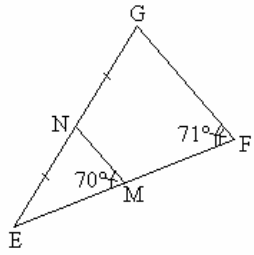


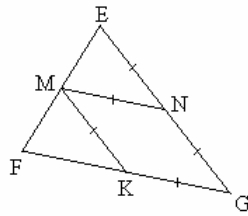
## تمارين و مشكلات :

1. إليك الشكل التالية:

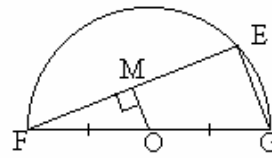
2.



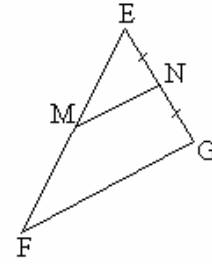
④



③



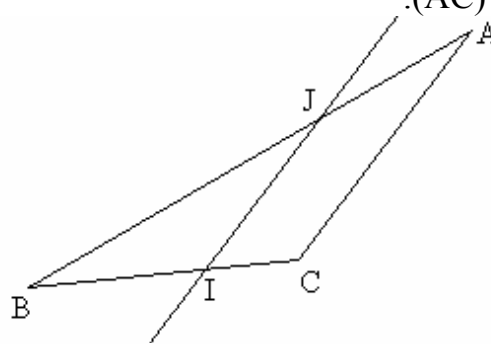
②



①

- ما هي الحالات التي تكون فيها النقطة M منتصف القطعة [EF]؟ علل.

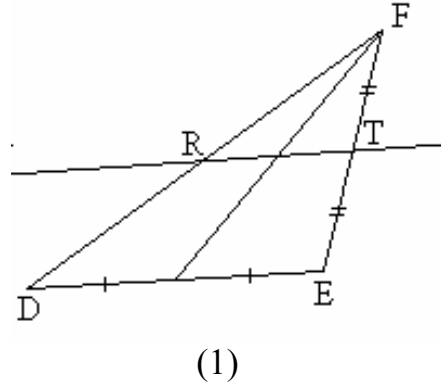
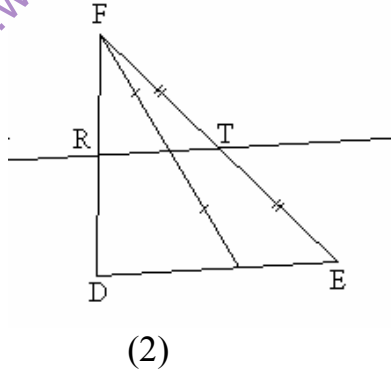
2. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (AC).



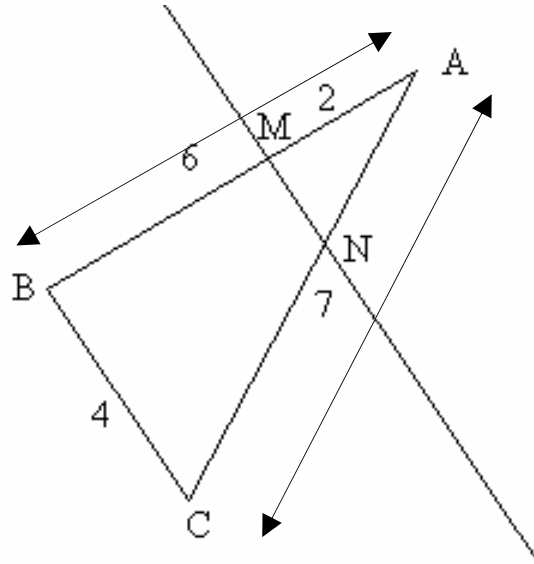
- ما هي المساويات المحققة ؟

$$\frac{BI}{BC} = \frac{BJ}{BA} \quad (أ) \quad \frac{BI}{BC} = \frac{BJ}{BA} \quad (ب) \quad \frac{IJ}{AC} = \frac{BJ}{BA} \quad (ج) \quad \frac{BJ}{JA} = \frac{IJ}{AC} \quad (د)$$

3. في أي حالة من الحالتين التاليتين لدينا (RT) و (DE) متوازيان؟



من التمرين 4 إلى التمرين 6 نعتبر الشكل التالي حيث (IJ) // (AC).



4. الطول MN يساوي إلى:

- (أ) 3 ؛ (ب)  $\frac{4}{3}$  ؛ (ج)  $\frac{3}{4}$  ؛ (د)  $\frac{4}{7}$ .

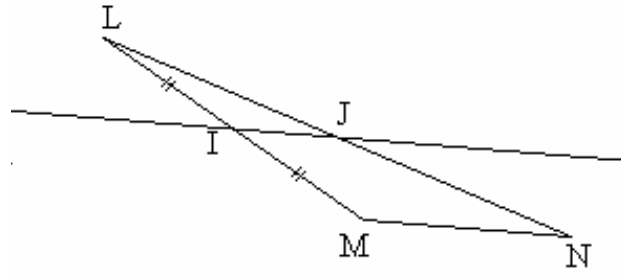
5. الطول AN يساوي إلى:

- (أ)  $\frac{7}{3}$  ؛ (ب)  $\frac{6}{7}$  ؛ (ج)  $\frac{3}{4}$  ؛ (د)  $\frac{3}{7}$ .

6. الطول CN يساوي إلى:

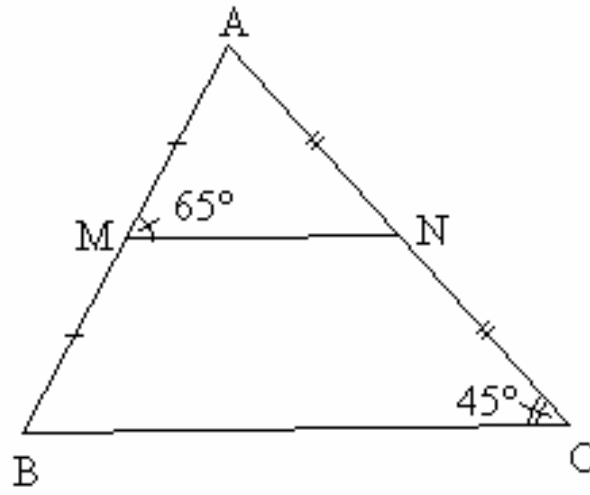
- (أ)  $\frac{1}{4}$  ؛ (ب)  $\frac{4}{3}$  ؛ (ج)  $\frac{14}{3}$  ؛ (د)  $\frac{4}{7}$ .

7. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (MN) متوازيان.



- احسب  $\frac{LJ}{N}$  بطريقتين مختلفتين.

8. لاحظ الشكل التالي:

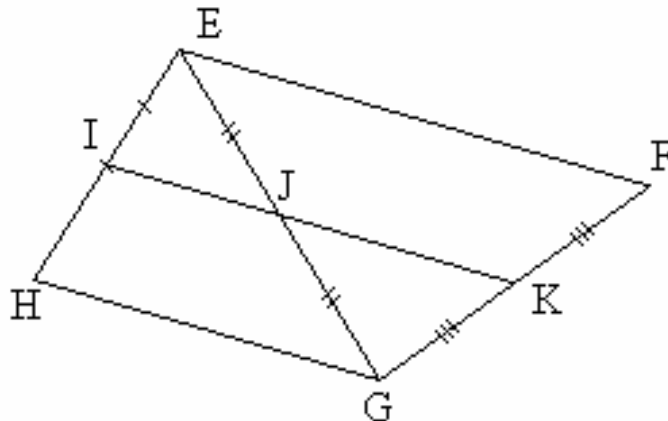


- احسب قياس الزاوية BAC.

9. ارسم متوازي أ

ضلاع ABCD. عين M منتصف [AB]. المستقيم الذي يشمل M ويوازي (BC) يقطع المستقيم (AC) في N. برهن أن النقط B، N، D على استقامة واحدة.

10. ارسم رباعيا EFGH حيث و (EF) يوازي (GH). النقط النقط K، J، I هي منتصفات القطع [GF]، [EG]، [EH].



- برهن أن  $2K = EF + GH$ .

11. أرسم مثلثا ABC حيث  $BC = 5,8 \text{ cm}$ . عين النقطتين E و F منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.

أنشئ النقطة E' نظيرة E بالنسبة إلى B.

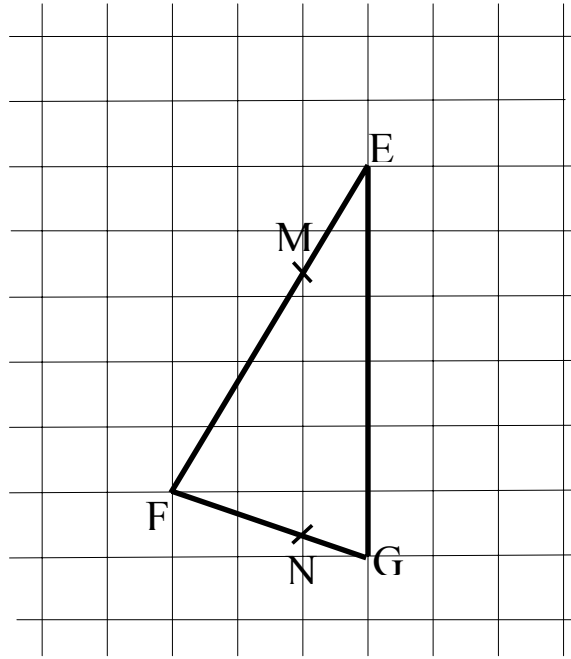
(أ) - أحسب الطول EF.

- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.

(ب) المستقيم (E'F) يقطع (BC) في H.

- أحسب الطولين BH و CH.

12. في الشكل التالي، وحدة الطول هي طول ضلع المربع الصغير للمرصوفة.

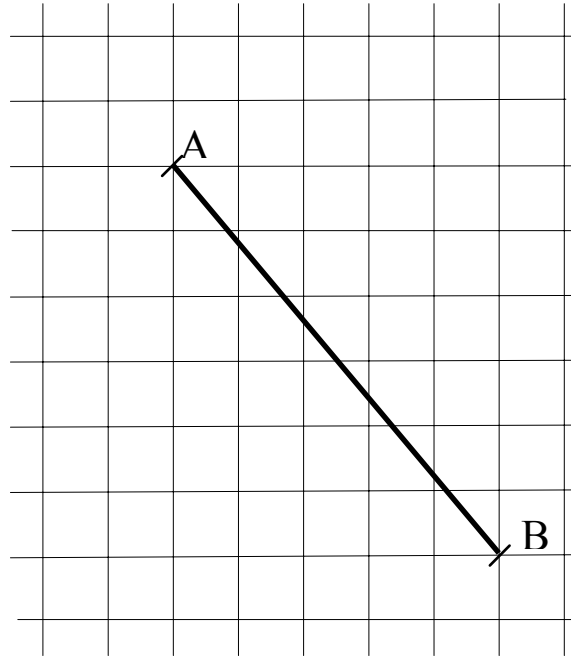


- باستعمال هذه المرصوفة أحسب  $\frac{FM}{FE}$ .

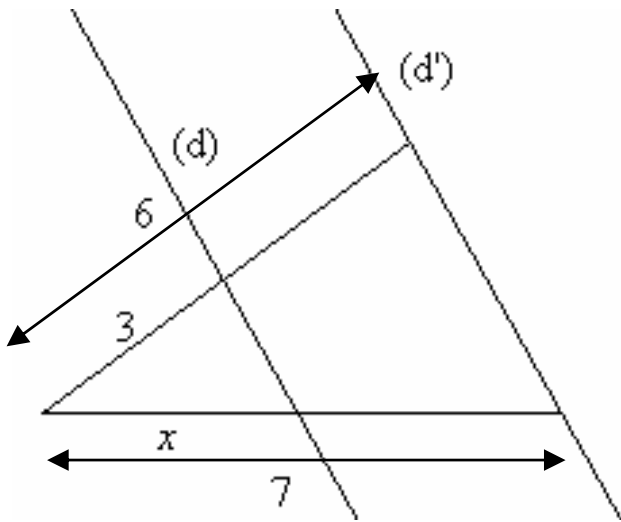
- أحسب الطول MN.

13. أنقل الشكل التالي، ثم باستعمال خطوط هذه المصوفة أنشئ النقطتين

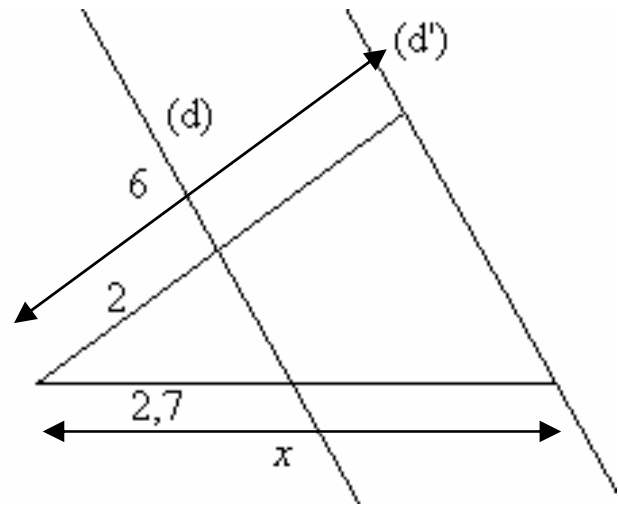
M و N من القطعة [AB] حيث:  $M = \frac{3}{5} AB$  و  $AB = 3AN$ .



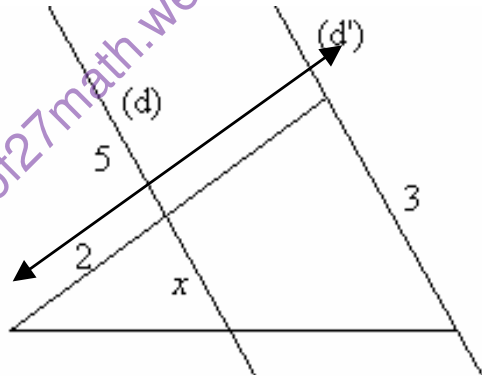
14. نعلم أن (d) و (d') متوازيان.  
- احسب الطول x في كل حالة من الحالات التالية:.



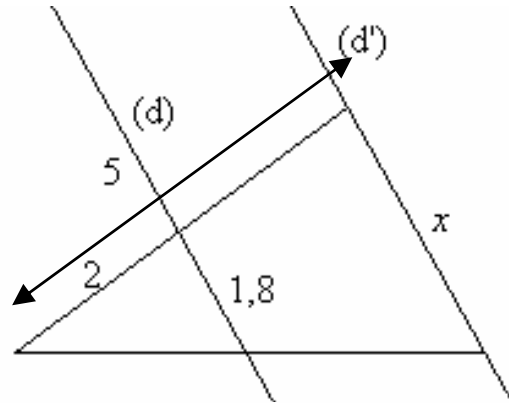
(2)



(1)



(4)



(3)

15. أرسم مثلثا  $ABC$ . عين النقطتين  $E$  و  $F$  منتصفي الضلعين  $[AB]$  و  $[AC]$  على الترتيب. عين نقطة  $M$  من القطعة  $[AE]$  ثم أنشئ النقطة  $M'$  نظيرة  $M$  بالنسبة إلى  $E$  و  $M''$  نظيرة  $M$  بالنسبة إلى  $F$ .
- برهن أن المستقيمين  $(M'M'')$  و  $(BC)$  متوازيان.
  - قارن بين الطولين  $BC$  و  $M'M''$ .

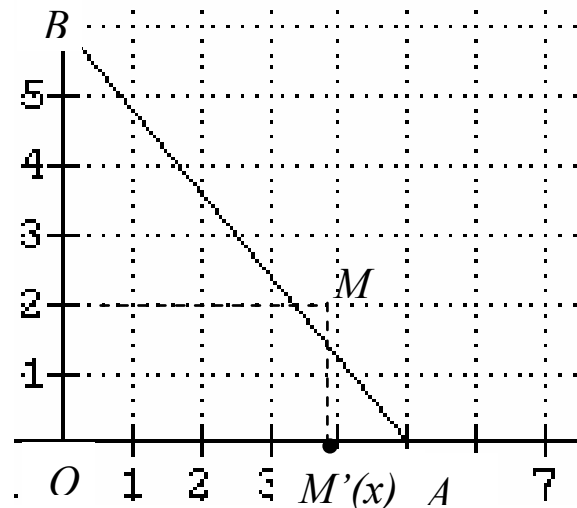
16. نعتبر مثلثا  $ABC$  بحيث  $BC = 6 \text{ cm}$ . عين النقطة  $E$  منتصف الضلع  $[BC]$  و النقطة  $F$  من الضلع  $[BC]$  بحيث  $BF = 1 \text{ cm}$ . المستقيم الذي يشمل  $F$  و يوازي  $(AE)$  يقطع  $(AC)$  في  $K$  و  $(AB)$  في  $G$ .

- بين أن  $\frac{FK}{AE} = \frac{5}{3}$ .

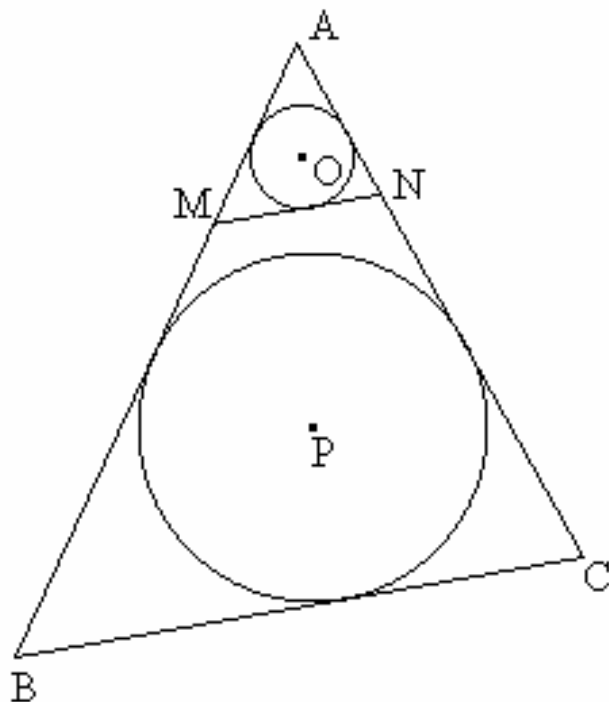
- بين أن  $\frac{FG}{AE} = \frac{1}{3}$ .

- استنتج أن  $FK + FG = 2AE$ .

17. إليك المعلم التالي. أحسب الفاصلة  $x$  للنقطة  $M$ .



18. إليك الشكل التالي. المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان. أنشئنا الدائرتين اللتين مركزيهما O و P على الترتيب و المرسومتين داخل المثلثين AMN و ABC على الترتيب.



- برهن أن:  $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ .

- برهن أن:  $\widehat{OMA} = \widehat{PBA}$ .

- ماذا نستنتج بالنسبة إلى المستقيمين (OM) و (PB) ؟

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

1. M منتصف القطعة [EF] في الحالتين ② و ③  
التعليل:

- في الحالة الثانية لدينا:  
(GE) ⊥ (EF) (المثلث EFG قائم في E لأنه مرسوم داخل نصف الدائرة قطرها FG،  
و (OM) ⊥ (EF) إذن (OM) // (GE).

في المثلث EFG لدينا O منتصف [FG] و (OM) // (GE) فإن  
M منتصف القطعة [EF].  
- في الحالة الثالثة لدينا: الرباعي MNGK معين إذن (GK) // (MN).  
في المثلث EFG لدينا N منتصف [EG] و (GK) // (MN) فإن  
M منتصف القطعة [EF].

//

2. المساويات المحققة هي: (ب) و (ج).

3. (RT) و (DE) متوازيان في الحالة (2).

4. (ب)  $\frac{4}{3}$ .

5. (أ)  $\frac{7}{3}$ .

6. (ج)  $\frac{14}{3}$ .

7. الطريقة 1:  
في المثلث LMN لدينا I منتصف [LM] و (IJ) و (MN) متوازيان.  
حسب الخاصية: "إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث  
ويوازي ضلعا آخر فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث".

$$\frac{LJ}{LN} = \frac{1}{2} \text{ ومنه } [LN] \text{ منتصف } J$$

الطريقة 2:

في المثلث LMN، I نقطة من [LM] و J نقطة من [LN] و (IJ) و (MN) متوازيان.

$$\frac{LJ}{LN} = \frac{1}{2} \text{ إذن } \frac{LI}{LM} = \frac{1}{2} \text{ لكن } \frac{LJ}{N} = \frac{LI}{LM} \text{ نستنتج أن } \frac{LJ}{N} = \frac{LI}{LM}$$

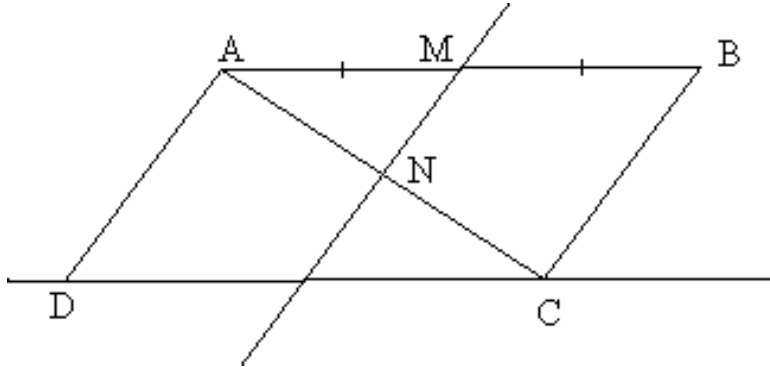
8. في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و N منتصف [AC].  
حسب خاصية المنتصفين في المثلث ABC نستنتج أن (MN) و (BC) متوازيان.  
المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان و (BC) قاطع لهما

إن  $\widehat{ANM} = \widehat{ACB} = 45^\circ$  (بالتبادل الداخلي).

في المثلث AMN لدينا:  $\widehat{MAN} + \widehat{AMN} + \widehat{ANM} = 180^\circ$  أي

$$\widehat{MAN} + 65^\circ + 45^\circ = 180^\circ \text{ نستنتج أن } \widehat{MAN} = 70^\circ \text{ أي } \widehat{BAC} = 70^\circ.$$

9.



في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و (MN) يوازي (BC).  
نستنتج أن N منتصف [AC].

بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن المنتصف N للقطر [AC] هو أيضا منتصف للقطر [BD] إذن النقط D، N، B على استقامة واحدة.

10. في المثلث EGH لدينا I منتصف [EH] و J منتصف [EG].

حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن  $J = \frac{1}{2} GH$ .

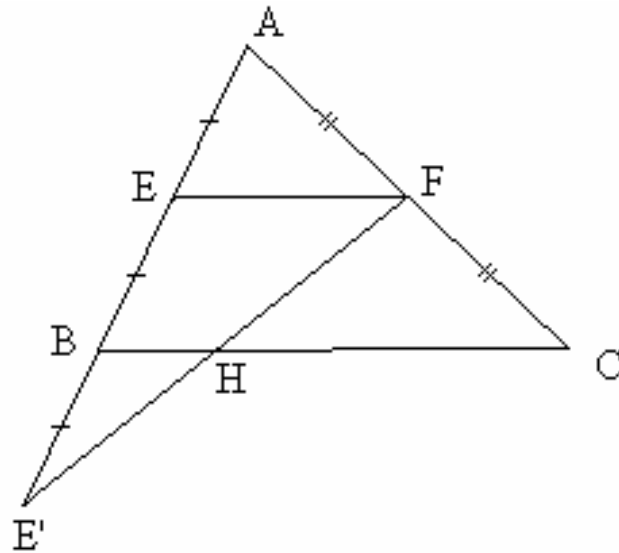
في المثلث GEF لدينا J منتصف [GE] و K منتصف [GF].

حسب خاصية المنتصفين في المثلث GEF نستنتج أن  $JK = \frac{1}{2} EF$ .

$$\text{ومنه } J + JK = \frac{1}{2} GH + \frac{1}{2} EF \text{ أي } K = \frac{1}{2} (GH + EF)$$

$$\text{ونستنتج: } 2K = GH + EF.$$

11.



(أ) - في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] و F منتصف [AC] .  
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن:

$$EF = 2,8 \text{ cm} \text{ أي } EF = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 5,6 = 2,8$$

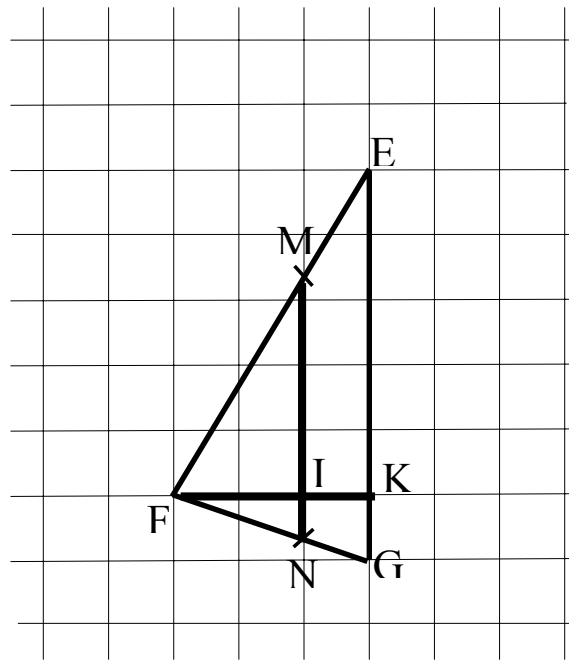
- و نستنتج أيضا أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.

(ب) في المثلث E'EF لدينا B منتصف [EE'] و (BH) يوازي (EF) .

$$\text{نستنتج أن } BH = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} \times 2,8 = 1,4 \text{ أي } BH = 1,4 \text{ cm}$$

$$CH = 4,2 \text{ cm} \text{ أي } CH = BC - BH = 5,6 - 1,4 = 4,2$$

.12



نلاحظ أن المستقيم (MN) هو خط عمودي للمرصوفة إذن (MN) يوازي (EG) .

الخط الأفقي للمرصوفة الذي يشمل F يقطع (MN) في I و (EG) في K.

في المثلث EFK ، I نقطة من [FK] و M نقطة من [FE] و (MI) و (EK) متوازيان.

نستنتج أن  $\frac{FM}{FE} = \frac{FI}{FK}$  لكن  $\frac{FI}{FK} = \frac{2}{3}$  (نحسب المربعات) إذن  $\frac{FM}{FE} = \frac{2}{3}$ .

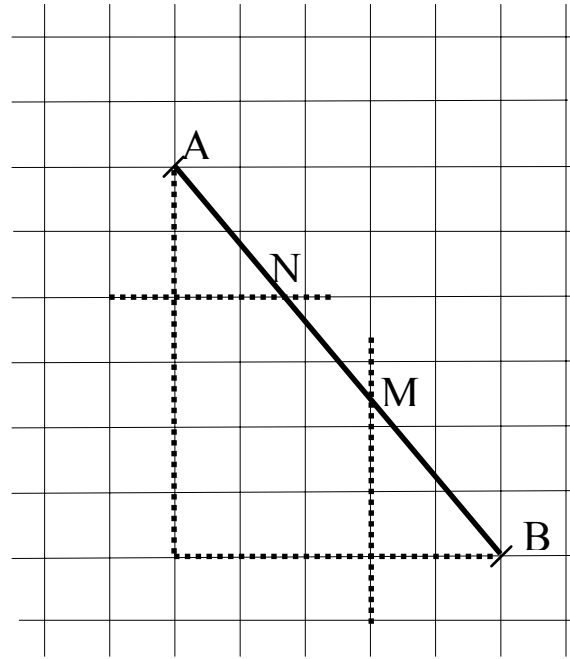
في المثلث EFG ، M نقطة من [FE] و N نقطة من [FG] و (MN) و (EG) متوازيان.

نستنتج أن  $\frac{MN}{EG} = \frac{FM}{FE}$  لكن  $\frac{FM}{FE} = \frac{2}{3}$  (نحسب المربعات) إذن  $\frac{MN}{EG} = \frac{2}{3}$ .

ومنه  $N = \frac{2}{3} EG$  لكن  $EG = 6$  (حسب الشكل) إذن  $MN = \frac{2}{3} \times 6$

أي  $MN = 4$ .

.13



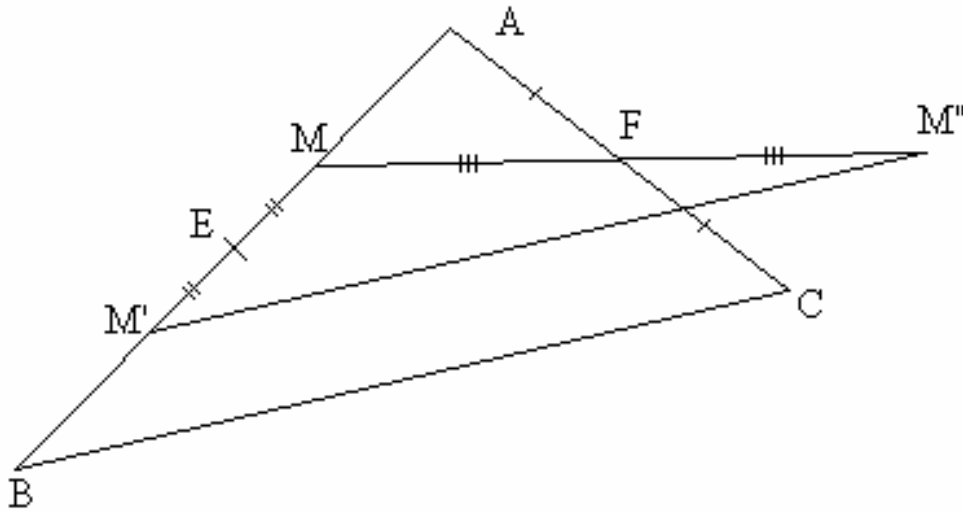
14.- في الحالة (1) لدينا:  $\frac{2,7}{x} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  أي  $x = 2,7 \times 3$  أي  $x = 8,1$ .

- في الحالة (2) لدينا:  $\frac{x}{7} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  أي  $x = \frac{7}{2}$  أي  $x = 3,5$ .

- في الحالة (3) لدينا:  $\frac{1,8}{x} = \frac{2}{5}$  أي  $x = \frac{1,8 \times 5}{2}$  أي  $x = 4,5$ .

- في الحالة (4) لدينا:  $\frac{x}{3} = \frac{2}{5}$  أي  $x = \frac{3 \times 2}{5}$  أي  $x = 1,2$ .

15.



في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] و F منتصف [AC].  
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان و

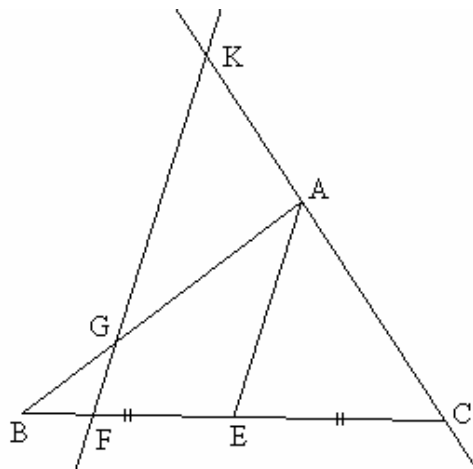
$$EF = \frac{1}{2} BC \text{ أي } BC = 2 \times EF$$

في المثلث MM'M'' لدينا E منتصف [MM'] و F منتصف [MM''].  
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و (M'M'') متوازيان و

$$EF = \frac{1}{2} M'M'' \text{ أي } M'M'' = 2 \times EF$$

- (BC) و (M'M'') يوازيان نفس المستقيم (EF) فإنهما متوازيان.  
-  $BC = 2 \times EF$  و  $M'M'' = 2 \times EF$  منه  $BC = M'M''$

16.



- في المثلث FKC ، E نقطة من [FC] و A نقطة من [CK]  
و (AE') و (FK) متوازيان.

نستنتج أن  $\frac{FK}{AE} = \frac{CF}{CE}$  لكن  $CF = 5 \text{ cm}$  و  $CE = 3 \text{ cm}$  إذن  $\frac{CF}{CE} = \frac{5}{3}$  ومنه  $\frac{FK}{AE} = \frac{5}{3}$

- في المثلث BEA ، F نقطة من [BE] و G نقطة من [BA] و (GF) و (AE) متوازيان.

نستنتج أن  $\frac{FG}{AE} = \frac{BF}{BE}$  لكن  $BF = 1 \text{ cm}$  و  $BE = 3 \text{ cm}$  إذن  $\frac{BF}{BE} = \frac{1}{3}$  ومنه  $\frac{FG}{AE} = \frac{1}{3}$

- بمان  $\frac{FK}{AE} = \frac{5}{3}$  فإن  $FK = \frac{5}{3} AE$  و بمان  $\frac{FG}{AE} = \frac{1}{3}$  فإن  $FG = \frac{1}{3} AE$

إذن  $FK + FG = \frac{5}{3} AE + \frac{1}{3} AE = \frac{6}{3} AE = 2AE$  أي  $FK + FG = 2AE$

.17

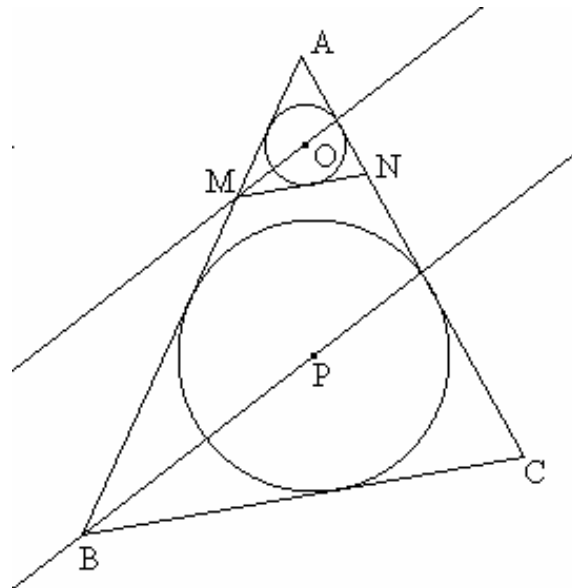
في المثلث OAB ، M نقطة من [AB] و M' نقطة من [OA] و (MM') و (OB) متوازيان.

نستنتج أن  $\frac{M'O}{OB} = \frac{MM'}{OB}$  لكن  $\frac{MM'}{OB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  إذن  $\frac{M'O}{OB} = \frac{1}{3}$

ومنه  $AM' = \frac{1}{3} AO$  ، لكن  $AO = 5$  (حسب الشكل) إذن  $AM' = \frac{5}{3}$

ونستنتج أن  $OM' = OA - AM' = 5 - \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$  إذن  $x = \frac{10}{3}$

.18



-  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{AMN}$  هما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (MN) و (BC) و القاطع (AB) وبمأن هذين المستقيمين متوازيان فإن الزاويتين متساويتان إذن :  $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ .  
 - O مركز الدائرة داخل المثلث AMN إذن المستقيم (OM) منصف الزاوية AMN و منه:

$$\widehat{OMA} = \frac{1}{2} \widehat{AMN}$$

- P مركز الدائرة داخل المثلث ABC إذن المستقيم (BP) منصف الزاوية ABC و منه

$$\widehat{PBA} = \frac{1}{2} \widehat{ABC}$$

- لدينا:  $\widehat{OMA} = \frac{1}{2} \widehat{AMN}$  و  $\widehat{PBA} = \frac{1}{2} \widehat{ABC}$  و  $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$  إذن:

$$\widehat{PBA} = \widehat{OMA}$$

بمأن الزاويتين PBA و OMA متساويتان وهما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (PB) و (OM) و القاطع (AB) إذن نستنتج أن المستقيمين (PB) و (OM) متوازيان.