ثانوية الشهيد حميدي عيسى - أولاد دراج - المسيلة

يسرني أن أتقدم لكم بهذا العمل المتواضع والمتمثل في مذكرات مادة الرياضيات لسنة أولى ثانوي شعبة:

★ جذع مشترك علوم وتكنولوجيا ★

يتضمن هذه العمل:

- مذكرة 40: الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي.
- مذكرة 41: المثلثات والمستقيمات الخاصة في مثلث.
- مذكرة 42: المثلثات المتقايسة.
- مذكرة 43: المثلثات المتشابهة.
- مذكرة 44: مبرهنة فيثاغورث.
- مذكرة 45: مبرهنة طالس.
- مذكرة 46: الزوايا والدائرة.
- مذكرة 47: التحويلات النقطية.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ

آخر تحديث: 05 / 02 / 2023

السنة الدراسية: 2022 / 2023

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات | فراحتية المحفوظ | mahfoudferahtia@gmail.com

مذكرة رقم 40

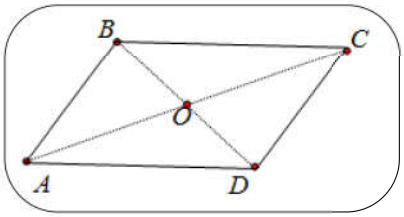
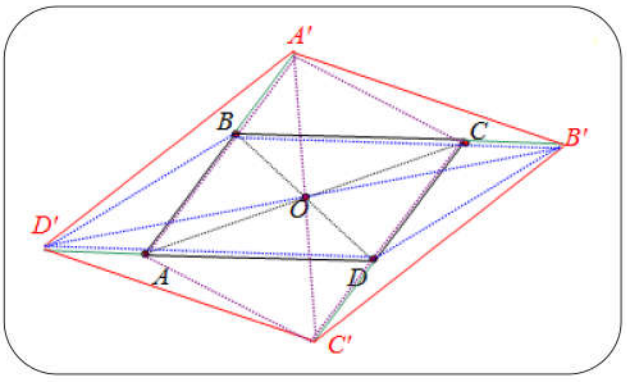
ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يـــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي.

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

المكتسبات القبلية: الأشكال الهندسية المألوفة، التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
الكفاءات المستهدفة: حل مشكلات توظف فيها خواص الأشكال الهندسية المألوفة.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـــر الـــدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير بالأشكال الهندسية المألوفة المدروسة في المتوسط.	

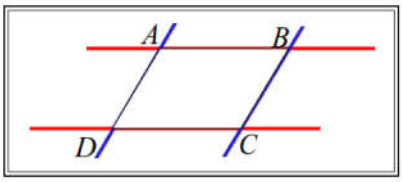
التشخيص والاكتشاف	**مناقشة نشاط 01 صفحة 214 :**
	أ) تعليم النقط: A ، B ، O ليست في استقامية.
	ب) إنشاء النقطتين C و D نظيرتي A و B بالنسبة إلى النقطة O على الترتيب:
	 
	ج) طبيعة الرباعي $ABCD$:
	لدينا المستقيمان (AB) و (DC) متناظران بالنسبة إلى O إذن هما متوازيان.
	وكذلك المستقيمان (AD) و (BC) متناظران بالنسبة إلى O إذن هما متوازيان.
	وبالتالي الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
	د) التحقق:
	1– بما أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن قطراه $[AC]$ و $[BD]$ متناصفين.
	2– بما أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $AB = CD$ و $BC = AD$.
	3– بما أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$.
	هـ) تعليم النقط A' ، B' ، C' ، D' من $[AB]$ و $[BC]$ و $[CD]$ و $[DA]$ على الترتيب:
	و) نوع الرباعي $A'B'C'D'$:
	(إرشاد: يمكن البدء بنوع كلّ من الرباعيين $A'CC'A$ و $D'BB'D$).
	 
	لدينا: $(AB)//(CD)$ ومنه $(AA')//(CC')$.
	ولدينا: $AB = CD$ و $BA' = DC'$
	إذن $AA' = CC'$.
	وبالتالي الرباعي $A'CC'A$ متوازي أضلاع
	إذن قطراه $[A'C']$ و $[AC]$ لهما نفس المنتصف O.
	لدينا: $(BC)//(AD)$ ومنه $(D'D)//(BB')$.
	ولدينا: $AD = BC$ و $AD' = CB'$
	إذن $DD' = BB'$ وبالتالي الرباعي $D'BB'D$ متوازي أضلاع
	إذن قطراه $[D'B']$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف O.
	ولدينا: القطران $[AC]$ و $[BD]$ للمتوازي الأضلاع $ABCD$ لهما نفس المنتصف O.
	إذن: القطعتان $[A'C']$ و $[D'B']$ لهما نفس المنتصف O وبالتالي الرباعي $A'B'C'D'$ هو متوازي أضلاع.	

متوازي الأضلاع :

تعريف

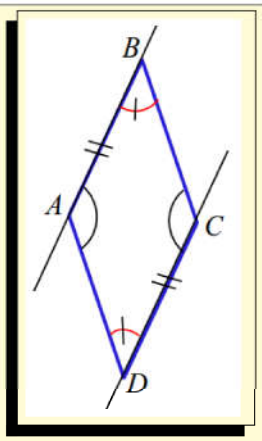
✍ متوازي الأضلاع هو رباعي حاملا كلّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

مـــثـال - 1 -



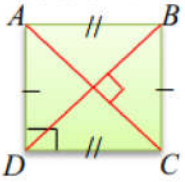
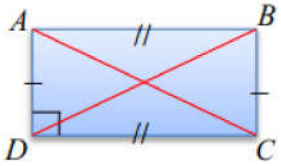
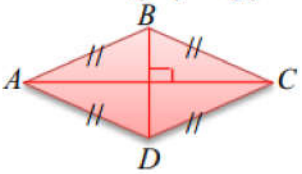
✔ $ABCD$ متوازي أضلاع
معناه $[(AB)//(CD)]$ و $[(AD)//(CB)]$.

خواص



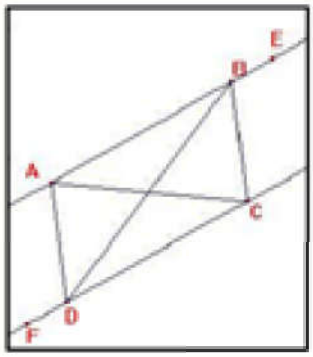
من أجل كلّ رباعي $ABCD$.
① $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان معناه $ABCD$ متوازي أضلاع.
② $[AB = DC$ و $AD = BC]$ معناه $ABCD$ متوازي أضلاع.
③ $[AB = DC$ و $(AB)//(DC)]$ معناه $ABCD$ متوازي أضلاع.
④ $[\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ و $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}]$ معناه $ABCD$ متوازي أضلاع.

متوازيات الأضلاع الخاصة :

التسمية	الشكل	الخواص
المربع	هو متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان وزاوية قائمة 	❶ $ABCD$ مربّع معناه $[A = B = C = D = 90°$ و $AB = BC = CD = DA]$ ❷ $ABCD$ مربّع معناه $[AC = BD$ و $(AC) \perp (BD)$ و $[AC]$،$[BD]$ متناصفان $]$
المستطيل	هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة 	❶ $ABCD$ مستطيل معناه $[A = B = C = D = 90°]$ ❷ $ABCD$ مستطيل معناه $[AC = BD$ و $[AC]$ ، $[BD]$ متناصفان$]$
المعين	هو متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان. 	❶ $ABCD$ معيّنا معناه $[(BD) \perp (AC)$ و $[AC]$،$[BD]$ متناصفان $]$ ❷ $ABCD$ معيّنا معناه $[AB = BC = CD = DA]$ ❸ إذا كان ABCD معيّنا فإنّ $[$ (AC) ينصف كلا من الزاويتين BAD و BCD و(BD) ينصف كلا من الزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ADC}]$

التقويم

تطبـــيق



$ABCD$ متوازي أضلاع، نعتبر النقطتين E و F.
حيث: $E \in (AB)$ ، $F \in (CD)$ و $BE = DF$
(أنظر الشكل المقابل).
❖ برهن أن $AECF$ متوازي أضلاع.

حـل :

❖ $ABCD$ متوازي أضلاع ومنه $(AB)//(CD)$ مع $AB = CD$.
بما أن $E \in (AB)$ و $F \in (CD)$ فإن (AE) و (CF) متوازيان.
ولدينا من جهة ثانية $AE = AB + BE$ و $CF = CD + DF$ وبما أن $AB = CD$ و $BE = DF$ فإن $AE = CF$.
لدينا إذن $(AE)//(CF)$ و $AE = CF$ ومنه $AECF$ متوازي أضلاع.

استعمال متوازي الأضلاع في البحث عن منتصف قطعة مستقيم :

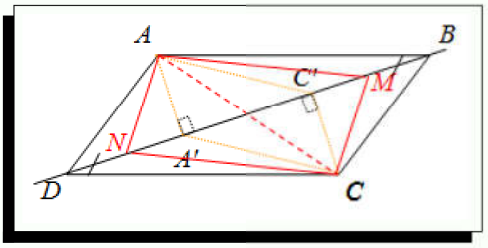
طريقــة

✍ لإثبات أنّ قطعتي مستقيم متناصفتان يمكن إثبات أنهما قطران في متوازي أضلاع.
✍ لإثبات أنّ رباعي هو متوازي أضلاع يمكن إثبات أنّ قطريه متناصفان.

تمرين 32 صفحة 240 (بعد تصحيحه) :

$ABCD$ متوازي أضلاع حيث $AB \neq AD$.
أ) النقطتان A' و C' هما المسقطان العموديان للنقطتين A و C على (BD) على الترتيب.
بين أن $AA'CC'$ متوازي أضلاع.
ب) M نقطة من $[BC']$ و N نقطة من القطعة $[A'D]$ حيث: $BM = DN$. ما هي طبيعة الرباعي $AMCN$.

حل تمرين 32 صفحة 240 :



أ) نقارن بين المثلثين القائمين ADA' و BCC' نجد $AA' = CC'$.
ولدينا $(AA')//(CC')$ لأنّهما عموديين على نفس المستقيم (BD)
وبالتالي $AA'CC'$ متوازي أضلاع.

ب) نسمي O منتصف كل من $[AC]$ و $[BD]$.
ولدينا: $BM = DN$ إذن O منتصف كل من $[AC]$ و $[MN]$.
إذن الرباعي $AMCN$ متوازي أضلاع .

التقويم

تطبـــيق

$ABCD$ متوازي أضلاع، النقط E ، F ، G و H منتصفات أضلاعه $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ و $[DA]$ على الترتيب.

❶ بين أن للقطعتين $[EG]$ و $[HF]$ نفس المنتصف وعينه.

❷ إستنتج طبيعة الرباعي $EFGH$.

حـل :

❶ تبيين أن للقطعتين $[EG]$ و $[HF]$ نفس المنتصف:

بما أن $(AH)//(FC)$ و $AH = FC$ فإن الرباعي $AFCH$ متوازي أضلاع.

ومنه للقطعتين $[AC]$ و $[HF]$ نفس المنتصف .....(I).

وبما أن $(AE)//(GC)$ و $AE = GC$ فإن الرباعي $AECG$ متوازي أضلاع.

ومنه للقطعتين $[AC]$ و $[EG]$ نفس المنتصف .....(II).

من (I) و (II) نجد أن للقطعتين $[EG]$ و $[HF]$ نفس المنتصف O.

• منتصف $[EG]$ و $[HF]$ هو منتصف $[AC]$ وبالتالي هو مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

❷ إستنتاج طبيعة الرباعي $EFGH$:

بما أن للقطعتين $[EG]$ و $[HF]$ نفس المنتصف فإن الرباعي $EFGH$ متوازي أضلاع.

عمـــل منـــزلي

تمارين 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 31 الصفحة 239

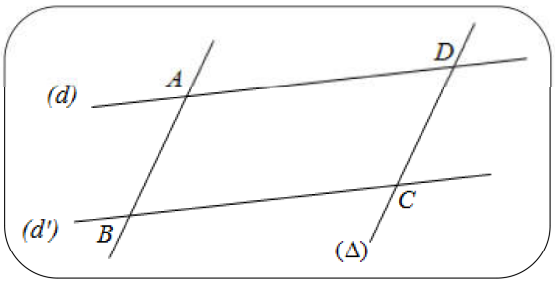
نشـــاط مقتـــرح :

أرسم مستقيمين متوازيين تماما (d) و (d') ، علم النقطتين A و B على المستقيمين (d) و (d') على الترتيب.

أرسم مستقيم (Δ) يوازي تماما المستقيم (AB).

المستقيم (Δ) يقطع (d) و (d') في النقطتين D و C على الترتيب.

❖ ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$.



مناقشة النشـاط :

❖ لدينا: $(AB)//(CD)$ و $(AD)//(BC)$.

إذن الرباعي $ABCD$ هو متوازي الأضلاع.

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مذكرة رقم 41

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يـوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : المثلثات والمستقيمات الخاصة في مثلث.

المكتسبات القبلية: الأشكال الهندسية المألوفة، التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
الكفاءات المستهدفة: استعمال المثلّثات الخاصة، والمستقيمات الخاصية في مثلّث لحل مشكلات.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بالأشكال الهندسية المألوفة المدروسة في المتوسط.

نشـاط مقتـرح 01 :

أرسم دائرة مركزها A ، علم على هذه الدائرة النقط B ، C ، D حيث $AB = BC$ و D نظيرة B بالنسبة إلى النقطة A.

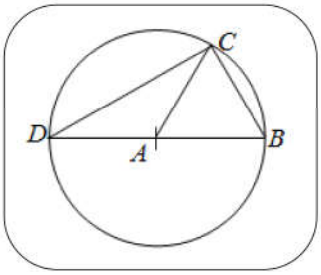
1 ما هي طبيعة كل من المثلثات: ACD ، ABC ، BCD.

2 عين القياسين التاليين: $\widehat{BAC}$ و $\widehat{BCD}$.

التشخيص والاكتشاف

مناقشة النشاط :

1 • المثلث ACD متساوي الساقين، لأن $AC = AD$ (نصفي قطر الدائرة).
• المثلث ABC متقايس الأضلاع، لأن $AC = AB = BC$.
• المثلث BCD قائم في C لأن الدائرة محيطة بالمثلث BCD والوتر BD هو قطر للدائرة.

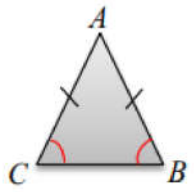
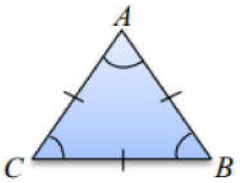


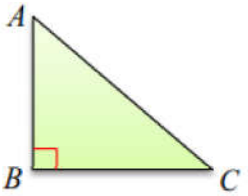
2 لدينا: $\widehat{BAC} = 60°$ و $\widehat{BCD} = 90°$.

أثناء المعـــارف

المثلثات، والمستقيمات الخاصة في مثلّث :

المثلثات الخاصة :

التسمية	الشكل	الخواص
متساوي الساقين		① فيه ضلعان متقايسان ② $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$
متقايس الأضلاع		① أضلاعه متقايسة ② $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$

القائـــم		① فيه زاوية قائمة ② $\widehat{ABC} = 90°$

خاصيـة 01

مجموع زوايا مثلث يساوي $180°$.

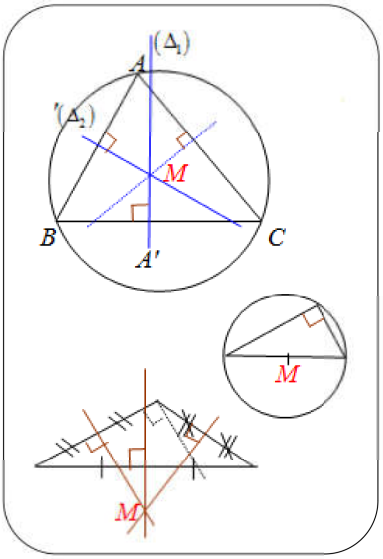
مناقشة نشاط 03 صفحة 214 :

1 أ) تبيّن أنّ للمثلّثين BDC و ADC نفس المساحة:

لدينا للمثلثين BDC و ADC نفس الارتفاع المتعلق بالضلع DC وبالتالي لهما نفس المساحة.

ب) العلاقة بين مساحتي المثلّثين MBC و MAD:

لدينا: $S_{ADC} = S_{BDC}$ ومنه $S_{MAD} + S_{MDC} = S_{MBC} + S_{MDC}$ إذن $S_{MAD} = S_{MBC}$.



2 أ) تبيين أنّ محور الضّلع $[AC]$ يشمل النّقطة M:

لدينا: (Δ_1) محور $[BC]$ إذن $MB = MC$.

لدينا: (Δ_2) محور $[AB]$ إذن $MA = MB$.

ومنه $MA = MC$ معناه أن M هي نقطة من محور القطعة $[AC]$.

ب) تعيّن مركز الدّائرة التي تشمل النّقط A ، B ، C ، ورسمها:

لدينا: $MA = MB = MC$ وبالتالي مركز الدائرة التي تشمل النقط A ، B ، C هو النقطة M.

ج) موقع النّقطة M في حالة المثلّث ABC قائم في A هو منتصف القطعة $[BC]$.

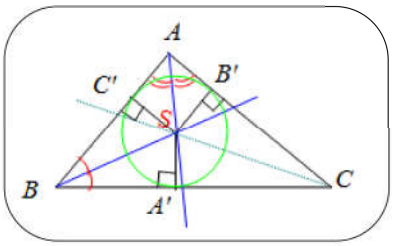
د) تقع النقطة M في الحالة التي يكون فيها المثلث ABC منفرج الزاوية، خارج المثلث ABC.

3 نفرض أن النقط A' ، B' ، C' المساقط العمودية للنقطة S على المستقيمات (BC) ، (AC) ، (AB) على الترتيب. ونبين $SA' = SB' = SC'$:

نقارن بين المثلثين القائمين ASB' و ASC'. لدينا: SA وتر مشترك، $\widehat{SAB'} = \widehat{SAC'}$ إذن $SB' = SC'$.

نقارن بين المثلثين القائمين BSA' و BSC'. لدينا: SB وتر مشترك، $\widehat{SBA'} = \widehat{SBC'}$ إذن $SA' = SC'$.

وبالتالي $SA' = SB' = SC'$.



أ) نقارن بين المثلثين القائمين CSB' و $A'SC$

لدينا: SC وتر مشترك، $SA' = SB'$ إذن $\widehat{SCB'} = \widehat{SCA'}$.

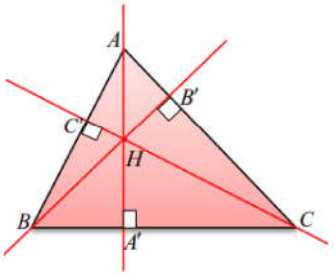
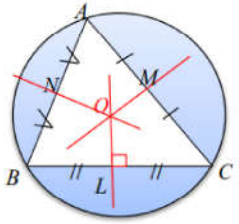
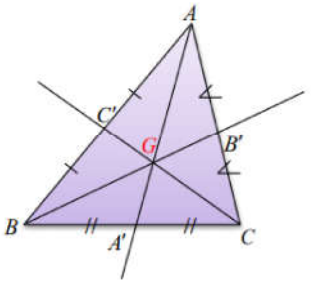
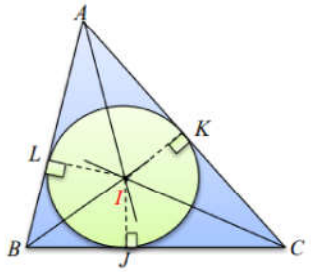
وبالتالي (SC) هو المنصف الداخلي للزاوية ذات الرأس C.

ب) لدينا $SA' = SB' = SC'$ إذن S هي مركز الدائرة التي تشمل النقط A' ، B' ، C'.

بما أن $(SA') \perp (BC)$ و $(SB') \perp (AC)$ و $(SC') \perp (BA)$.

إذن (BC) و (AC) و (BA) هي مماسات لهذه الدائرة.

المستقيمات الخاصة في مثلّث :

التسمية	تعريفه في المثلث	تمثيله	خواصه المميزة
الارتفاع	هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضّلع المقابل.		• ارتفاعات مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة. • $S_{ABC} = \frac{1}{2}AA' \times BC$ $= \frac{1}{2}BB' \times AC$ $= \frac{1}{2}CC' \times AB$
المحور	هو محور أحد أضلاعه.		• محاور مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة. • نقطة تقاطع محاور مثلّث هي مركز الدّائرة المحيطة بهذا المثلّث (التي تشمل رؤوسه). • $OA = OB = OC$.
المتوسط	هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلّث ومنتصف الضّلع المقابل.		• متوسطات مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة. • نقطة تقاطع متوسطات مثلّث هي مركز ثقل هذا المثلّث. • $GA = 2GA'$ ، $GB = 2GB'$ ، $GC = 2GC'$.
المنصّف	هو منصّف إحدى زواياه.		• المنصّفات الدّاخلية في مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة. • نقطة تقاطع المنصّفات الدّاخلية في مثلّث هي مركز الدّائرة المرسومة داخل هذا المثلّث(أي التّي تمسّ أضلاع المثلّث من الداخل)

مستقيم أولر :

تعريف

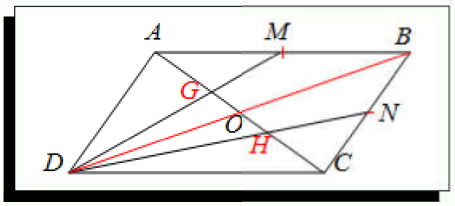
✍ ABC مثلث كيفي بحيث G نقطة تقاطع متوسطاته و O نقطة تقاطع محاوره و H نقطة تقاطع أعمدته.
النّقط G ، O ، H في استقامية.(يسمّى المستقيم (OH) مستقيم أولر).

استقامية ثلاث نقط :

طريقــة

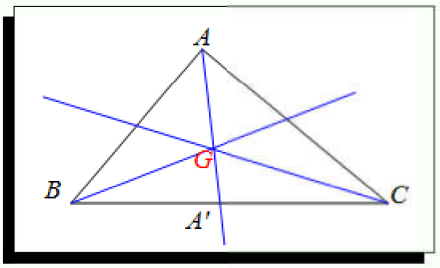
✍ لإثبات أنّ ثلاث نقط في استقامية، يمكن أنّ نثبت أنّ المستقيم المعيّن بنقطتين منها يشمل النّقطة الثالثة.
✍ لإثبات أنّ ثلاث نقط في استقامية، يمكن أنّ نثبت أنّها تنتمي إلى نفس المستقيم.

حل تمرين 41 صفحة 240 :



● لدينا القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان في النقطة O.
◁ في المثلث ABD لدينا (AO) و (DM) متوسطان يتقاطعان في النقطة G
ومنه $AG = 2GO$.
◁ في المثلث CBD لدينا (CO) و (DN) متوسطان يتقاطعان في النقطة H
ومنه $HC = 2HO$.
ومنه $OC = 3HO$ و $OA = 3OG$ إذن $OG = OH = \frac{1}{2}GH$ ومنه $2OG = 2OH = GH$
إذن $AG = HC = GH$.

حل تمرين 45 صفحة 240 :

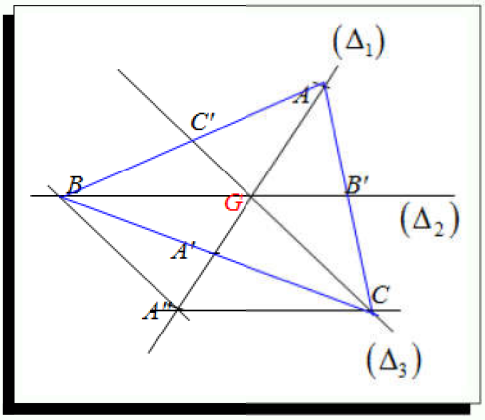


أ) ● مرحلة التحليل:

نفرض أن للمسألة حل أي يوجد على الأقل مثلثا ABC بحيث تكون النقطة G مركز ثقله.
ونرسم شكلا مناسبا له.
لدينا القواعد التالية:
$A'C = A'B$ و $AG = 2A'G$.

● مرحلة التركيب والإنشاء :

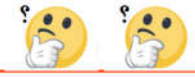
انطلاقا من القواعد السابقة ننشئ الشكل ونتأكد أنه يحقق المطلوب.
نرسم ثلاث مستقيمات (Δ_1) ، (Δ_2) ، (Δ_3) متقاطعة في نقطة G.



A نقطة من المستقيم (Δ_1) و A'' نظيرتها بالنسبة للنقطة G.
A' منتصف القطعة $[A''G]$.
◁ الموازي من A'' للمستقيم (Δ_3) يقطع المستقيم (Δ_2) في B.
◁ والموازي من A'' للمستقيم (Δ_2) يقطع المستقيم (Δ_3) في C.
إذن الرباعي $BGCA''$ متوازي أضلاع.
ومنه A' هي منتصف $[BC]$ إذن (AA') هو متوسط في المثلث ABC.

التقويم

(AB) يقطع (Δ_3) في النقطة C'.
في المثلث ABA'' لدينا $(BA'')//(GC'')$ و G منتصف $[AA'']$.
إذن C'' منتصف $[AB]$ وبالتالي (CC') هو متوسط في المثلث ABC.
بما أن المتوسطات تتلاقى في نقطة واحدة إذن كذلك (BB') هو متوسط في المثلث ABC.
ومنه النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.
أ) توجد ما لا نهاية من الحلول للمسألة وهذا حسب اختيار النقطة A على المستقيم (Δ_1).



تطبيق

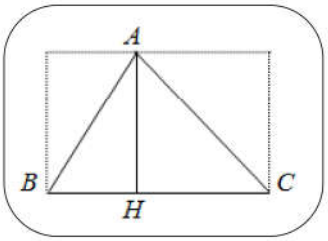
ABC مثلث متقايس الأضلاع، المستقيمات العمودية على (AB) في A وعلى (BC) في B وعلى (AC) في C تتقاطع في النقط A' ، B' و C' على الترتيب.
❖ بين أن المثلث $A'B'C'$ متقايس الأضلاع.

عمل منزلي

تمارين للمراجعة: المثلثات الجزء 1 + 2 مع الحل الصفحة 226 - 227
تمارين 33 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 42 الصفحة 240

نشاط مقترح 02 :

ABC مثلث كيفي و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).



1 أحسب مساحة لكل من المثلثين ABH و ACH.

2 ما هي مساحة المثلث ABC؟

3 ماذا تمثل قطعة مستقيم $[AH]$ بالنسبة للمثلث ABC.

مناقشة النشاط :

1 حساب مساحة لكل من المثلثين ABH و ACH:

- $S_{ABH} = \frac{1}{2}HA \times BH$ ●
- $S_{ACH} = \frac{1}{2}HA \times HC$ ●

2 مساحة المثلث ABC:

$$S_{ABC} = S_{ABH} + S_{ACH} = \frac{1}{2}HA \times (BH + HC) = \frac{1}{2}HA \times BC$$

3 قطعة مستقيم $[AH]$ تمثل الإرتفاع بالنسبة للمثلث ABC.

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 42

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : المثلثات المتقايسة.

✍ **المكتسبات القبلية:** المثلثات التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتقايسة (تختار أنشطة للتذكير).
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التشخيص والاكتشاف

التهيئة النفسية : التذكير بالمكتسبات القبلية. التذكير بالمثلثات المدروسة في المتوسط.

مناقشة نشاط 06 صفحة 215 :

أ) إنشاء في كلّ حالة مثلّثا ABC:

ب) المقارنة بين المثلثات في كل حالة:

بعد المقارنة نجد أن كل مثلث ينطبق مع المثلث الذي رسمه زميله، من ناحية أقياس أطوال الأضلاع والزوايا في كل حالة من الحالات السابقة.

- الإستنتاج: المثلثان المتقايسان في كل حالة من الحالات.

بنـــاء المعـــارف

المثلّثات المتقايسة :

تقايس مثلّثين :

تعريـف

✍ نقول عن مثلثين إنهما متقايسان إذا كانا قابلين للتطابق.

نتيجـة

المثلثان المتقايسان أطوال أضلاعهما متساوية مثنى مثني، وزواياهما متقايسة مثنى مثنى.

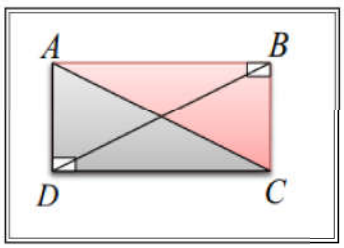
مـــثـــال - 1 -

في المستطيل $ABCD$.

✔ لدينا المثلثان AOB و COD متقايسان، يمكن تطبيق أحدهما على الآخر بالتناظر المركزي، نقول إن تقايسهما مباشر.

✔ لدينا المثلثان ABC و CDA متقايسان، يمكن مطابقة أحدهما على الآخر بالتدوير، نقول إن تقايسهما مباشر.

✔ لدينا المثلثان BCD و CDA متقايسان، لكن لا يمكن تطبيق أحدهما على الآخر إلا بعد قلب أحدها، نقول إن تقايسهما غير مباشر.

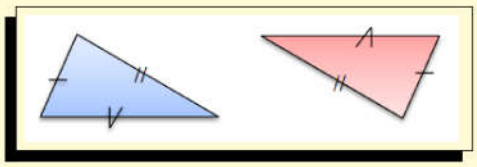


ملاحظـة

❖ المثلثين ABC و CDA هما في نفس الاتجاه (مثل اتجاه عقارب السّاعة)، بينما المثلثين BCD و CDA من اتّجاهين متعاكسين.

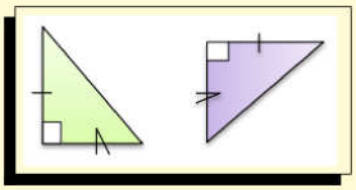
خواص (حالات تقايس مثلّثين) :

خاصيـة 01



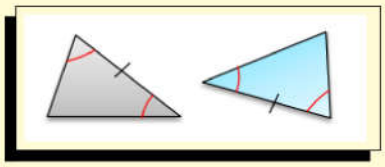
يتقايس مثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما متساوية مثنى مثني.

خاصيـة 02



يتقايس مثلثان إذا تقايست زاوية والضلعان اللذان يحصرانها من أحد المثلّثين مع زاوية والضلعين اللّذين يحصرانها من المثلّث الآخر.

خاصيـة 03

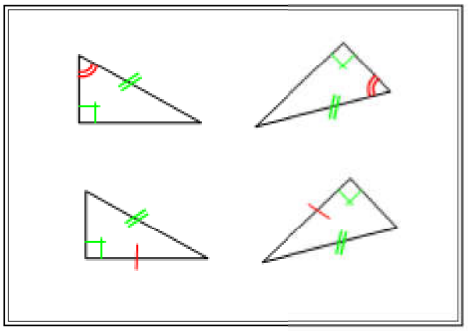


يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له من أحد المثلّثين مع ضلع والزّاويتين المجاورتين له من المثلّث الآخر.

نتيجـة

يتقايس مثلثان إذا كان أحدهما صورة للمثلّث الآخر بانسحاب، أو تناظر محوري أو تناظر مركزي أو دوران.

حالات خاصـة



ABC و $A'B'C'$ مثلثان قائمان وتراهما BC و $B'C'$ متقايسان.

- ❖ يتقايس المثلثان ABC و $A'B'C'$ إذا تقايست زاوية غير القائمة من الأول مع زاوية غير القائمة من الثاني.
- ❖ يتقايس المثلثان ABC و $A'B'C'$ إذا تقايس ضلع للزاوية القائمة من الأول مع ضلع للزاوية القائمة من الثاني.

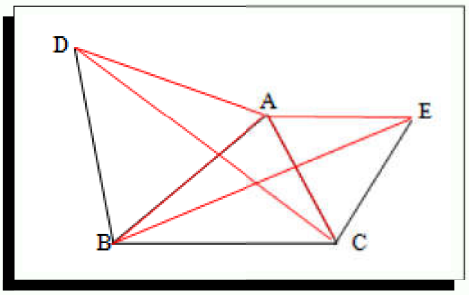
استعمال المثلّثات المتقايسة لإثبات تقايس قطعتي مستقيم أو تقايس زاويتين :

طريقـة

- ✍ لإثبات تقايس قطعتي مستقيم (تساوي طولين)، يمكن إثبات أنهما ضلعان متماثلان في مثلثين متقايسين.
- ✍ لإثبات تقايس زاويتين، يمكن إثبات أنهما زاويتان متماثلتان في مثلثين متقايسين.

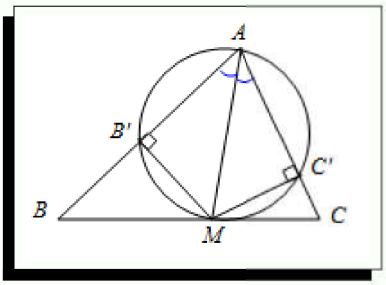
التقويم

حل تمرين 84 صفحة 245 :



- لدينا: $\widehat{CAE} = \widehat{BAD} = 60°$ لأن كل من المثلثين ABD و ACE متقايس الأضلاع.
ومنه $\widehat{CAE} + \widehat{CAB} = \widehat{BAD} + \widehat{CAB}$.
إذن $\widehat{BAE} = \widehat{CAD}$.
ولدينا كذلك: $AB = AD$ و $AE = AC$.
إذن المثلثان ACD و ABE متقايسان.
- ومنه نستنتج: $BE = CD$.

حل تمرين 95 صفحة 247 :



أ) تبيين أن المثلثين $AB'M$ ، $AC'M$ متقايسان:
لدينا: المثلثان $AB'M$ ، $AC'M$ قائمان ولهما وتر مشترك $[AM]$ و $\widehat{B'AM} = \widehat{C'AM}$
إذن هما متقايسان.

ب) تبيين أن النقط A ، B' ، M ، C' تنتمي إلى دائرة واحدة مع تعيين عناصرها:
لدينا $\widehat{AB'M}$ و $\widehat{AC'M}$ متقابلتان ومتكاملتان
في الرباعي $AB'MC'$ إذن هو دائري في الدائرة ذات القطر $[AM]$ ومركزها منتصف $[AM]$.

ج) نوع الرباعي $AB'MC'$ عندما يكون المثلث ABC قائما في A:
إذا كان المثلث ABC قائما في A فإن للرباعي $AB'MC'$ ثلاث زوايا قائمة وبالتالي هو مستطيل،
وبما أن القطر $[AM]$ هو منصف الزاوية ذات الرأس A فإن الرباعي $AB'MC'$ هو مربع.

عمـــل منـــزلي

تمارين 82 - 94 الصفحة 245 - 246

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

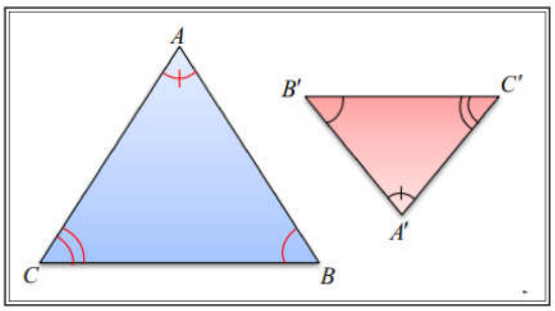
الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 43

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : المثلثات المتشابهة.

✍ **المكتسبات القبلية:** المثلثات التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتشابهة.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف بـــنـاء المعـــارف	**التهيئة النفسية :** التذكير بالمكتسبات القبلية. التذكير بالمثلثات المدروسة في المتوسط. **مناقشة نشاط 07 صفحة 216 :** **1** تصنيف المثلثات حسب تقايس الزوايا: • أ) زوايا المثلث ① تقايس زوايا المثلث ⑥. ب) زوايا المثلث ② تقايس زوايا المثلث ⑤. ج) زوايا المثلثين ③ و ④ لا تقايس أي زوايا مثلث آخر. • المثلثات في الصنف (أ) و (ب) متشابهة، أما في الصنف (ج) غير متشابهة. **المثلّثات المتشابهة :** **تشابه مثلّثين :** **تعريف** ✍ نقول عن مثلثين إنّهما متشابهان إذا كانت زوايا أحدهما تساوي زوايا الآخر. **مـــثـال - 1 -**  المثلثان ABC و $A'B'C'$ متشابهان. لأن $\widehat{A} = \widehat{A'}$ ، $\widehat{B} = \widehat{B'}$ و $\widehat{C} = \widehat{C'}$ ✔ الرؤوس المتماثلة: A و A' ، B و B' ، C و C'. ✔ الأضلاع المتماثلة: $[AB]$ و $[A'B']$ ، $[AC]$ و $[A'C']$ ، $[BC]$ و $[B'C']$. **ملاحظات** ❖ يكفي تساوي زاويتين من أحد المثلّثين مع زاويتين من المثلّث الآخر للقول إنّ المثلّثين متشابهان، ذلك لأنّ مجموع زوايا المثلّث يساوي $180°$. ❖ إذا كان أحد مثلثين تصغير (أو تكبير) للآخر فإنّ هذين المثلّثين متشابهان. ❖ المثلّثان المتقايسان هما مثلّثان متشابهان، والعكس غير صحيح دائما.	

مبرهنة 01

المثلّثان المتشابهان أضلاعهما المتماثلة متناسبة.

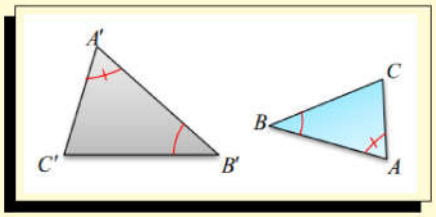
أي إذا كان المثلثان ABC و $A'B'C'$ متشابهان فإن $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

خواص (حالات تشابه مثلّثين) :

خاصية 01

يتشابه مثلّثان إذا تقايست زاويتان من أحد المثلّثين مع زاويتين من المثلّث الآخر.

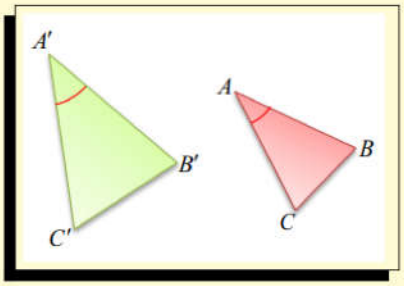
مثل: $\widehat{A} = \widehat{A'}$ و $\widehat{B} = \widehat{B'}$.



خاصية 02

يتشابه مثلّثان إذا تقايست زاوية من أحد المثلّثين مع زاوية من المثلّث الآخر، وكان طولا الضلعين الذين يحصران إحدى هاتين الزاويتين متناسبين مع طولي الضّلعين الذين يحصران الزّاوية الآخرى.

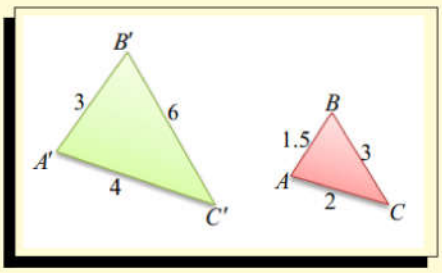
مثل: $\widehat{A} = \widehat{A'}$ و $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$.



خاصية 03

يتشابه مثلّثان إذا كان أطوال الأضلاع المتماثلة فيهما متناسبة.

مثل: $\widehat{A} = \widehat{A'}$ و $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = 2$.



نسبة تشابه مثلّثين :

تعريف

ليكن ABC و $A'B'C'$ مثلثان متشابهين، نسميّ نسبة تشابه هذين المثلّثين العدد الموجب غير المعدوم k حيث: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$.

ملاحظات

لتكن k نسبة تشابه مثلّثين ABC و $A'B'C'$ حيث $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$.

- إنّ $\frac{1}{k}$ هي أيضا نسبة تشابه للمثلّثين ABC و $A'B'C'$.
- إذا كان $0 < k < 1$ فان المثلّث $A'B'C'$ هو تصغير للمثلّث ABC ، ونسميّ k نسبة (أو معامل) التّصغير.
- إذا كان $k > 1$ فان المثلّث $A'B'C'$ هو تكبير للمثلّث ABC، ونسميّ k نسبة (أو معامل) التّكبير.
- إذا كان $k = 1$ فان المثلّث $A'B'C'$ يقايس للمثلّث ABC.

استعمال المثلّثات المتشابهة لإثبات العلاقات المترية في المثلّث القائم :

طريقة

✍ لكتابة التناسب بين أطوال الأضلاع المتماثلة لمثلّثين متشابهين يستحسن البدء بكتابة الرؤوس المتماثلة تحت بعضها.

✍ لإثبات صحة مساواة تحتوي على جداء أطوال يمكن استعمال التّناسب الناتج عن تشابه مثلثين حيث الأطوال الواردة في المطلوب هي بعض أطوال أضلاعهما.

تطبيق

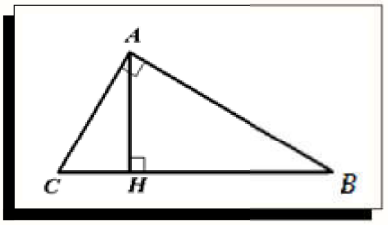
ABC مثلّثا قائما في A، و (AH) الارتفاع المتعلّق بالضّلع $[BC]$. بيّن أنّ:

أ) $AB \times AC = AH \times BC$.

ب) $AB^2 = BH \times BC$ ، $AC^2 = CH \times CB$.

ج) $AH^2 = HC \times HB$.

د) استنتج برهانا لمبرهنة فيثاغورس $AB^2 + AC^2 = BC^2$.



حل :

• لدينا في المثلّثين القائمين ACH و ABC الزّاوية $\widehat{ACH}$ مشتركة، ومنه المثلثان ACH و ABC مشتابهان.

الرؤوس المتماثلة $\begin{matrix} A & B & C \\ H & A & C \end{matrix}$ ومنه $\frac{AB}{HA} = \frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC}$.

أ) من النّسبة الأولى والثالثة نجد $AB \times AC = HA \times BC$ وتكتب $AB \times AC = AH \times BC$.

ب) • من النّسبة الثانية والثالثة نجد $AC \times AC = HC \times BC$ وتكتب $AC^2 = CH \times CB$.

• بنفس الطّريقة السّابقة نجد من تشابه المثلّثين ABH و ABC أنّ $AB^2 = BH \times BC$.

ج) لدينا: $\widehat{CAH} = \widehat{ABH}$ (لأنّ $\widehat{CAH} + \widehat{HAB} = \widehat{ABH} + \widehat{HAB} = 90°$).

وبالتّالي فالمثلّثان AHB و CHA متشابهان.

الرؤوس المتماثلة $\begin{matrix} A & H & B \\ C & H & A \end{matrix}$ ومنه $\frac{AH}{CH} = \frac{AB}{CA} = \frac{HB}{HA}$.

من النّسبة الأولى والثالثة نجد $AH \times HA = CH \times HB$ وتكتب $AH^2 = HC \times HB$.

د) من الجزء (ب) نجد $AB^2 + AC^2 = (BH \times BC) + (CH \times CB) = BC \times (BH + HC) = BC^2$.

حل تمرين 85 صفحة 245 :

• مجموع زوايا المثلث هو $180°$ وبالتالي: $\widehat{BAC} = 75°$ و $\widehat{EAD} = 70°$.

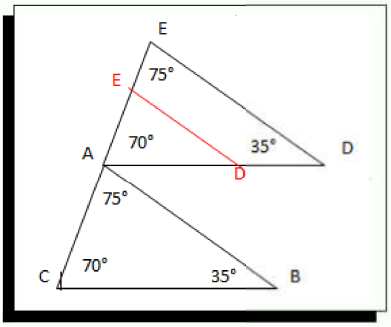
ومنه يمكن اعتبار $(AD)//(BC)$ و $(ED)//(AB)$

والنقط C ، A و E في استقامية كما هو في الشكل المقابل.

لدينا: $\widehat{ACB} = \widehat{EAD} = 70°$ و $\widehat{ABC} = \widehat{ADE} = 30°$

و $\widehat{BAC} = \widehat{DEA} = 75°$ وبالتالي المثلثان ABC و ADE متشابهان.

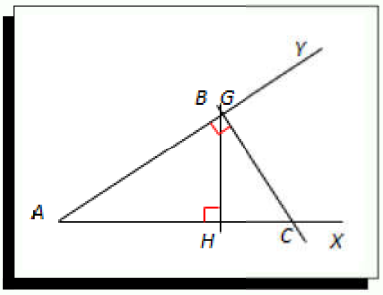
• المثلثان ABC و ADE يمكن أن يكونا متقايسين وفي هذه الحالة نسبة التشابه هي 1 ويمكن أن يكونا غير متقايسان وفي هذه الحالة لا يمكن أن نحدد نسبة تشابههما.



حل تمرين 88 صفحة 246 :

أ) لدينا: $\widehat{BAH} = \widehat{GAC}$ نفس الزاوية و $\widehat{AHB} = \widehat{AGC} = 90^0$.

ومنه المثلثان ABH و ACG متشابهان.



الرؤوس المتماثلة $\begin{matrix} B & H & A \\ C & G & A \end{matrix}$

ومنه $\frac{AH}{AG} = \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{CG}$ إذن $\frac{AH}{AG} = \frac{AB}{AC}$.

معناه $AB \times AG = AH \times AC$ (جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين).

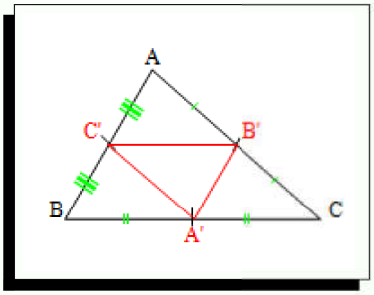
ب) عندما تنطبق النقطة G على النقطة B فإن $AB = AG$.

ومنه $AB^2 = AH \times AC$ أو $AG^2 = AH \times AC$.

حل تمرين 89 صفحة 246 :

أ) تبيان أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان ، وتعيين نسبة التشابه:

لدينا: A' ، B' ، C' منتصفات أضلاعه $[BC]$ ، $[AC]$ ، $[AB]$ على الترتيب.



إذن حسب نتيجة مبرهنة طاليس فإن: $(A'B') // (AB)$

و $A'B' = AC' = BC'$.

ومنه الرباعيان $AB'A'C'$ و $BA'B'C'$ متوازيا أضلاع.

إذن كل زاويتان متقابلتان هما متقايستان أي:

$\widehat{C'AB'} = \widehat{C'A'B'}$ و $\widehat{C'BA'} = \widehat{C'A'B'}$.

ومنه $\widehat{CAB} = \widehat{C'A'B'}$ و $\widehat{CBA} = \widehat{C'B'A'}$

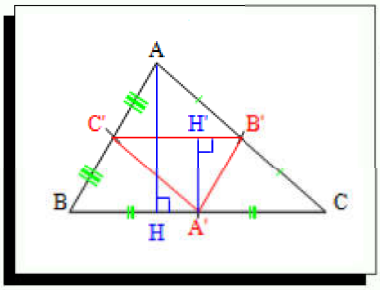
إذن المثلثان ABC و $A'B'C'$ متشابهان.

الرؤوس المتماثلة $\begin{matrix} C & B & A \\ C' & B' & A' \end{matrix}$

ومنه $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$ ومنه نسبة التشابه (التكبير) هي 2.

ب)) حساب النسبة $\frac{S_{(ABC)}}{S_{(A'B'C')}}$:

H و H' هما المسقطان العموديان لـ A و A' على (BC) و $(B'C')$ على الترتيب.



المثلثان القائمان AHB و $A'H'B'$ متشابهان لأن لهما زاويتان قائمتان و $\widehat{CBA} = \widehat{C'B'A'}$.

أي $\widehat{HBA} = \widehat{H'B'A'}$.

ومنه $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} = 2$.

ومنه $AH = 2A'H'$.

$S_{(ABC)} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{2(A'H') \times 2(B'C')}{2} = \frac{4 \times (A'H')(B'C')}{2} = 4S_{(A'B'C')}$.

إذن $\frac{(S_{ABC})}{S_{(A'B'C')}} = 4$.

التقويم	عمـــل منـــزلي تمارين 86 - 87 - 90 - 91 - 92 - 93 الصفحة 245 - 246	

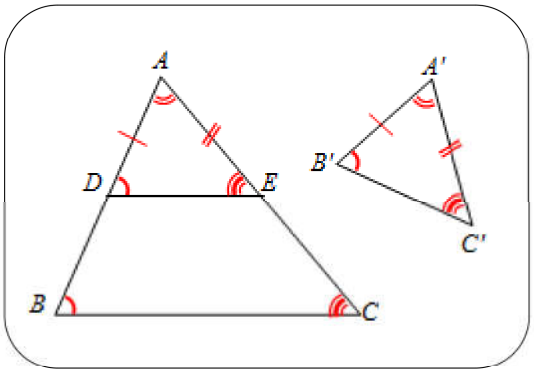
نشـــاط مقتـــرح 01 :

ADE و $A'B'C'$ مثلثان حيث: $AD = A'B'$ و $AE = A'C'$ و $\widehat{A} = \widehat{A'}$.
نعين نقطة B من (AD) ونقطة C من (AE) حيث $(DE)//(BC)$.

1. تحقق من تقايس المثلثين ADE و $A'B'C'$. واستنتج الزوايا المتقايسة والضلعين المتقايسين.
2. بين أن زوايا المثلثين $A'B'C'$ و ABC متقايسة مثنى، مثنى.
3. هل المثلثين ADE و ABC متقايسان؟ ماذا تلاحظ عنهما؟
4. برهن أن: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

مناقشـة النشـاط :

1. لدينا: $AD = A'B'$ و $AE = A'C'$ و $\widehat{A} = \widehat{A'}$.
إذن المثلثان ADE و $A'B'C'$ هما متقايسان وبالتالي: $\widehat{D} = \widehat{B'}$ ، $\widehat{E} = \widehat{C'}$
و $DE = B'C'$.



2. لدينا: $(DE)//(BC)$ إذن $\widehat{D} = \widehat{B}$ ، $\widehat{E} = \widehat{C}$ بالتماثل.
ومنه $\widehat{B} = \widehat{B'}$ ، $\widehat{C} = \widehat{C'}$ ولدينا $\widehat{A} = \widehat{A'}$ من المعطيات.
3. إذا كانت النقطتين B و D مختلفتين فإن المثلثين ADE و ABC غير متقايسين.
نلاحظ أن المثلث $A'B'C'$ هو تصغير (أو تكبير) للمثلث ABC. نقول عنهما أنهما متشابهان.
4. تبيان أن $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$:
لدينا: $(ED)//(BC)$ وبتطبيق مبرهنة طاليس نجد: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.
وبما أن: $AD = A'B'$ و $AE = A'C'$ و $DE = B'C'$ فإن $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 44

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : مبرهنة فيثاغورث.

المكتسبات القبلية: المثلثات التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط. مبرهنة فيثاغورس
الكفاءات المستهدفة: توظيف مبرهنة فيثاغورث وعكسها في حل مسائل هندسية (لحل المشكلات).
استعمال النسب المثلثية في مثلث قائم في حل مسائل هندسية.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

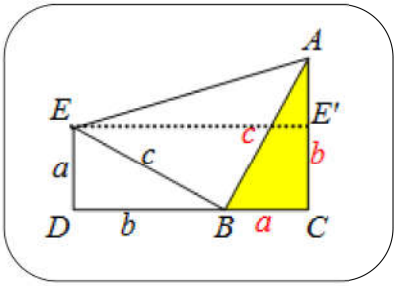
مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بالمكتسبات القبلية. التذكير بمبرهنة فيثاغورث.

مناقشة نشاط 04 صفحة 214 (جزء 01) :

التشخيص والاكتشاف

أ) لدينا في المثلث ABC، $\widehat{ABD} = \widehat{BAC} + \widehat{ACB}$ (زاوية خارجية)
ولدينا: $\widehat{ABD} = \widehat{EBD} + \widehat{ABE}$ ومنه $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{EBD} + \widehat{ABE}$.
بما أن المثلث BDE يقايس المثلث ABC إذن $\widehat{EBD} = \widehat{BAC}$.
وبالتالي $\widehat{ACB} = \widehat{ABE} = 90°$.



ب) نوع الرباعي $ACDE$:
الرباعي $ACDE$ شبه منحرف قائم في C.

ج) حساب مساحة الرباعي $ACDE$ بطريقتين مختلفتين:
◁ الطريقة الأولى:
$S_{(ACDE)} = 2S_{(ABC)} + S_{(ABE)} = ab + \frac{c^2}{2}$.

◁ الطريقة الثانية:
$S_{(ACDE)} = S_{(CDEE')} + S_{(AEE')} = a(a+b) + \frac{1}{2}(a+b)(b-a) = ab + a^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2$.

د) استنتج علاقة بين c^2 و a^2 ، b^2:
من السؤال السابق نستنتج أن $ab + a^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2 = ab + \frac{c^2}{2}$.
ومنه $c^2 = a^2 + b^2$.

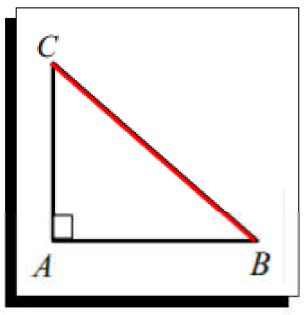
بناء المعارف

مبرهنة فيثاغورس وعكسها :

مبرهنة فيثاغورس :

مبرهنة 01

إذا كان ABC مثلّثا قائما في A فإنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



عكس مبرهنة فيثاغورس :

مبرهنة 02

إذا كان في مثلّث ABC، $BC^2 = AB^2 + AC^2$
فإنّ المثلّث ABC قائم في A.

مـــثـال - 1 -

ABC مثلث حيث $AB = 4cm$ ، $AC = 3cm$ و $BC = 5cm$.

✔ لدينا: $5^2 = 4^2 + 3^2$ أي $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ومنه المثلث ABC قائم في A.

مـــثـال - 2 -

$ABCD$ مستطيل حيث $AB = 6cm$ و $BC = 3cm$.

✔ ايجاد طول الوتر AC:

لدينا المثلث ABC قائم في B ، وحسب نظرية فيثاغورس نجد $AC^2 = AB^2 + BC^2$

أي $AC^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 45$ ومنه $AC^2 = \sqrt{45}cm$.

نتائج

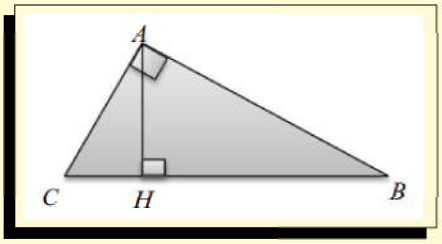
إذا كان ABC مثلّثا قائما في A ، و (AH) الارتفاع المتعلّق بالضّلع $[BC]$ فإنّ:

أ) $AB \times AC = AH \times BC$.

ب) $AB^2 = BH \times BC$.

ج) $AC^2 = CH \times CB$.

د) $AH^2 = HC \times HB$.

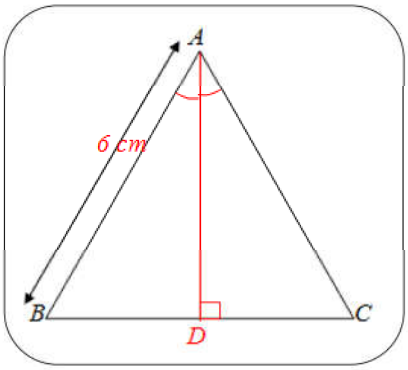


مناقشة نشاط 04 صفحة 214 (جزء 02) :

أ) المستقيم (AD) هو متوسط في المثلث المتقايس الأضلاع ABC. إذن هو محور وبالتالي منصف زاوية الرأس A.

ب) من مبرهنة فيثاغورس لدينا: $AD^2 = 36 - 9 = 27$.

ومنه: $AD = 3\sqrt{3}$.



● الاستنتاج:

$$\sin 30° = \frac{BD}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{AD}{AB} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30° = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

النّسب المثلّثية في مثلّث قائم :

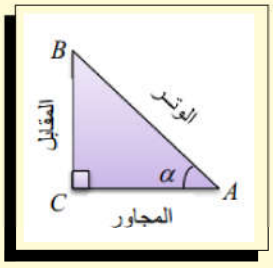
تعريف

✍ ABC مثلث قائم في C،

* جيب الزاوية α: $\sin\alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{BC}{AB}$.

* جيب تمام الزاوية α: $\cos\alpha = \frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{AC}{AB}$.

* ظل الزاوية α: $\tan\alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha} = \frac{BC}{AC}$.



بناء المعارف

التقويم

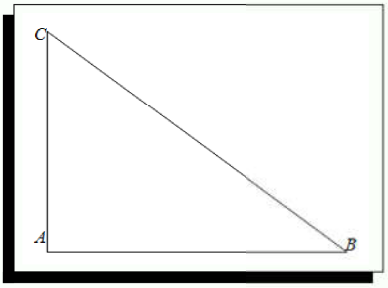
خواص

- من التّعريف نجد أنّ: $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
- باستعمال مبرهنة فيثاغورس يمكن أن نبيّن أنّ: $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$.

حل تمرين 49 صفحة 241 :

- **الحالة 1:** حسب مبرهنة فيثاغورس لدينا: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ومنه $AC^2 = (4^2 + 4,2^2)cm^2$ أي $AC^2 = 33,64cm^2$ ومنه $AC = 5,8cm$. وبالتدوير إلى الوحدة نجد $AC = 6cm$ و $\widehat{ABC} = 90°$.
- **الحالة 2:** حسب مبرهنة فيثاغورس لدينا: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ومنه $AC^2 = BC^2 - AB^2$.
ومنه $AC^2 = ((5.6)^2 - 2^2)cm^2$ أي $AC^2 = 35.36cm^2$ ومنه $AC = 5.946427499...$.
وبالتدوير إلى الوحدة نجد $AC = 6cm$.
$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{2}{5.6} = 0.347142857...$. ومنه $\widehat{ABC} = 69.07516758...°$.
وبالتدوير إلى الوحدة نجد : $\widehat{ABC} = 69°$.

حل تمرين 50 صفحة 241 :



- $AC = BC\sin 37°$ ومنه $AC = 6.01815023...$.
- $AB = BC\cos 37°$ ومنه $AB = 7.9863551...$.
- ◁ نضع P محيط المثلث ABC: $P = AB + AC + BC$.
ومنه $P = 24.00450533...cm$.
وبالتدوير إلى الوحدة نجد $p = 24cm$.
- ◁ نضع S مساحة المثلث ABC : $S = \dfrac{(ABAC)}{2}$.
ومنه $S = 24.0315424...cm^2$.
وبالتدوير إلى الوحدة نجد $S = 24cm^2$.

حل تمرين 51 صفحة 241 :

- نفترض $AB = 5cm$ و $AC = 12cm$ و $BC = 13cm$.
لدينا: $13^1 = 169 = 144 + 25 = AB^2 + AC^2$ ومنه $AB^2 + AC^2 = BC^1$.
وحسب عكس مبرهنة فيثاغورس أن المثلث ABC قائم في A.
- مركز الدائرة المحيطة به هو منتصف القطعة $[BC]$ ونصف قطرها يساوي $6.5cm$.

عمـــل منـــزلي

تمارين 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 الصفحة 241 - 242

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

مـذكـرة رقـم 45

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : مبرهنة طالس.

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
الْمَحْفُوظ

✍ **المكتسبات القبلية:** المثلثات التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط. مبرهنة طالس.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** توظيف مبرهنة طالس وعكسها في حل مسائل هندسية (لحل المشكلات).
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بالمكتسبات القبلية. التذكير بمبرهنة طالس.

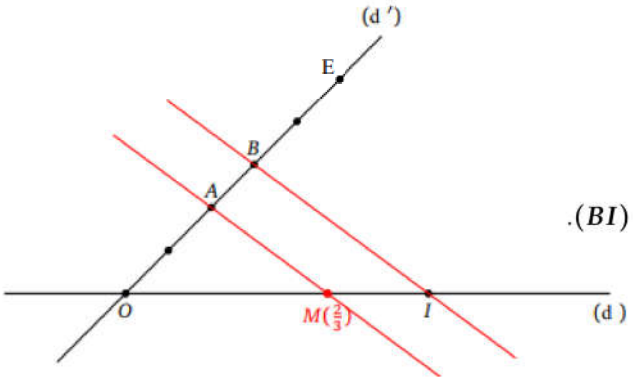
التشخيص والاكتشاف

نشـــاط مقـتـــرح :

✍ أنشئ العدد الناطق: $\frac{2}{3}$.

مناقشـة النشـاط :

✍ إنشاء العدد الناطق $x = \frac{2}{3}$:
① نرسم (Δ) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.
② ثم نعين نقطة E تقع خارج (Δ).
③ نعلم على المستقيم (OE) النقطتين A و B فاصلتيهما 2 و 3 على الترتيب.
④ نرسم المستقيم (AM) الذي يوازي المستقيم (BI).



✍ بتطبيق نظرية طالس نجد $\frac{OM}{OI} = \frac{OA}{OB}$
ولدينا: $OI = 1$ و $OA = 2$ و $OB = 3$
إذن نتحصل على $OM = \frac{2}{3}$.

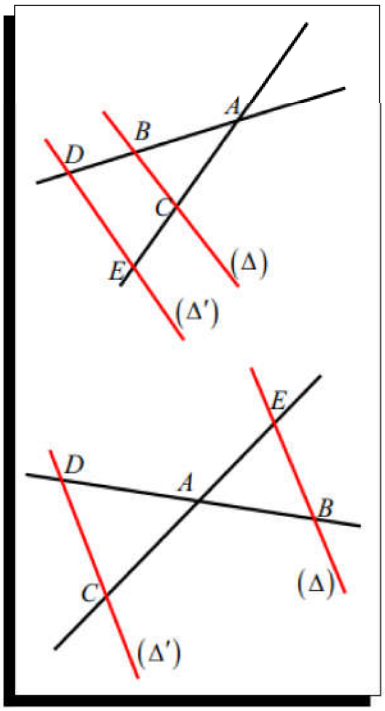
بـــنـاء المعـــارف

مبرهنة طالس وعكسها :

مبرهنة طالس :

مبرهنـة 01

إذا كان لدينا مستقيمان متقاطعان في نقطة A يقطعهما مستقيمان (Δ) و (Δ') في النّقط B ، C ، D ، E حسب أحد الشّكلين المقابلين،
وكان (Δ) يوازي (Δ') ، فإنّ:
أطوال أضلاع المثلّث ABC متناسبة مع أطوال الأضلاع الموافقة لها من المثلّث ADE أي: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$.



عكس مبرهنة طالس :

مبرهنـة 02

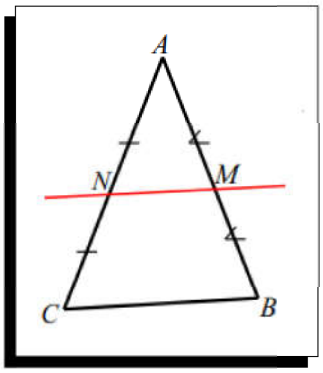
إذا كانت كلّ من النقط A ، B ، D والنّقط A ، C ، E على استقامة واحدة وبنفس التّرتيب حسب أحد الشكلين المقابلين،
وكان $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ، فإنّ:
(Δ) يوازي (Δ'). [(Δ) هو (ED) و (Δ') هو (CB)].

بناء المعارف

التقويم

مستقيم المتنصفين في مثلث :

حالة خاصة

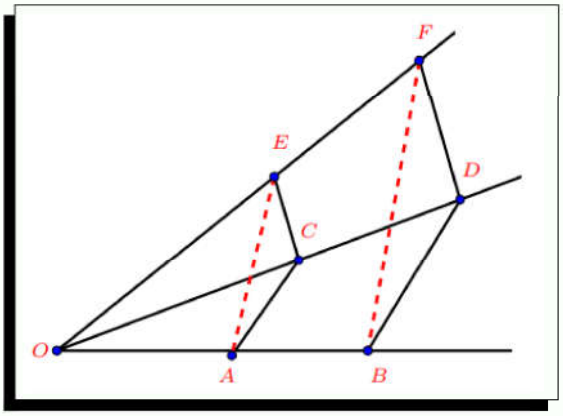


ABC مثلّث كيفي M و N نقطتان من (AB) و (AC) على التّرتيب.

❖ إذا كانت النّقطتان M و N منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على التّرتيب فإنّ: $(MN)//(BC)$ و $MN = \frac{1}{2}BC$.

❖ إذا كانت النّقطة M منتصف $[AB]$ وكان $(MN)//(BC)$ فإنّ N منتصف $[AC]$.

حل تمرين 62 صفحة 242 :

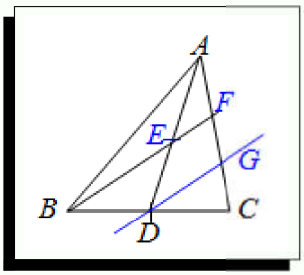


◁ في المثلث ODB لدينا: $(AC)//(BD)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا: $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$.

◁ في المثلث ODF لدينا: $(CE)//(DF)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا: $\frac{OC}{OD} = \frac{OE}{OF}$.

● إذن $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$ وحسب عكس مبرهنة طاليس المطبقة في المثلث OBF لدينا: $(AE)//(BF)$.

حل تمرين 65 صفحة 243 :



أ) تبيين أن النقط B ، E ، F في استقامية:

نرسم من D الموازي للمستقيم (EF) يقطع (AC) في G.

في المثلث ADG لدينا: $(EF)//(DG)$ و E منتصف $[AD]$.

إذن F هي منتصف $[AG]$ و $DG = 2EF$

ومنه $AF = FG = GC$ وبالتالي G منتصف $[FC]$،

وفي المثلث BCF لدينا كذلك D منتصف $[BC]$.

إذن $(DG)//(BF)$ و $BF = 2DG$.

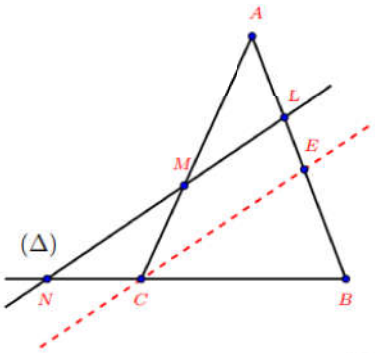
ومنه $(EF)//(BF)$ بما أن للمستقيمين نقطة مشتركة فإن النقط B ، E ، F في استقامية.

ب) تبيين أن $BF = 4EF$:

لدينا: $BF = 2DG$ و $DG = 2EF$ إذن $BF = 4EF$.

التقويم

حل تمرين 68 صفحة 243 :



أ) رسم الموازي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ، يقطع (AB) في E.

ب) تبيان أن $\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$

في المثلث BLN لدينا : $(CE)//(NL)$ إذن حسب مبرهنة طاليس

لدينا : $\frac{BN}{BL}=\frac{BC}{BE}$ معناه $\frac{BE}{BL}=\frac{BC}{BN}$

ومنه : $\frac{NB}{LB}=\frac{BC}{BE}=\frac{NB-BC}{LB-BE}=\frac{NC}{LE}$

إذن : $\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$ معناه $\frac{NB}{LB}=\frac{NC}{LE}$

- تبيان أن $\frac{MC}{MA}=\frac{LE}{LA}$

في المثلث ACE لدينا : $(CE)//(ML)$ إذن حسب مبرهنة طاليس

$\frac{AM}{AL}=\frac{AC}{AE}=\frac{AC-AM}{AE-AL}=\frac{MC}{LE}$ ومنه : $\frac{AM}{AL}=\frac{AC}{AE}$ معناه $\frac{AM}{AC}=\frac{AL}{AE}$

معناه $\frac{LE}{LA}=\frac{MC}{MA}$ معناه $\frac{MA}{LA}=\frac{MC}{LE}$

ج) استنتاج العلاقة $\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1$

$\frac{LB}{LE}=\frac{NB}{NC}$ معناه $LE=\frac{LB\times NC}{NB}$ و $\frac{MC}{MA}=\frac{LE}{LA}$ معناه $LE=\frac{MC\times LA}{MA}$

ومنه $\frac{LB\times NC}{NB}=\frac{MC\times LA}{MA}$ معناه $LB\times NC\times MA=MC\times LA\times NB$ ومنه $\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1$

عمـــل منـــزلي

تمارين 61 - 63 - 64 - 66 - 67 - 69 - 70 - 71 - 72 الصفحة 242 - 243 - 244

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

مـذكـرة رقـم 46

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

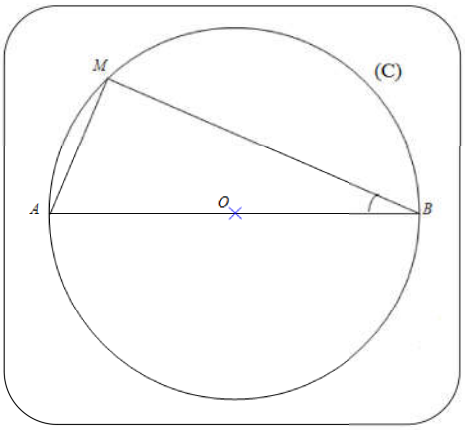
المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : الزّوايا والدّائرة.

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

✍ **المكتسبات القبلية:** الزوايا والدائرة التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** توظيف الزوايا والدائرة في حل مسائل هندسية (لحل المشكلات).
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير بالمكتسبات القبلية.	
التشخيص والاكتشاف	**مناقشة نشاط 05 صفحة 215 :**	

1 أ) حساب قيس الزاوية $\widehat{ABM}$:
المثلث ABM قائم في M لأن ضلعه $[AB]$ هو قطر للدائرة (C).

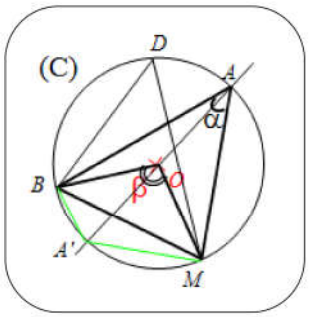


ومنه $\sin\widehat{ABM} = \frac{AM}{AB} = \frac{4}{10} = 0.4$
إذن بالحاسبة وبالتدوير إلى 0.1 نجد $\widehat{ABM} = 23.6°$.
• استنتاج قيس الزاوية $\widehat{MAB}$:
$\widehat{MAB} = 90° - 23.6° = 66.4°$.

ب) نوع المثلث AOM: هو متساوي الساقين رأسه O.
لأن $OM = OA$ (نصفي قطر الدائرة).
• حساب أقياس زوايا المثلث $\widehat{AOM}$:
$\widehat{MAO} = \widehat{AMO} = 66.4°$.
و $\widehat{AOM} = 180° - 2 \times 66.4° = 47.2°$.

ج) استنتاج العلاقة بين الزاويتين $\widehat{ABM}$ و $\widehat{AOM}$.
لدينا: $2 \times 23.6 = 47.2$ ومنه $\widehat{AOM} = 2\widehat{ABM}$.

2 أ) تبيين أن كل من المثلثين AOM و BOM متساوي الساقين:
لدينا: $OA = OM = OB$ (أنصاف أقطار الدائرة).
إذن المثلثان AOM و BOM كل منهما متساوي الساقين.



• قيس الزاوية $\widehat{MAA'}$ بدلالة قيس الزاوية $\widehat{MOA'}$:
لدينا: $\widehat{MOA'}$ زاوية خارجية في المثلث AOM
ومنه $\widehat{MOA'} = \widehat{MAO} + \widehat{OMA}$
وبما أن $\widehat{MAO} = \widehat{OMA} = \widehat{MAA'}$
فإن $\widehat{MOA'} = 2\widehat{MAA'}$.
• قيس الزاوية $\widehat{BAA'}$ بدلالة قيس الزاوية $\widehat{BOA'}$:
لدينا: $\widehat{BOA'}$ زاوية خارجية في المثلث BOA ومنه $\widehat{BOA'} = \widehat{BAO} + \widehat{OBA}$
وبما أن $\widehat{BAO} = \widehat{OBA} = \widehat{BAA'}$ فإن $\widehat{BOA'} = 2\widehat{BAA'}$.

ب) استنتاج العلاقة بين α و β:
لدينا: $\widehat{BOM} = \widehat{BOA'} + \widehat{A'OM}$ ومنه $\widehat{BOM} = 2\widehat{BAA'} + 2\widehat{A'AM}$ إذن $\widehat{BOM} = 2\widehat{BAM}$
وبالتالي $\beta = 2\alpha$.

ج)) التعبير عن الزاوية $\widehat{BA'M}$ بدلالة β ، ثم بدلالة α:
باستعمال نفس الطريقة السابقة نجد $\widehat{BA'M} = 180° - \frac{1}{2}\beta$ و $\widehat{BA'M} = 180° - \alpha$.

ج) • استنتاج العلاقة بين الزاويتين $\widehat{BA'M}$ و $\widehat{BAM}$:

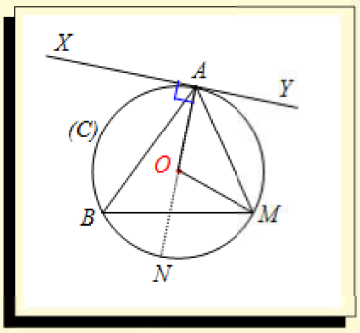
لدينا: $\widehat{BA'M} + \alpha = 180°$ أي $\widehat{BA'M} + \widehat{BAM} = 180°$ ومنه $\widehat{BA'M}$ و $\widehat{BAM}$ زاويتان متكاملتان.

د) D نقطة من القوس الكبرى $\widehat{BM}$ استنتاج مما سبق العلاقة بين الزاويتين $\widehat{BAM}$ و $\widehat{BDM}$:

مما سبق نستنتج أن $\widehat{BDM} = \frac{\beta}{2} = \alpha$ ومنه $\widehat{BAM} = \widehat{BDM}$

الزّوايا والدّائرة :

وصف ومفردات



✍ (C) دائرة مركزها O، و A ، B ، M ، N نقط من الدّائرة (C) حيث O تنتمي إلى $[AN]$.

• $[AN]$ تسمّى **قطرا**. وكلّ من $[AB]$ ، $[AM]$ ، $[BM]$ تسمّى **وترا** في الدّائرة (C).

• النّقطتان المتمايزتان A ، B تعيّنان على الدّائرة (C) قوسين كلّ منها نرمز لها بالرمز $\widehat{AB}$.

• (XY) مستقيم يشترك مع الدّائرة (C) في نقطة وحيدة A ، يسمّى (XY) **مماسا** للدائرة (C).

• الزّاوية $\widehat{AOM}$ رأسها مركز الدّائرة تسمّى زاوية **مركزيّة** ، نقول إنّها تحصر القوس $\widehat{AM}$.

• الزّاوية $\widehat{ABM}$ رأسها نقطة من الدّائرة تسمّى زاوية **محيطيّة** ، نقول إنّها تحصر القوس $\widehat{AM}$.

• الزّاوية $\widehat{XAB}$ تسمّى أيضا زاوية **محيطيّة** ، نقول إنّها تحصر القوس $\widehat{AB}$.

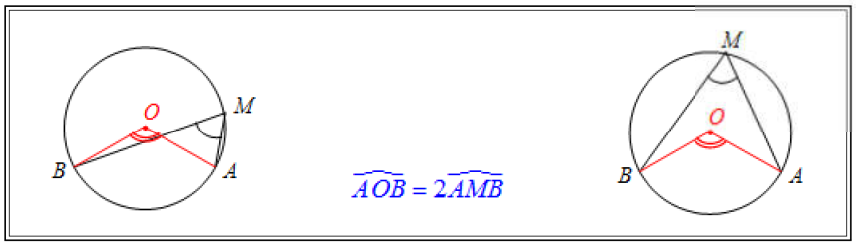
مبرهنة 01

في كلّ دائرة، الزّاوية المركزيّة تساوي ضعف الزّاوية المحيطيّة التّي تحصر معها نفس القوس.

مثال - 1 -

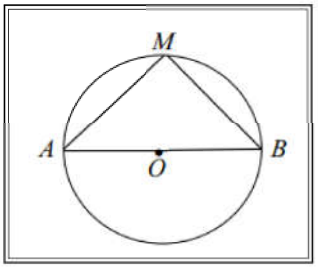
A ، B ، M ثلاث نقط متمايزة من دائرة مركزها O.

✔ لدينا: $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$



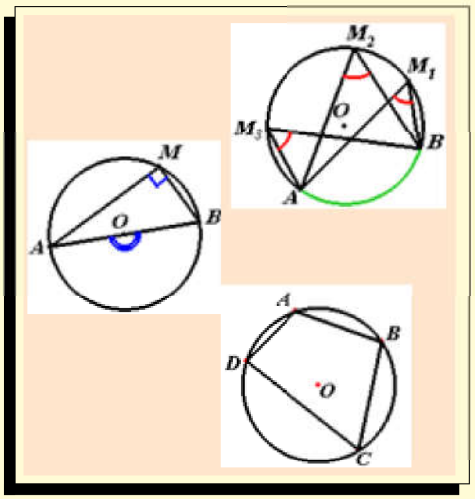
حالة خاصة

❖ إذا كانت النقط A ، O ، B على استقامية واحدة أي $[AB]$ قطر، فإن الزاوية المحيطية التي تحصر القوس $\widehat{AB}$ هي زاوية قائمة.



بناء المعارف

نتيجة



- الزّاويا المحيطيّة، في دائرة، التّي تحصر نفس القوس، أو تحصر أقواسا متقايسة تكون متقايسة.
- عندما تكون نقطتان A ، B من دائرة متقابلتين قطريا، و M نقطة من نفس الدّائرة وتختلف عن A و B فإنّ المثلّث ABM قائم في M.
- تكون رؤوس الرّباعي المحدّب $ABCD$ من نفس الدّائرة إذا تحقّق أحد الشّرطين:
  - $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$.
  - الزّاويتان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{BCD}$ متكاملتان.

تذكير

① نقول عن الزاويتان $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ أنهما متكاملتان إذا كان $\widehat{A} + \widehat{B} = 180°$.
② نقول عن الزاويتان $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ أنهما متتامتان إذا كان $\widehat{A} + \widehat{B} = 90°$.
③ نقول عن الرّباعي انه محدّب إذا وفقط إذا كان من أجل كل نقطتين M و N من هذا الرباعي، فإن القطعة $[MN]$ المستقيمة تنتمي إلى هذا الرباعي.

طريقة

✍ لدراسة طبيعة رباعي يمكن البدء بدراسة فيما إذا كان قطراه متناصفين أو متعامدين أو متقايسين أو...
✍ لإثبات أنّ قطعة مستقيم هي قطر في دائرة يكفي أنّ نثبت أنها وتر في مثلّث قائم رؤوسه من هذه الدائرة.
✍ لإثبات أنّ وترين في دائرة متقايسان يكفي أن نثبت أنّ القوسين اللتين تحصرانهما متقايستان.

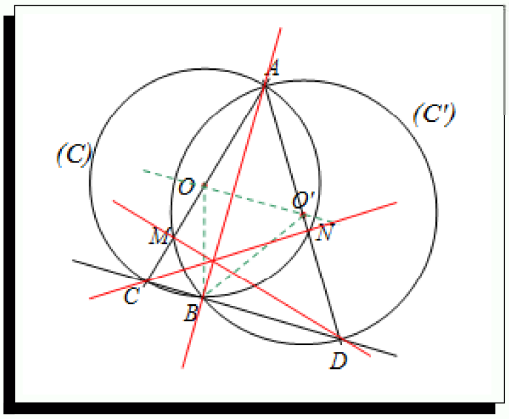
التقويم

تطبيق

✍ تمرين الزوايا والدائرة صفحة 230.

حل تمرين 74 صفحة 244 :

أ) رسم شكلا مناسبا:



التقويم

ب) تبيين أن النقط C ، B ، D في استقامية:

لدينا: $\widehat{ABC} = 90°$ تحصر نصف الدائرة (C).

ولدينا: $\widehat{ABD} = 90°$ تحصر نصف الدائرة (C').

ومنه $\widehat{CBD} = 180°$ وبالتالي $(CB)//(CD)$ ومنه النقط C ، B ، D في استقامية.

ج) تبيين أن المستقيمات (AB) ، (CN) ، (MD) متقاطعة في نقطة واحدة:

لدينا المثلث ANC قائم في N لأن الزاوية $\widehat{ANC}$ تحصر نصف الدائرة (C) ومنه $(AD) \perp (CN)$.

ولدينا المثلث ABD قائم في B لأن الزاوية $\widehat{ABD}$ تحصر نصف الدائرة (C') ومنه $(CD) \perp (AB)$.

ولدينا المثلث AMD قائم في M لأن الزاوية $\widehat{AMD}$ تحصر نصف الدائرة (C')

ومنه $(AC) \perp (DM)$.

إذن المستقيمات (AB) ، (CN) ، (MD) هي ارتفاعات في المثلث ACD وبالتالي تتقاطع في نقطة واحدة.

عمـــل منـــزلي

تمارين 73 - 75 - 76 - 78 - 79 - 81 الصفحة 244 - 245

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 47

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 04 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الهندسة المستوية.
الموضوع : التحويلات النقطية.

المكتسبات القبلية: التحويلات النقطية التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.
الكفاءات المستهدفة: استعمال التحويلات النقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة لحل مسائل.
(المحافظة على استقامية نقط، التوازي، الأطوال، المساحات، أقياس الزوايا).
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، الأدوات الهندسية.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بالتحويلات النقطية التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط.

التشخيص والاكتشاف

مناقشة نشاط 08 صفحة 216 :

1) أ) الإنشاء:
ب) المستقيمان (AB) و $(A'B')$ متوازيان.
ج) المثلّثين ABC و $A'B'C'$ متقايسان.

2) المثلث ABC يقايس كلاّ من المثلّثين $A'B'C'$ و $A''B''C''$.

أ) المثلّثين ABC و $A'B'C'$ متناظران بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) ، حيث (Δ) عمودي على $[AA']$ وينصف قطعة المستقيم $[AA']$ إلى نصفين.
ب) المثلّثين ABC و $A''B''C''$ متناظران بالنّسبة إلى نقطة تقاطع المستقيمات (AA') ، (BB') و (CC').
ج)) المثلثين الأخضر والأحمر تقايسهما مباشر، لأنه يمكن تطبيق أحدهما على الآخر بالتدوير والإنسحاب.

3) لدينا $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته 90^0 إذن المثلثان ABC و $A'B'C'$ متقايسان.

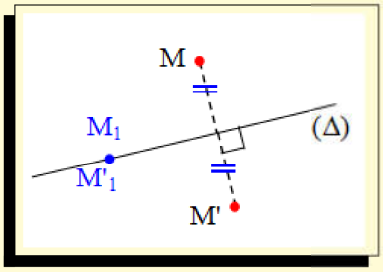
بنـــاء المعـــارف

التّحويلات النّقطية :

التناظر المحوري :

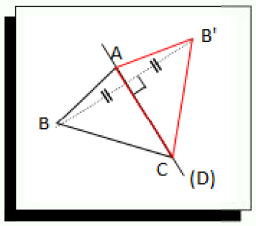
تعريف

(Δ) مستقيم ثابت، **التّناظر المحوري** بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوي النّقطة M' حيث:
- إذا كانت M لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإنّ (Δ) محور قطعة المستقيم $[MM']$.
- إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإنّ $M = M'$.

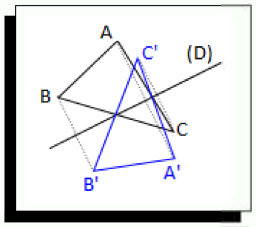


التقويم

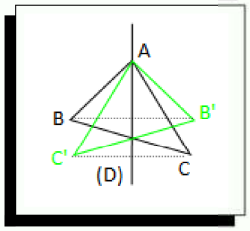
حل تمرين 98 صفحة 247 :



● **الحالة الأولى:**
النقطتان A و C صامدتان بالتناظر المحوري إذن صورة A هي A و صورة C هي C.
نعتبر النقطة B' نظيرة B بالنسبة إلى المستقيم (D).
إذن صورة المثلث ABC هو المثلث $AB'C$ بالتناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم (D).



● **الحالة الثانية:**
A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C بالتناظر بالنسبة إلى المستقيم (D) على الترتيب.
إذن صورة المثلث ABC هو المثلث $A'B'C'$ بالتناظر بالنسبة إلى المستقيم (D).

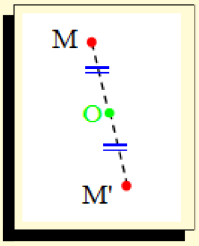


● **الحالة الثالثة:**
النقطة A صامدة بالتناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم (D).
B' و C' صورتا B و C بالتناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم (D).
إذن صورة المثلث ABC هو المثلث $AB'C'$ بالتناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم (D).

بناء المعارف

التناظر المركزي :

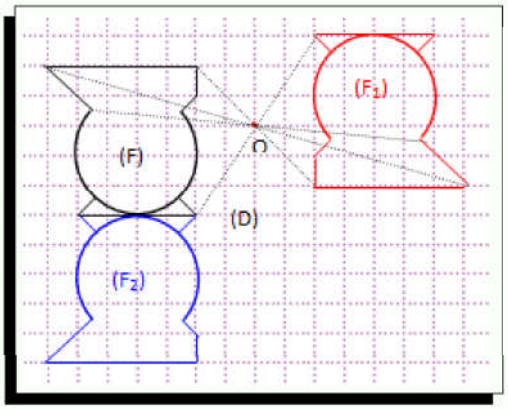
تعريف



✍ O نقطة ثابتة، **التّناظر المركزي** بالنّسبة إلى النّقطة O هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوي النّقطة M' حيث: O منتصف قطعة المستقيم $[MM']$.

التقويم

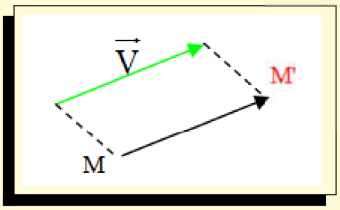
حل تمرين 97 صفحة 247 :



● بتدوير (F_1) بزاوية $180°$ على المركز O ينطبق على (F) وبالتالي الثنائيتين $[(F),(F_1)]$ متقايسان مباشرة بينما (F_2) ينطبق على (F) إلا بعد تدويره.

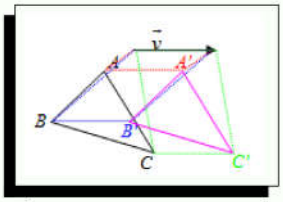
الانسحاب :

تعريف

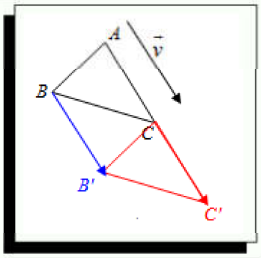


✍ $\overrightarrow{v}$ شعاع ثابت، **الانسحاب** الذّي شعاعه $\overrightarrow{v}$ هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوي النّقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{v}$.

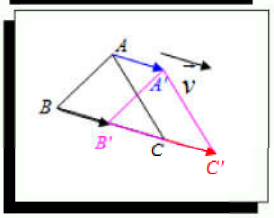
حل تمرين 99 صفحة 247 :



• **الحالة الأولى:**
ننشئ النقط A' ، B' ، C' حيث: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{v}$ وهذا باستعمال متوازيات الأضلاع.
ولدينا: صورة المثلث ABC هي $A'B'C'$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{v}$.



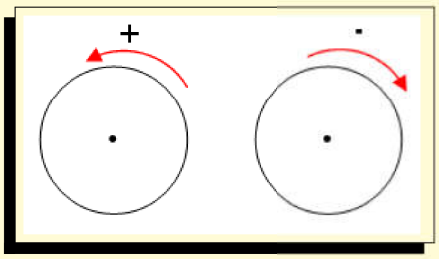
• **الحالة الثانية:**
لدينا: $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ إذن صورة A هي C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{v}$.
ننشئ النقطتان B' ، C' حيث: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{v}$
ولدينا: صورة المثلث ABC هي $CB'C'$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{v}$.



• **الحالة الثالثة:**
$\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ إذن صورة B هي B' منتصف $[BC]$.
ننشئ النقطتان A' ، C' حيث: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{v}$
ولدينا: صورة المثلث ABC هي $A'B'C'$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{v}$.

الدّوران :

❖ **توجيه المستوي :**



✍ لتكن (C) دائرة من المستوي، يمكن أن نحدّد على الدّائرة (C) اتجاهين واتجاهين فقط أحدهما عكس اتجاه حركة عقارب السّاعة ويسمّى الاتجاه المباشر (أو الاتجاه الموجب)، والآخر مثل اتجاه حركة عقارب السّاعة ويسمّى الاتجاه غير المباشر (أو الاتجاه السّالب).

تعريف

✍ توجيه المستوي يعني اختيار اتجاه واحد عل كلّ دوائر هذا المستوي.

ملاحظة

❖ لتوجيه مستوٍ عادة ما نختار الاتجاه المباشر (عكس اتجاه حركة عقارب السّاعة).

❖ الدّوران :

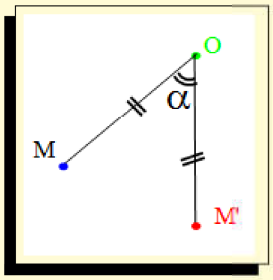
تعريف

✍ O نقطة ثابت من مستوي موجّه، و α زاوية معلومة. **الدّوران** الذّي مركزه النّقطة O وزاويته α في الاتجاه المباشر هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوي النّقطة M' حيث:

* إذا كانت $M = O$ فإنّ $M' = O$.

* إذا كانت $M \neq O$ فإنّ $OM = OM'$ و $\widehat{MOM'} = \alpha$

والثلاثية (O, M, M') مباشرة.

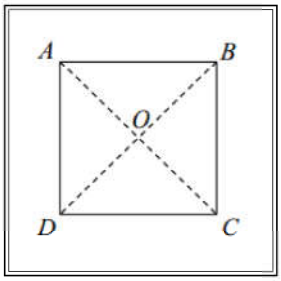


مـــثـال - 1 -

$ABCD$ مربع مركزه النقطة O.

✔ الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ في الإتجاه المباشر يحول النقطة B إلى النقطة A.

✔ الدوران الذي مركزه النقطة C وزاويته $\frac{\pi}{2}$ في الإتجاه غير المباشر يحول النقطة D إلى النقطة B.



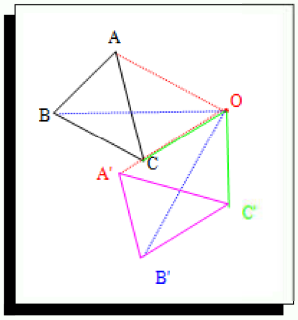
حل تمرين 100 صفحة 247 :

● النقط A' ، B' ، C' هي صور النقط A ، B ، C بالدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $60°$.

أي $OA' = OA$ و $OB' = OB$ و $OC' = OC$.

و $\widehat{AOA'} = \widehat{BOB'} = \widehat{COC'} = 60°$.

صورة المثلث ABC هي المثلث $A'B'C'$ بالدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $60°$.



خواص التّحويلات النّقطية :

النّقط الصامدة :

تعريف

✍ نقول عن نقطة إنّها صامدة بتحويل نقطي، إذا كانت منطبقة على صورتها بواسطة هذا التحويل.

مـــثـال - 2 -

✔ التّناظر المحوري الذي محوره مستقيم (Δ) يقبل كلّ نقط هذا المستقيم نقطا صامدة.

✔ التّناظر المركزي الذي مركزه نقطة A يقبل نقطة صامدة وحيدة هي A نفسها.

✔ الانسحاب الذي شعاعه غير معدوم لا يقبل نقط صامدة.

✔ الدّوران الذّي مركزه نّقطة O وزاويته α (حيث $\alpha \neq 2k\pi$ و k عدد صحيح نسبي) يقبل نقطة صامدة وحيدة هي مركزه O.

◁ إذا كانت $\alpha \neq 2k\pi$ و k عدد طبيعي، في هذه الحالة التحويل النقطي يسمى التحويل المطابق في المستوي وكل نقط المستوي هي صامدة بهذا التحويل.

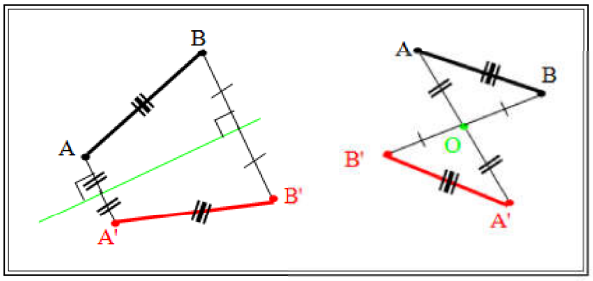
بناء المعارف

حفظ المسافات (التقايس) :

مبرهنة 01 وتعريف

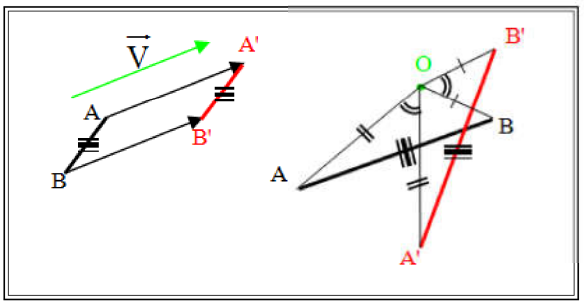
✍ كلّ من التّناظر المحوري، والتّناظر المركزي، والانسحاب، والدّوران يحافظ على المسافات. يسمّي التّحويل الذّي يحافظ على المسافات **تقايسا**.

مـــثـــال - 3 -



✔ A' و B' صورتا A و B على الترتيب بالتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (Δ).
لدينا: $A'B' = AB$.

✔ A' و B' صورتا A و B على الترتيب بالتناظر المركزي الذي مركزه النقطة O.
لدينا: $A'B' = AB$.



✔ A' و B' صورتا A و B على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه غير المعدوم $\overrightarrow{v}$.
لدينا: $A'B' = AB$.

✔ A' و B' صورتا A و B على الترتيب بالدوران الذي مركزه O وزاويته α.
لدينا: $A'B' = AB$.

حفظ الاستقامية :

مبرهنة 02

إذا كانت A ، B ، C ثلاث نقط في استقامية فإنّ صوّرها A' ، B' ، C' بتقايس تكون في استقامية.

نتيجة

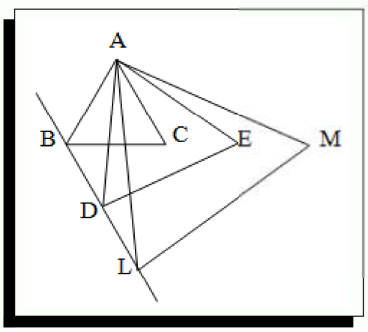
صورة مستقيم بتقايس (تناظر محوري، تناظر مركزي، انسحاب، دوران) هو مستقيم.

ملاحظة

❖ إذا كان مثلثان يتطابق بالسحب أو التدوير فنقول عن تقايسهما أنه مباشر، وإن كان لا يتطابق إلا بعد قلب أحدهما فنقول عن تقايسهما أنه غير مباشر.

التقويم

حل تمرين 104 صفحة 248 :



● بما أن المثلثات متقايسة الأضلاع فإن $AB = AC$ ، $AE =$
AD ، $AL = AM$ و $\widehat{LAM} = \widehat{DAE} = \widehat{BAC} = 60°$.
ومنه C ، E ، M هي صور B ، D ، L بالدوران الذي مركزه A وزاويته $60°$.
وبما أن الدوران يحافظ على الاستقامية والنقط B ، D ، L في استقامية فإن النقط C ، E ، M في استقامية كذلك.

بناء المعارف

التقويم

حفظ أقياس الزّوايا :

مبرهنة 03

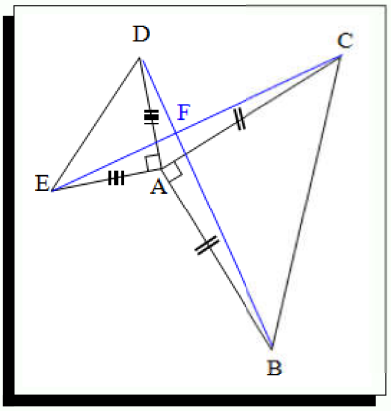
صورة زاوية بتقايس هي زاوية تقايسها.

ملاحظة

يمكن إثبات هذه المبرهنة باستعمال تقايس المثلثات، ونستنتج منها:

- ❖ إذا كان مستقيمان متوازيين فإنّ صورتيهما بتقايس متوازيان أيضا.
- ❖ إذا كان مستقيمان متعامدين فإنّ صورتيهما بتقايس متعامدان أيضا.

حل تمرين 106 صفحة 248 :



- نوجه المستوي في الاتجاه المباشر، ونعتبر الدوران الذي مركزه A وزاويته $90°$.

إذن صورة B هي C وصورة D هي E بهذا الدوران.

ومنه صورة المستقيم (BD) هي المستقيم (CE) بنفس الدوران

إذن إحدى زوايا المحصورة بين المستقيمين (BD) و (CE) تقايس زاوية الدوران التي هي $90°$.

ومنه المستقيمان (BD) و (CE) متعامدان.

عمـــل منـــزلي

تمارين 101 - 102 - 103 - 105 - 107 - 108 - 109 الصفحة 247 - 248

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....