ثانوية الشهيد بلهندوز عدة -مازونة- **المستوى : 2 ع-تج 2 تقني -ر**

التاريخ : 20 ماي 2024 **إختبار الفصل الثالث لمادة الرياضيات** **المدة : ساعتين**

.

التمرين الأول: اختر الجواب الصحيح في كل حالة مما يأتي مع **التبرير**:

1) A, B و C ثلاثة نقط في المستوي علما أن: $AB = 2$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4$ فإن طبيعة المثلث ABC:

أ) قائم في A ب) قائم في B ج) قائم في C

2) (E) مجموعة النقط $(x\,;y)$ التي تحقق: $x^2 + 2x + y^2 + 6y + 6 = -m^2$ حيث m عدد حقيقي تكون (E) دائرة من أجل قيم m التي تحقق:

أ) $m > 0$. ب) $m = 6$ ج) $-2 < m < 2$

3) علما أن (W_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ و حدودها **سالبة تماما**: $W_1W_2 + W_2W_3 = 50$ فإن :

أ) $W_2 = 5$ ب) $W_2 = -5$ ج) $W_2 = 0$

4) بإعتبار أن : $W_n = -2n - 1$ فإن: $W_1 + W_2 + \cdots + W_n$ يساوي:

أ) $-n^2 - 2n$ ب) n^2 ج) $2n - n^2$

التمرين الثاني: (U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_{n+1} = \frac{U_n}{2U_n+1}$ و $U_0 = 1$

1) أحسب الحدود U_3, U_2, U_1 ثم استنتج أن المتتالية (U_n) ليست حسابية.

2) لتكن (V_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n = \frac{1}{U_n}$

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $V_{n+1} - V_n = 2$.

ب- استنتج أن: (V_n) حسابية يطلب تعين أساسها r و حساب حدها الأول V_0 .

3) بين أن: $V_n = 2n + 1$ ثم استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (U_n)

4) أ- تحقق أن: 99 حد من حدود المتتالية (V_n).

ب- أحسب S مجموع الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر تماما من 100 .

التمرين الثالث : المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, نعتبر النقط $A(-2;-1)$ ، $B(2;-1)$ و $\Omega(0;1)$ و لتكن (C) الدائرة التي مركزها Ω و نصف قطرها $r = 2\sqrt{2}$

1) أ- عين مركبتا الشعاعين $\overrightarrow{\Omega A}$ و $\overrightarrow{\Omega B}$ ثم أحسب $\overrightarrow{\Omega A}\,.\,\overrightarrow{\Omega B}$

ب- تحقق أن: A و B نقطتان من الدائرة (C) .

ج- استنتج طبيعة المثلث ΩAB .

2) أ- أكتب معادلة لدائرة (C) .

ب-عين معادلة لمماس (T) الذي يمس الدائرة (C) في النقطة A.

3) نعتبر (Δ) المستقيم الذي معادلته $x - y - 3 = 0$ و نقبل أن: $x^2 + y^2 - 2y = 7$ معادلة لدائرة (C) .

أ- أحسب المسافة بين النقطة Ω و المستقيم (Δ).

ب- استنتج الوضع النسبي لدائرة (C) و المستقيم (Δ).

ج- عين نقط تقاطع الدائرة (C) و المستقيم (Δ) إن وجدت.

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M التي تحقق: $\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$

تحقق أن Ω نقطة من (Γ) ثم عين (Γ) مجموعة النقط M

انتهى بالتوفيق للجميع

حل التمرين الأول :

$\vec{AB}.\vec{AC} = 4$ معناه :

$\vec{AB}(\vec{AB}+\vec{BC}) = 4$ معناه :

$\vec{AB}.\vec{AB} + \vec{AB}.\vec{BC} = 4$ معناه :

$\|AB\|^2 + \vec{AB}.\vec{BC} = 4$ معناه :

$2^2 + \vec{AB}.\vec{BC} = 4$ معناه :

$\vec{AB}.\vec{BC} = 4-4$ معناه :

$\vec{AB}.\vec{BC} = 0$ معناه :

$(AB) \perp (BC)$ معناه :

ABC مثلث قائم في B. معناه :

اذن : الاختيار ب هو الصحيح (1,5)

$x^2+2x+y^2+6y+6 = -m^2$ معناه : $(x+1)^2 - 1^2 + (y+3)^2 - 3^2 + 6 = -m^2$

معناه : $(x+1)^2 + (y+3)^2 - 10 + 6 = -m^2$

معناه : $(x+1)^2 + (y+3)^2 - 4 = -m^2$

معناه : $(x+1)^2 + (y+3)^2 = -m^2+4$

معناه : $-m^2+4 > 0$ (E) دائرة

دراسة اشارة $-m^2+4$

$-m^2+4 = 0$ معناه : $m^2 = 4$ معناه : $m = 2$ أو $m = -2$

قيم m	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
اشارة $-m^2+4$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$-m^2+4 > 0$

$-2 < m < 2$

اذن : الجواب الصحيح هو الاختيار ج. (1,5)

$W_1W_2 + W_2W_3 = 50$ معناه : $W_2(W_1+W_3) = 50$

معناه : $W_2 \times 2W_2 = 50$

معناه : $2(W_2)^2 = 50$

معناه : $(W_2)^2 = \frac{50}{2} = 25$

معناه : $W_2 = \sqrt{25} = 5$ (مرفوض) أو $W_2 = -\sqrt{25} = -5$ (مقبول)

اذن : الخيار الصحيح هو ب. $W_2 = -5$ (1,5)

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = \frac{n(w_1 + w_n)}{2}$$

$$= \frac{n(-3 + (-2n-1))}{2}$$

$$= \frac{n(-2n-4)}{2}$$

$$= n(-n-2)$$

$$= -n^2 - 2n$$

عدد الحدود $= n - 1 + 1 = n$

$w_n = -2n - 1$

$w_1 = -3$

اذن: الاختيار الصحيح هو الاختيار أ- $-n^2 - 2n$

1,5

حل التمرين الثاني:

1| حساب u_1، u_2 و u_3:

$$u_1 = \frac{u_0}{2u_0 + 1} = \frac{1}{2 \times 1 + 1} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$u_2 = \frac{u_1}{2u_1 + 1} = \frac{1/3}{2/3 + 1} \times \frac{3}{3} = \frac{1}{2+3} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$$u_3 = \frac{u_2}{2u_2 + 1} = \frac{1/5}{2/5 + 1} \times \frac{5}{5} = \frac{1}{2+5} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

0,75

استنتاج أن (u_n) ليست حسابية

$u_1 - u_0 = 1/3 - 1/3 = -2/3$

$u_2 - u_1 = 1/5 - 1/3 = -2/15$

نلاحظ أن: $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$

0,5

اذن: (u_n) ليست متتالية حسابية.

2| البرهان أن $v_{n+1} - v_n = 2$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{2u_n + 1}{u_n} - \frac{1}{u_n}$$

$$= \frac{2u_n}{u_n} + \frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \boxed{2}$$

1

الاستنتاج: (v_n) حسابية أساسها $\boxed{r=2}$

وحدها الأول: $v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$

3) تبيان أن: $V_n = 2n+1$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$$V_n = V_0 + nr = 1 + 2n = \boxed{2n+1}$$

(0,5)

عبارة الحد العام لمتتالية (U_n):

لدينا: $V_n = \frac{1}{U_n}$ ومنه:

$$U_n = \frac{1}{V_n} = \boxed{\frac{1}{2n+1}}$$

(0,25)

4) التحقق أن 99 حد من حدود (V_n).

$V_n = 99$ معناه: $2n+1 = 99$ معناه: $2n = 98$ معناه: $n = \frac{98}{2} = 49$

إذن: 99 حد من حدود (V_n) لأن: $V_{49} = 99$

(1)

ب- حساب بدءً الأعداد الفردية الأصغر تماماً من 100

$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 99$$
$$= V_0 + V_1 + \cdots + V_{49}$$
$$= \frac{50(V_0 + V_{49})}{2}$$
$$= \frac{50(1+99)}{2}$$
$$= \frac{50 \times 100}{2}$$
$$= \boxed{2500}$$

عدد الحدود $= 49 - 0 + 1$
$= 50$

(2)

حل التمرين الثالث:

1) مركبة الشعاعين $\vec{\Omega A}$ و $\vec{\Omega B}$

معناه: $\vec{\Omega A}\begin{pmatrix} x_A - x_\Omega \\ y_A - y_\Omega \end{pmatrix}$ معناه: $\vec{\Omega A}\begin{pmatrix} -2-0 \\ -1-1 \end{pmatrix}$ (0,25) $\vec{\Omega A}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

معناه: $\vec{\Omega B}\begin{pmatrix} x_B - x_\Omega \\ y_B - y_\Omega \end{pmatrix}$ معناه: $\vec{\Omega B}\begin{pmatrix} 2-0 \\ -1-1 \end{pmatrix}$ (0,25) $\vec{\Omega B}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

حساب: $\vec{\Omega A} \cdot \vec{\Omega B}$

$$\vec{\Omega A} \cdot \vec{\Omega B} = (-2)(2) + (-2)(-2) = -4+4 = \boxed{0}$$ (0,5)

التحقق أن A و B نقطتان من (C)

$\Omega A = \| \overrightarrow{\Omega A} \| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$; 0,5

$\Omega B = \| \overrightarrow{\Omega B} \| = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$; 0,5

اذن : $\Omega A = \Omega B = 2\sqrt{2}$ ف : A و B نقطتان من (C).

طبيعة المثلث ΩAB

لدينا : 0,5
$\overrightarrow{\Omega A} \cdot \overrightarrow{\Omega B} = 0$
$\Omega A = \Omega B = 2\sqrt{2}$

ومنه : ΩAB قائم ومتساوي الساقين رأسه الأساسي Ω.

معادلة الدائرة (C) :

$(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2 = r^2$

معناه : $(x-0)^2+(y-1)^2 = (2\sqrt{2})^2$

معناه : $x^2+(y-1)^2 = 8$

معناه : $x^2+y^2+1-2y = 8$

معناه : $x^2+y^2-2y = 7$ (1)

معادلة (T) المماس لـ (C) في النقطة A.

(T) مماس لـ (C) في A

معناه : $\overrightarrow{\Omega A}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي لـ (T)

معناه : $(T): -2x-2y+c=0 \quad c\in\mathbb{R}$

تعيين c :

معناه : $A\in(T)$

معناه : $-2x_A-2y_A+c=0$

معناه : $-2(-2)-2(-1)+c=0$ 1,5

معناه : $6+c=0$

معناه : $c=-6$

اذن : $(T): -2x-2y-6=0$

اي : $(T): x+y+3=0$

بقسمة الكل لهراف على (-2)

الصفحة 04.

13 حساب المسافة بين Ω و (Δ):

$$d(\Delta;\Omega) = \frac{|x_\Omega - y_\Omega - 3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|0-1-3|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \boxed{2\sqrt{2}}$$

0,75

13 ب الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

لدينا { (C) دائرة مركزها Ω و طول نصف قطرها $2\sqrt{2}$
$d(\Delta;\Omega) = 2\sqrt{2}$

0,25

اذن: (Δ) مماس لدائرة (C).

ج- تعيين نقطة تقاطع (C) و (Δ):

$$\begin{cases} (C): x^2+y^2-2y=7 \\ (\Delta): x-y-3=0 \end{cases}$$

معناه:

$$\begin{cases} (C): x^2+y^2-2y=7 \\ (\Delta) \quad x = y+3 \end{cases}$$

معناه: $(y+3)^2+y^2-2y=7$

معناه: $y^2+9+6y+y^2-2y=7$

معناه: $2y^2+4y+2=0$

معناه: $y^2+2y+1=0$

$\Delta = b^2-4ac = 2^2-4\times1\times1 = 0$. $y = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$ اذن:

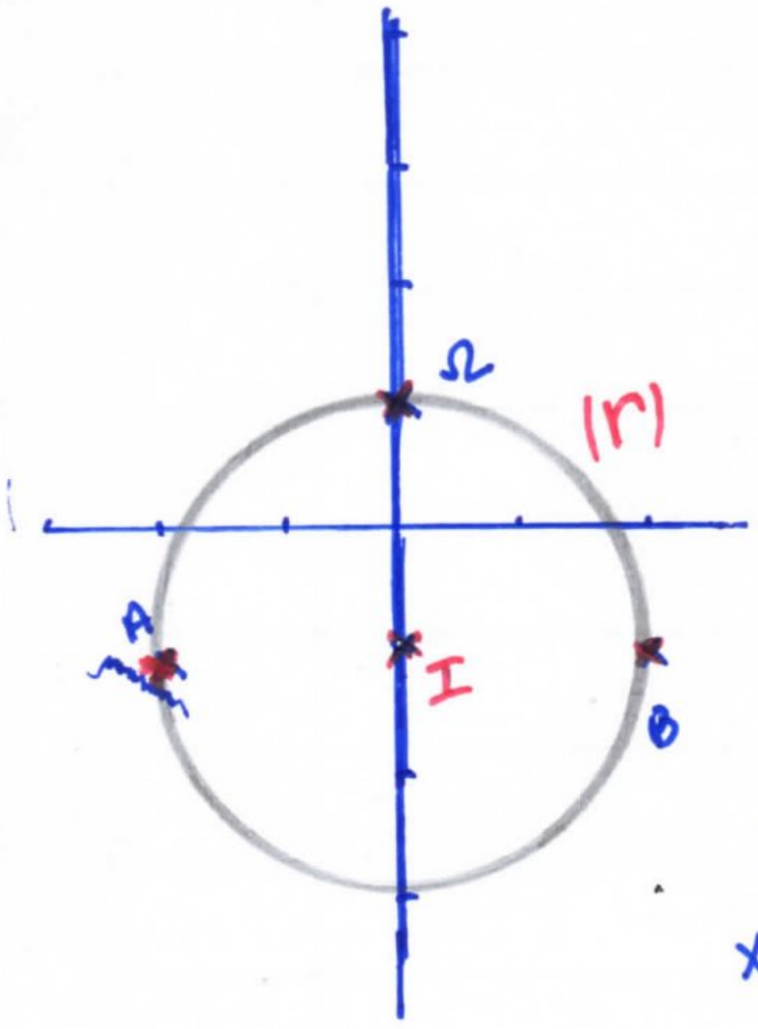
$x = y+3 = -1+3 = 2$

نقطة تقاطع (C) و (Δ) هي النقطة $B(2;-1)$

14 أ- التحقق أن Ω نقطة من (Γ)

لدينا مما سبق: $\vec{\Omega A}.\vec{\Omega B}$

ومنه: Ω نقطة من مجموعة النقط (Γ)



1

تعيين (Γ)

لدينا: $\vec{A}.\vec{B}=0$ ومنه: $(\vec{A};\vec{MB}) = \pm\frac{\pi}{2}$

ومنه: (Γ) هي الدائرة التي قطرها [AB]

تعيين I مركز (Γ)

I منتصف [AB]

$x_I = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0$

$y_I = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{-1-1}{2} = -1$