للدوال f , g , h على الترتيب في نفس المستوي المنسوب إلى معلم م و م .

2) بين أن $A(-1;-5)$ هي نقطة تقاطع التمثيلات البيانية الثلاث .

خالد معمري للرياضيات

حلول تمارين الدالة التالفية

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 01

الدوال التالفية هي : f , g , M , E

توضيح :

$$fx) = \frac{x+4}{7} = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$$

$$E(x) = (3x-2)^2 - 9x^2$$

$$E(x) = 9x^2 + 4 - 12x - 9x^2$$

$$E(x) = -12x + 4$$

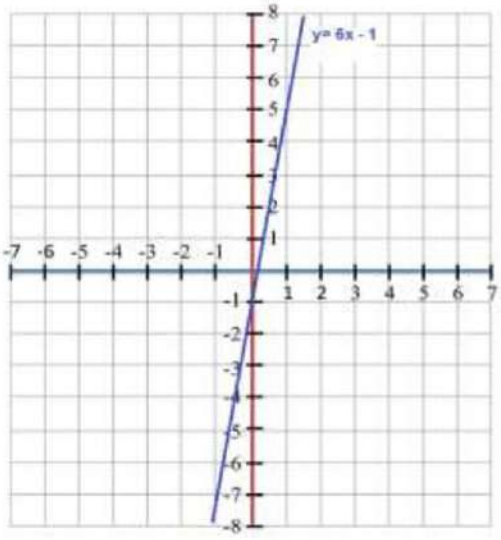
حل التمرين 02

1) إيجاد صور الأعداد 0 , -1 , 6 , -6

- $f(0) = 6 \times 0 - 1 = -1$
- $f(-1) = 6 \times (-1) - 1 = -7$
- $f(6) = 6 \times 6 - 1 = 35$
- $f(-6) = 6 \times (-6) - 1 = -37$

2) إنشاء (Δ) :

x	0	1
y	-1	5
$(x;y)$	$(0;-1)$	$(1;5)$



حل التمرين 03 1) إنشاء (Δ) و (d) :

$$f(x) = 2(x+4) = 2x + 8$$

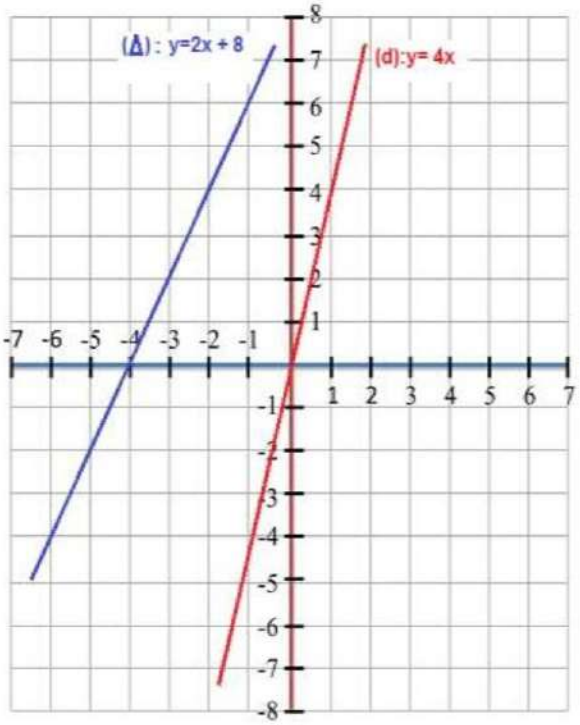
$$(\Delta): y = 2x + 8$$

x	-2	-3
y	4	2
$(x;y)$	$(-2;4)$	$(-3;2)$

$$h(x) = x - x + 4) - x = 4x$$

$$(d): y = 4x$$

x	0	1
y	0	4
$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;4)$



خالد معمري للرياضيات

2) إيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع (Δ) و (d) :

$4x = 2x + 8$ و منه : $2x = 8$

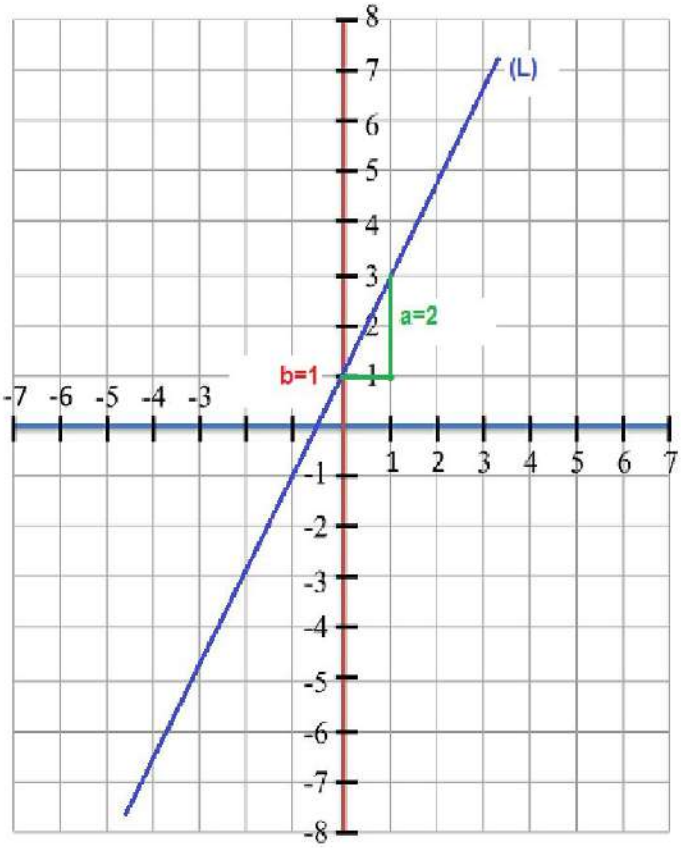
$x = \frac{8}{2} = 4$

$y = 4x = 4 \times 4 = 16$

إذن : $(4; 16)$ هما إحداثيتي نقطة تقاطع (Δ) و (d) .

حل التمرين 04

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة M:



$M(x) = 2x + 1$

2) إيجاد العدد n الذي صورته بالدالة M هي العدد 9

$M(n) = 2n + 1$ و $M(n) = 9$

و منه : $2n + 1 = 9$ و عليه : $2n = 8$

$n = \frac{8}{2}$ إذن : $n = 4$

و بالتالي العدد المطلوب هو 4 .

حل التمرين 05

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة h :

لدينا : $h(1) = -1$, $h(-1) = 5$

$a = \frac{5-(-1)}{-1-1} = \frac{6}{-2} = -3$ و منه :

$h(x) = -3x + b$

$h(1) = -3 \times 1 + b = -1$

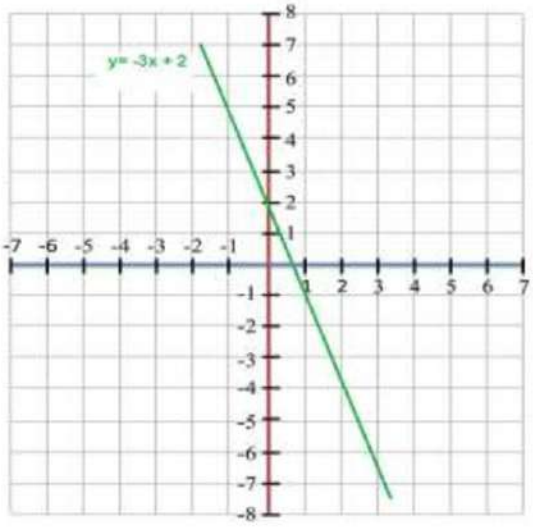
$b = -1 + 3 = 2$

إذن : $h(x) = -3x + 2$

2) التمثيل البياني للدالة h :

$y = -3x + 2$

x	0	1
y	2	-1
$(x; y)$	$(0; 2)$	$(1; -1)$



3) كي تكون النقطة $C(0; 2)$ تنتمي إلى بيان h يجب أن تتحقق : $h(0) = 2$

لدينا : $h(x) = -3x + 2$

و منه : $h(0) = -3 \times 0 + 2 = 2$

و بالتالي النقطة C تنتمي إلى بيان الدالة h .

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 06

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة التالفية E :

النقطتان $A(2;9)$, $B(-1;-3)$ تنتميان إلى التمثيل البياني للدالة E و منه

$$\begin{cases} -1a+b=-3 \\ 2a+b=9 \end{cases}$$

بحل هذه الجملة نجد : $a=4$ و $b=1$

و عليه : $E(x)=4x+1$

2) حساب العدد m حيث $f(m)=5$:

$f(m)=4m+1$

و منه : $4m+1=5$ و عليه $m=\frac{4}{4}$

إذن : $m=1$

حل التمرين 07

1) حل الجملة :

$$\begin{cases} a+b=3 \ \ldots\ldots 1 \times(-1) \\ 2a+b=1 \ \ldots\ldots 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a-b=-3 \\ 2a+b=1 \end{cases}$$

بالجمع نجد : $a=-2$

نعوض في المعادلة 1 نجد :

$-2+b=3$ و منه $b=5$

للجملة حل وحيد هو $(-2;5)$

2) تعليم النقط

$A(4;-3)$, $D(2;1)$, $C(1;3)$

3) تعيين العبارة الجبرية للدالة M :

(CD) ممثل الدالة M و $C(1;3)$, $D(2;1)$

إذن : $\begin{cases} 1a+b=3 \\ 2a+b=1 \end{cases}$

من الطلب 1 حل الجملة هو $(-2;)$

أي أن : $a=-2$ و $b=5$

إذن : $M(x)=-2x+5$

4) تبيين أن النقط A , C , D في استقامية :

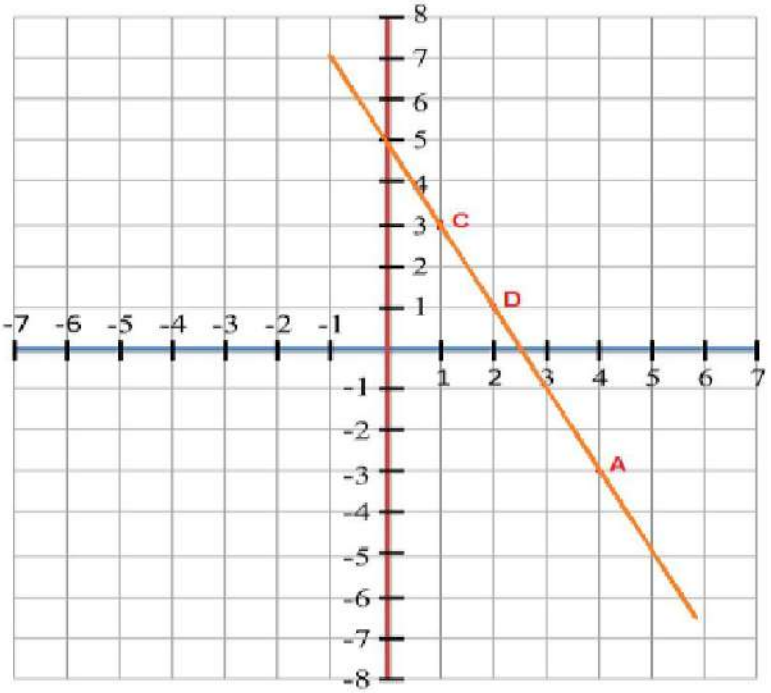
يكفي تبيين أن النقطة A تنتمي إلى (CD) ممثل M :

لدينا $A(4;-3)$

$M(4)=-2\times 4+5=-8+5=-3$

إذن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (CD)

و بالتالي النقط A , C , D في استقامية .



حل التمرين 08

1) إنشاء المستقيمات (Δ) , (L) , (d) التمثيلات البيانية للدوال $f(x)=2x-3$, $g(x)=5x$, $h(x)=-5$ على الترتيب :

$(\Delta): y=2x-3$

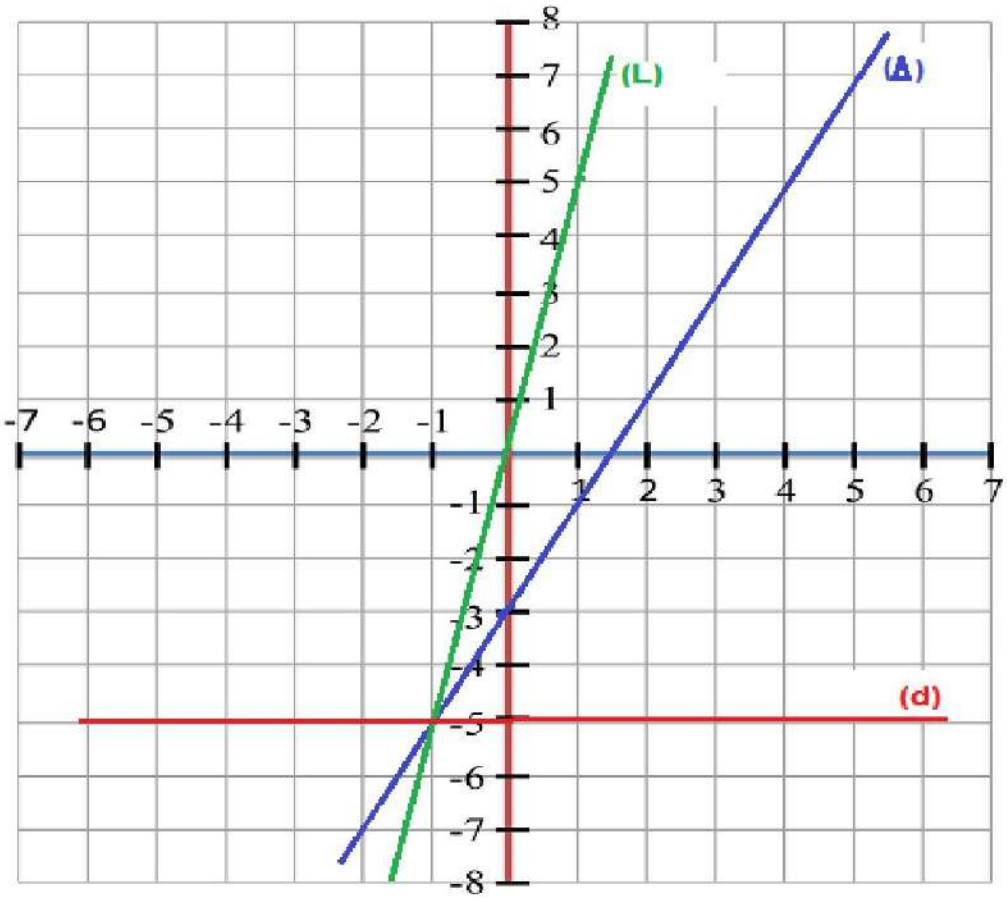
x	0	1
y	-3	-1
$(x;y)$	$(0;-3)$	$(1;-1)$

$(L): y=5x$

x	0	1
y	0	5
$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;5)$

$(d): y=-5$

x	0	1
y	-5	-5
$(x;y)$	$(0;-5)$	$(1;-5)$



2) تبيين أن $A(-1;-5)$ تنتمي إلى المستقيمات الثلاث :

$f(-1)=2\times(-1)-3=-2-3=-5$ إذن : $A\in(\Delta)$

$g(-1)=5\times(-1)=-5$ إذن : $A\in(L)$

$h(-1)=-5$ إذن : $A\in(d)$

الدالّة الثابتـــــة

خالد معمــري للرياضيات

f , $f(x)=b$ دالة ثابتة

التمرين 01

لتكن الدالة f حيث :

$$f(x)=(2x-1)^2-4x(x-1)-3$$

بين أن f دالة ثابتة ثم مثلها بيانيا .

الحـــل

تبيين أن f دالة ثابتة

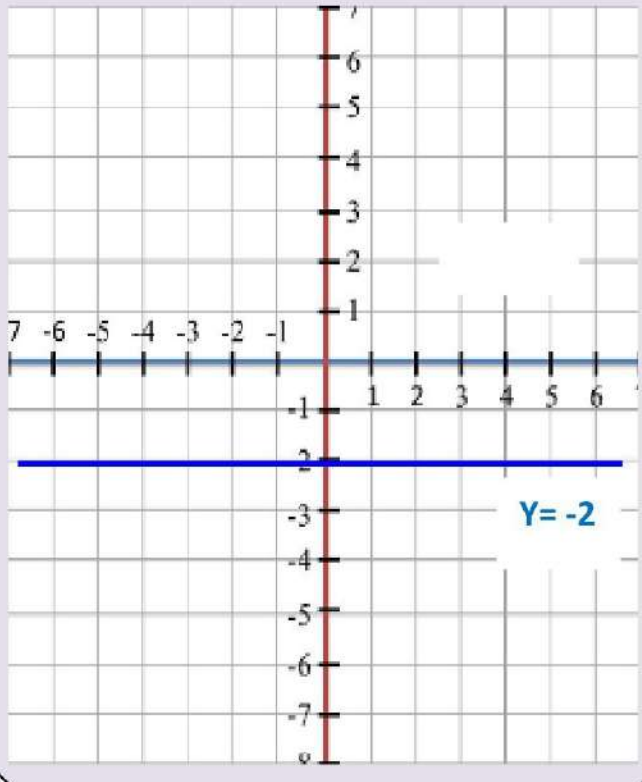
$$f(x)=4x^2+1-4x-4x^2+4x-3$$

$$f(x)=-2$$

إذن f دالة ثابتة .

التمثيل البياني :

$$y=-2$$



التمرين 02

g دالة حيث : $g(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{x^2-4}$

بين أن : $g(\sqrt{3})=g(-\sqrt{3})$

ثم أنشئ التمثيل البياني لـ g

الحـــل

$$g(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

و منه : $g(x)=1$

إذن g دالة ثابتة

و بالتالي : $g(\sqrt{3})=g(-\sqrt{3})$

التمثيل البياني :

$$y=1$$