تذكير : **خاصية الجداءين المتصالبين:**

a ، b ، c ، d أعداد غير معدومة. إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن $a\times d=b\times c$.

I) التناسبية و اللاتناسبية

نقول عن جدول بسطرين إنه يترجم **وضعية تناسبية** إذا أمكن الانتقال من سطر إلى آخر بالضرب في نفس العدد غير المعدوم. يُسمّى هذا العدد **معامل التناسبية**.
الجدول الذي يمثّل قِيَم المقدارين يُسمّى **جدول تناسبية**.

مثال :

	عدد الأزهار	6	10	15
÷23	السعر (DA)	138	230	345

×23

$\frac{345}{15}=23$ ؛ $\frac{230}{10}=23$ ؛ $\frac{138}{6}=23$. كل حواصل القسمة متساوية إذن سعر الأزهار متناسب مع عددها. معامل التناسبية هو 23 و هو سعر الزهرة الواحدة.

جدول لاتناسبية : يمكن أن يكون مقداران غير متناسبين.
في هذه الحالة نقول إنّ الجدول **جدول لاتناسبية**. مثلاً :

- **قامة الإنسان ليست متناسبة مع عمره.**
- **مساحة المربع ليست متناسبة مع طول ضلعه.**

مثال :

المدة الزمنية لكراء سيارة (h)	4	12
السعر (DA)	5000	9000

$\frac{9000}{12}=750$ ؛ $\frac{5000}{4}=1250$. أي $\frac{9000}{12}\neq\frac{5000}{4}$ إذن هذا جدول لاتناسبية و هذا يعني أن سعر كراء السيارة لا يتناسب مع المدة.

II) المقياس

نستعمل **المقياس** لتكبير أو تصغير الأجسام.
كل أبعاد الجسم متناسبة مع أبعاد التكبير أو التصغير و معامل التناسبية (العدد الذي تُضرب فيه الأبعاد) يُسمى **مقياس الرسم** (التصميم).
غالباً ما نعبّر عن مقياس الرسم بكسر بسطه 1 .
إذا كان مقياس رسم هو $\frac{1}{1000}$ مثلاً، فهذا يعني أنّ الأبعاد على التمثيل تكون 1000 مرّة أصغر من الأبعاد الحقيقية ؛ بمعنى آخر، كلّ 1 cm على التمثيل يقابله 1000 cm في الواقع.
إذا كان المقياس أكبر من 1 فإننا نقوم بتكبير الجسم ؛ و إذا كان المقياس أصغر من 1 فإننا نقوم بتصغير الجسم.

مثال :

على خريطة بالمقياس $\frac{1}{200000}$ ، كل 1 cm يمثّل 200000 cm في الواقع أي كل 1 cm على الخريطة يمثّل 2 km في الواقع.

III) النسبة المئوية

تُترجِم النسبة المئوية وضعية تناسبية نقارن فيها المقدار الإجمالي بالعدد 100.

مثال:

يتكون أحد أقسام الرابعة متوسط من 20 تلميذاً، 60% منهم إناث.
هذا يعني أنه لو كان عدد التلاميذ في هذا القسم 100 تلميذ، لكان عدد الإناث 60 أنثى. لدينا إذن جدول التناسبية التالي :

عدد التلاميذ	100	20
عدد الإناث	60	x

عدد الإناث في هذا القسم هو إذن : $x=\frac{60\times 20}{100}=12$

حساب نسبة مئوية:

يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب رابع متناسب.

مثال 1: تحصل 9 تلاميذ من بين 25 تلميذا على المعدل في الرياضيات.
النسبة المئوية للتلاميذ الحاصلين على المعدل في الرياضيات في هذا القسم هي:

$\frac{\text{عدد التلاميذ الحاصلين على المعدل}}{\text{عدد تلاميذ القسم}}\times 100=\frac{9}{25}\times 100=\frac{900}{25}=36\%$

مثال 2 : في أحد الأيام، كان عدد الزائرين لمتحف المجاهد 835 زائراً من بينهم 144 زائراً أجنبياً. ما هي النسبة المئوية للزوار الأجانب ؟

العدد الإجمالي للزوّار	835	100
عدد الزوّار الأجانب	144	p

النسبة المئوية للزوّار الأجانب هي : $p=\frac{144}{835}\times 100\approx 17{,}25\%$

مقارنة حصص :

لمقارنة حصص، يمكن استعمال النسبة المئوية (أو الكتابة العشرية).

مثال 1:

في التدرّب على ضربات الجزاء، سجّل وليد 17 هدفاً من بين 20 تسديدة، بينما سجّل أحمد 20 هدفاً من بين 25 تسديدة. في رأيك، من منهما كان أداؤه أحسن ؟
للإجابة على هذا السؤال، لا يمكن مقارنة عدد الأهداف المسجلة مباشرة لأنّ عدد التسديدات مختلف. لهذا السبب، سنقارن نسبة النجاح لكل منهما.
بالنسبة لوليد، النسبة المئوية للنجاح هي : $p_1=\frac{17}{20}\times 100=85\%$
أما بالنسبة لأحمد، فإن النسبة المئوية للنجاح هي : $p_2=\frac{20}{25}\times 100=80\%$
و بما أنّ $p_1>p_2$ فإنّ أداء وليد كان أحسن من أداء أحمد.

مثال 2: حضرنا مشروبين بذوق الفراولة كما يلي :

- المشروب الأول : بوضع 6 cL من محلول الفراولة في 24 cL من الماء.
- المشروب الأول : بوضع 8 cL من محلول الفراولة في 42 cL من الماء.

ما هو المشروب الأكثر تركيزا ؟
الحل:

- نسبة الفراولة في المشروب الأول : $p_1=\frac{6\times 100}{24+6}=\frac{600}{30}=20\%$
- نسبة الفراولة في المشروب الثاني : $p_2=\frac{8\times 100}{42+8}=\frac{800}{50}=16\%$

إذن المشروب الأول هو الأكثر تركيزا من حيث الفراولة.

مثال 3 : يوجد في متوسطة الخوارزمي 600 تلميذ، نجح منهم 486 تلميذاً بينما نجح 288 تلميذاً من بين 400 تلميذ في متوسطة ابن سينا.
ما هي المتوسطة التي يكون لك فيها أوفر حظ للنجاح ؟
الحل :

- نسبة النجاح في متوسطة الخوارزمي : $p_1=\frac{486\times 100}{600}=\frac{486}{6}=81\%$
- نسبة النجاح في متوسطة ابن سينا : $p_2=\frac{288\times 100}{400}=\frac{288}{4}=72\%$

إذن الحظوظ (نسبة النجاح) تكون أوفر في متوسطة الخوارزمي.

تطبيق نسبة مئوية :

حساب $p\%$ من مقدار ما يعني ضرب هذا المقدار في العدد p ثمّ قسمة النتيجة على 100 (أي أخذ الكسر $\frac{p}{100}$ من هذا المقدار).

مثال: يمثّل الماء نسبة 75% من جسم الإنسان. ما هو وزن الماء في جسم شخص يزن 44 kg ؟
الحل: كتلة الماء في جسم هذا الشخص هي : $44\times\frac{75}{100}=44\times 0{,}75=33\,\text{kg}$.

الزيادة و التخفيض :

- إذا ارتفع مقدار a بنسبة $p\%$ فإن قيمته الجديدة هي $a\times\left(1+\frac{p}{100}\right)$.
- إذا انخفض مقدار a بنسبة $p\%$ فإن قيمته الجديدة هي $a\times\left(1-\frac{p}{100}\right)$.

مثال 1 : ثمن حاسوب هو 39000 DA . ارتفع هذا السعر بنسبة 20% ثمّ انخفض بنسبة 20% . في الأخير هل ارتفع سعر الحاسوب أو انخفض أو بقي كما كان ؟
الحل :

- ثمن الحاسوب بعد الزيادة هو 46800 DA.

$\left(1+\frac{20}{100}\right)\times 39000=1{,}2\times 39000=46800$

- ثمن الحاسوب بعد التخفيض هو 37440 DA.

$\left(1-\frac{20}{100}\right)\times 46800=0{,}8\times 46800=37440$

إذن في الأخير، انخفض سعر الحاسوب بمقدار 1560 DA.
$39000-37440=1560$

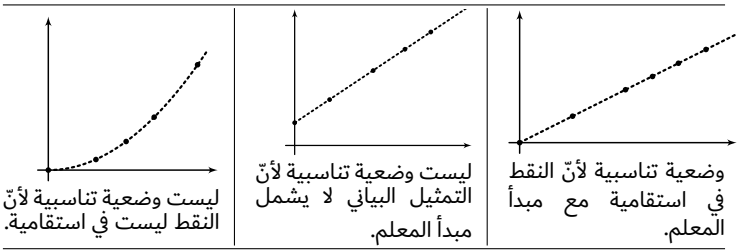
مثال 2 :
سعر دراجة 17000 DA ازداد سعرها بنسبة 15% ثمّ ازداد مرّة ثانية بنسبة 10%.
ما هو ثمن الدراجة بعد الزيادة الثانية ؟ هل الزيادة الإجمالية تساوي 25% ؟

الحل :

- ثمن الدراجة بعد الزيادة الأولى هو $\left(1+\frac{15}{100}\right)\times 17000 = 19550\,\text{DA}$
- ثمن الدراجة بعد الزيادة الثانية هو $\left(1+\frac{10}{100}\right)\times 19550 = 21505\,\text{DA}$
- النسبة المئوية للزيادة الإجمالية هي $\frac{21505-17000}{17000} = 0,265 = 26,5\%$

التناسبية و التمثيل البياني :

- التمثيل البياني لجدول تناسبية هو مستقيم يمر من مبدأ المعلم.
- كل مستقيم يشمل مبدأ المعلم (باستثناء حامل محور التراتيب) هو تمثيل بياني لوضعية تناسبية.



وضعية تناسبية لأنّ النقط في استقامية مع مبدأ المعلم.

ليست وضعية تناسبية لأنّ التمثيل البياني لا يشمل مبدأ المعلم.

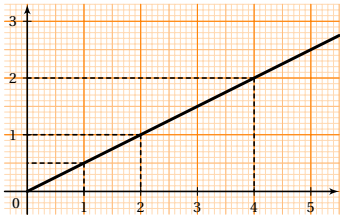
ليست وضعية تناسبية لأنّ النقط ليست في استقامية.

مثال :

الجدول التالي جدول تناسبية.

0	1	2	4
0	0,5	1	2

التمثيل البياني لهذه الوضعية هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم.



السرعة المتوسطة :

نقول عن حركة أنها منتظمة إذا كانت المسافات المتساوية مقطوعة في مُدد متساوية (أي المسافة متناسبة مع الزمن).

تُعطى السرعة المتوسطة لمتحرك في حركة منتظمة بالمساواة : $v = \frac{d}{t}$.

مثال : يقطع جمل مسافة 5km في نصف ساعة.

سرعته المتوسطة هي $v = \frac{d}{t} = \frac{5\,\text{km}}{0,5\,\text{h}} = 10\,\text{km/}h$.

ملاحظة :

- تُقدر السرعة بـ km/h أو m/s .
- لدينا : $d = v \times t$ و $t = \frac{d}{v}$.

مقادير حاصل القسمة :

المقادير التي تدل على وحدات قياس الزمن في النظام الستيني (ساعات-دقائق-ثواني) متناسبة مع المقادير التي تدل على وحدات قياس الزمن في النظام العشري.

مثال 1 : سرعة الصوت هي حوالي 1224km/h . عبّر عن هذه السرعة بِـ m/s.

الحل :

$$v = 1224\,\text{km/h} = \frac{1224\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{1224000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 340\,\text{m/s}$$

مثال 2 : تسير سيارة بسرعة 20m/s . عبّر عن سرعتها بِـ km/h.

الحل :

$$v = 20\,\text{m/s} = \frac{20\,\text{m}}{1\,\text{s}} = \frac{20\,\text{m}\times 3600}{1\,\text{s}\times 3600} = \frac{72000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{72\,\text{km}}{1\,\text{h}} = 72\,\text{km/h}$$

تمارين

1 جِد كسرا يساوي $\frac{3}{11}$ يكون مجموع بسطه و مقامه 112.

2

(1) أراد شخص أن يشتري حاسوبا ثمنه 80000DA فمنحه البائع تخفيضا نسبته 12%. كم يدفع ؟

(2) دفع جمال 3600DA في شراء حذاء بعد أن استفاد من تخفيض نسبته 20%. ما هو الثمن الأصلي للحذاء ؟

(3) انخفض ثمن كتاب من 800DA إلى 700DA. ما هي نسبة التخفيض ؟

(4) عند شرائها لقاموس، استفادت مريم من تخفيض قدره 960DA و هو ما يمثل 12% من الثمن الأصلي. ما هو ثمن القاموس قبل و بعد التخفيض ؟

(5) يتقاضى موظف 65000DA و ارتفع راتبه بنسبة 15%. كم صار يتقاضى ؟

(6) باع تاجر قميصا بِـ 8850DA محققا ربحا نسبته 18%. كم يبلغ ثمن الشراء ؟

(7) تنفق عائلة شهريا 35% من مدخولها للتغذية و 20% للملبس و 12% للأدوية و 15% لمصاريف أخرى و تدخر 7200DA. ما هو مدخولها الشهري ؟

3 أكمل الجدول التالي :

السعر (DA)	نسبة الزيادة / التخفيض	السعر بعد الزيادة	السعر بعد التخفيض
500	35%		
45622	5%		
87	6,2%		
236	1,7%		

4

(1) تسير سيارة بسرعة 85km/h . عبّر عن سرعتها بِـ m/s .

(2) تدفُّق نهر هو $27\,\text{m}^3$ في الثانية. عبّر عن هذا التدفق باللّتر في الدقيقة.

(3) قطع درّاج مسافة 13km في 16min . ما هي سرعته بِـ km/h ؟

(4) سمحت أشغال العزل الحراري بتخفيض فاتورة الكهرباء بنسبة 12%. كم كانت قيمة الفاتورة قبل التخفيض إذا تمّ دفع مبلغ 4254,80DA بعد التخفيض ؟

5

(1) مربع طول ضلعه 8cm . ازداد هذا الطول بنسبة 20% .
ما هي نسبة الزيادة في مساحة هذا المربع ؟

(2) نزيد طول مستطيل بنسبة 15% و عرضه بنسبة 30% . إذا كان الطول يساوي 30cm و العرض يساوي 20cm ، فاحسب نسبة الزيادة في مساحة المستطيل.

(3) مستطيل بُعداه 30cm و 20cm . نزيد الطول بنسبة 20% و ننقص العرض بنسبة 20% . ما هي نسبة التغير في مساحته ؟

6 قطع درّاج نفس المسافة ذهابا و إيابا.
في الذهاب كانت سرعته 30km/h و في الإياب 10km/h .
ما هي السرعة المتوسّطة للدرّاج على طول الرحلة (ذهابا و إيابا) ؟

7

تكفل ثلاثة أبناء في تكاليف عمرة لوالدهم فساهم محمد بمبلغ قدره 160000DA و دفعت مريم $\frac{1}{3}$ المصاريف و ساهم جمال بالمبلغ المتبقي و الذي يمثل 40% من مصاريف العمرة.

(1) احسب المبلغ الذي جمعه الأبناء.

منحت وكالة الأسفار تخفيضا للمعتمرين. استفاد الإخوة من هذا التخفيض في اقتناء هاتف جوال و حقيبة سفر لوالدهم.

(2) حدد النسبة المئوية للتخفيض في مصاريف العمرة إذا علمت أن ثمن الهاتف الجوال يمثل $\frac{7}{3}$ ثمن الحقيبة و الفرق بينهما 36000DA.

8

قررت عائلة الانخراط في مشروع توظيف الطاقات المتجددة فاتصلت بشركة مختصة في تثبيت الألواح الشمسية و استنتجت البيانات التالية حول بعض مكونات إنجاز المشروع:

المكون	النسبة من كلفة إنجاز المشروع
ألواح شمسية	45,5%
جهاز لتحويل الطاقة	25,5%

(1) احسب كلفة إنجاز المشروع علما أن ثمن الألواح الشمسية يفوق ثمن جهاز تحويل الطاقة بِـ 48000DA.

لإنجاز المشروع، اقترضت العائلة المبلغ المطلوب من البنك على أن تسدده على 50 قسطا مع دفع فائض يمثل حقوق التسجيل و دراسة الملف.

(2) احسب النسبة المئوية للفائض من قيمة القرض علما أن قيمة القسط الواحد تساوي 5088DA.

1 نبحث عن عدد x بحيث $\frac{3x}{11x}=\frac{3}{11}$ و $3x+11x=112$ أي $14x=112$ منه $x=112\div 14=8$ و الكسر هو $\frac{3\times 8}{11\times 8}$ أي $\frac{24}{88}$.

2

(1) الطريقة الأولى: نبحث أولا عن المبلغ الذي يمثل التخفيض و المتمثل في نسبة 12% من الثمن الأصلي : $\frac{12}{100}\times 80000=9600\,DA$

و هكذا فإن المبلغ المدفوع هو : $80000-9600=70400\,DA$

الطريقة الثانية: الثمن الأصلي الذي هو 80000 DA يمثل 100%.

و بما أن البائع منحه تخفيضا نسبته 12% فالمبلغ المدفوع يتمثل في $100\%-12\%=88\%$ و هذه النسبة تساوي بالدينار:

$\frac{88}{100}\times 80000=70400\,DA$

الطريقة الثالثة: نطبق القانون $x'=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$ حيث :

- x هو الثمن قبل التخفيض.
- x' الثمن بعد التخفيض.
- p النسبة المئوية للتخفيض.

المبلغ المدفوع هو إذن : $\left(1-\frac{12}{100}\right)\times 80000=(1-0,12)\times 80000$

$=0,88\times 80000=70400\,DA$

(2) الطريقة الأولى: الثمن الأصلي لا نعرفه و إنما نعرف أنه يمثل 100% و نعرف كذلك نسبة التخفيض التي هي 20% و نعرف كذلك أنه دفع 3600 DA.

الثمن الأصلي = 100%		
الثمن المدفوع = 3600 DA	+	نسبة التخفيض = 20%

هذا التمثيل يبين أن الثمن المدفوع يمثل $100\%-20\%=80\%$

لدينا إذن :

3600	x
80%	100%

منه (القاعدة الثلاثية) : $x=\frac{3600\times 100}{80}=4500\,DA$

الطريقة الثانية: نرمز بِـ x للثمن الأصلي.

نسبة التخفيض هي 20% معناه المبلغ المدفوع هو 80% إذن $\frac{80}{100}x=3600$ منه

$0,8x=3600$ منه $x=\frac{3600}{0,8}=4500\,DA$

(3) • مقدار التخفيض هو $800-700=100\,DA$

• نسبة التخفيض هي : $\frac{\text{مقدار التخفيض}}{\text{الثمن الأصلي}}\times 100=\frac{100}{800}\times 100=12,5\%$

(4) الثمن الأصلي يمثل 100% و بذلك يكون المبلغ المدفوع $100\%-12\%=88\%$.

لدينا إذن :

الثمن الأصلي	التخفيض	الثمن المدفوع
x	960 DA	y
100%	12%	88%

منه (القاعدة الثلاثية) :

• الثمن الأصلي : $x=\frac{960\times 100}{12}=8000\,DA$

• الثمن المدفوع : $y=\frac{960\times 88}{12}=7040\,DA$

(5) الطريقة الأولى:

نبحث عن مقدار الزيادة في الراتب $\frac{15}{100}\times 65000=9750\,DA$

إذن فقد صار يتقاضى $65000+9750=74750\,DA$

الطريقة الثانية: الراتب الأصلي الذي هو 65000 DA يمثل 100% إذن فإن النسبة المئوية التي تمثل الراتب الجديد هي $115\%=15\%+100\%$ و هذه النسبة تساوي بالدينار :

$\frac{115}{100}\times 65000=74750\,DA$.

الطريقة الثالثة: نطبق القانون $x'=\left(1+\frac{p}{100}\right)x$ حيث :

- x هو الراتب قبل الزيادة.
- x' الراتب بعد الزيادة.
- p النسبة المئوية للزيادة.

الراتب الجديد هو إذن : $\left(1+\frac{15}{100}\right)\times 65000=(1+0,15)\times 65000$

$=1,15\times 65000=74750\,DA$

(6) الطريقة الأولى: نعلم أن ثمن البيع = ثمن الشراء + الربح .

و بما أن نسبة الربح تساوي 18% من ثمن الشراء فإن ثمن الشراء يمثل 100% إذن ثمن البيع يساوي $118\%=18\%+100\%$ و هو ما يمثل 8850 DA.

لدينا إذن :

100%	118%
x	8850 DA

منه ثمن الشراء هو (القاعدة الثلاثية): $\frac{100\times 8850}{118}=7500\,DA$

الطريقة الثانية: نرمز بِـ x لثمن الشراء.

نسبة الربح هي 18% إذن مقدار الربح هو $\frac{18}{100}\times x=0,18x$

و ثمن البيع = ثمن الشراء + الربح إذن $x+0,18x=8850$

منه $1,18x=8850$ منه $x=\frac{8850}{1,18}=7500\,DA$.

(7) للبحث عن المدخول الشهري، يجب أن نعرف النسبة المئوية التي تمثل الادخار.

النسبة المئوية التي تمثل جملة المصاريف : $35\%+20\%+12\%+15\%=82\%$

و بما أن النسبة المئوية التي تمثل المدخول الشهري هي 100% فإن هذه العائلة تدخر : $100\%-82\%=18\%$.

لدينا إذن :

100%	18%
x	7200 DA

منه المدخول الشهري لهذه العائلة هو (القاعدة الثلاثية) :

$x=\frac{100\times 7200}{18}=40000\,DA$

ملاحظة: نستطيع أن نبحث عن المبلغ الذي تصرفه هذه العائلة للتغذية، كما يلي

$\frac{35}{100}\times 40000=14000\,DA$

3

$\left(1-\frac{35}{100}\right)\times 500=0,65\times 500=325$

$\left(1-\frac{5}{100}\right)\times 45622=0,95\times 45622=43340,9$

$\left(1-\frac{6,2}{100}\right)\times 87=0,938\times 87=81,606$

$\left(1-\frac{1,7}{100}\right)\times 236=0,983\times 236=231,988$

$\left(1+\frac{35}{100}\right)\times 500=1,35\times 500=675$

$\left(1+\frac{5}{100}\right)\times 45622=1,05\times 45622=47903,1$

$\left(1+\frac{6,2}{100}\right)\times 87=1,062\times 87=92,394$

$\left(1+\frac{1,7}{100}\right)\times 236=1,017\times 236=240,012$

4

(1) $85\,km/h=\frac{85\,km}{1\,h}=\frac{85000\,m}{3600\,s}\approx 23,61\,m/s$

(2) $27\,m^3/s=\frac{(27\,m^3}{1\,s}=\frac{27000\,L}{1\,s}=\frac{27000\,L\times 60}{1\,s\times 60}=\frac{1620000\,L}{60\,s}$

$=\frac{1620000\,L}{1\,min}=1620000\,L/min$

(3) $v=\frac{13\,km}{16\,min}=\frac{13\,km\times 3,75}{16\,min\times 3,75}=\frac{48,75\,km}{60\,min}=\frac{48,75\,km}{1\,h}=48,75\,km/h$

(4) إذا كان x مبلغ الفاتورة قبل التخفيض فإنّ :

$4254,80=\left(1-\frac{12}{100}\right)\times x=(1-0,12)\times x=0,88x$

منه $x=\frac{4254,80}{0,88}=4835$.

إذن، قبل التخفيض، كان مبلغ الفاتورة 4835 DA .

5

(1) مساحة المربع هي $\mathscr{A}=64\,cm^2$.

$\mathscr{A}=8\,cm\times 8\,cm=64\,cm^2$

إذا ازداد طول ضلع المربع بنسبة 20% فإنه يصبح 9,6 cm .

$\left(1+\frac{20}{100}\right)\times 8=(1+0,2)\times 8=1,2\times 8=9,6$

و مساحته بعد الزيادة هي $\mathscr{A}'=9,6^2\,cm^2=92,16\,cm^2$

إذن نسبة الزيادة في المساحة هي 44% .

$\frac{\mathscr{A}'-\mathscr{A}}{\mathscr{A}}\times 100=\frac{92,16-64}{64}\times 100=\frac{28,16}{64}\times 100=44\%$

طريقة أخرى : نرمز بِـ x لطول ضلع المربع قبل الزيادة و بِـ y لطول الضلع بعد الزيادة.

لدينا : $y=\left(1+\frac{20}{100}\right)x=1,2x$

مساحة المربع قبل الزيادة هي $\mathscr{A}=x\times x=x^2$

مساحة المربع بعد الزيادة هي

$\mathscr{A}'=y\times y=1,2x\times 1,2x=1,2\times 1,2\times x\times x=1,44x^2=1,44\mathscr{A}$

لدينا : $\mathscr{A}'=1,44\mathscr{A}=\mathscr{A}+0,44\mathscr{A}=\mathscr{A}+(44\%)\mathscr{A}$

إذن، ازدادت المساحة بنسبة 44% .

(2) مساحة المستطيل هي $\mathscr{A}=600\,cm^2$.

$\mathscr{A}=30\times 20=600$

الطول بعد الزيادة هو $\left(1+\frac{15}{100}\right)\times 30\,cm=34,5\,cm$

العرض بعد الزيادة هو $\left(1+\frac{30}{100}\right)\times 20\,cm=26\,cm$

مساحة المستطيل بعد الزيادة هي $\mathscr{A}'=34,5\,cm\times 26\,cm=897\,cm^2$

إذن نسبة الزيادة في المساحة هي 49,5% .

$$\frac{\mathscr{A}'-\mathscr{A}}{\mathscr{A}}\times 100=\frac{897-600}{600}\times 100=\frac{297}{600}\times 100=49{,}5\%$$

طريقة أخرى: نرمز بِـ x لطول ضلع المستطيل قبل الزيادة و بِـ y لعرض المستطيل قبل الزيادة.

مساحته قبل الزيادة هي $\mathscr{A}=xy$.

طول المستطيل بعد الزيادة هو $1{,}15x$ و عرضه بعد الزيادة هو $1{,}3y$ إذن مساحته بعد الزيادة تساوي :

$$\mathscr{A}'=(1{,}15x)\times(1{,}3y)=1{,}15\times 1{,}3\times x\times y=1{,}495xy$$
$$=1{,}495\mathscr{A}=\mathscr{A}+0{,}495\mathscr{A}=\mathscr{A}+(49{,}5\%)\mathscr{A}$$

إذن نسبة الزيادة في المساحة هي $\boxed{49{,}5\%}$.

(3) المساحة قبل التغير هي $\mathscr{A}=30\,\text{cm}\times 20\,\text{cm}=600\,\text{cm}^2$

الطول بعد الزيادة هو $(1+0{,}2)\times 30\,\text{cm}=36\,\text{cm}$

العرض بعد النقصان هو $(1-0{,}2)\times 20\,\text{cm}=16\,\text{cm}$

المساحة بعد التغير هي $\mathscr{A}'=36\,\text{cm}\times 16\,\text{cm}=576\,\text{cm}^2$

نسبة التغير هي :

$$\frac{\mathscr{A}'-\mathscr{A}}{\mathscr{A}}\times 100=\frac{576-600}{600}\times 100=\frac{-24}{600}\times 100=-4\%$$

الإشارة السالبة تدل على النقصان ؛ إذن **نقصت** المساحة بنسبة $\boxed{4\%}$.

طريقة أخرى: نرمز بِـ x لطول ضلع المستطيل قبل التغير و بِـ y لعرض المستطيل قبل التغير.

مساحته قبل التغير هي $\mathscr{A}=xy$.

طول المستطيل بعد التغير هو $1{,}2x$ و عرضه بعد التغير هو $0{,}8y$ إذن مساحته بعد التغير تساوي :

$$\mathscr{A}'=(1{,}2x)\times(0{,}8y)=1{,}2\times 0{,}8\times x\times y=0{,}96xy$$
$$=0{,}96\mathscr{A}=(1-0{,}04)\mathscr{A}=\mathscr{A}-0{,}04\mathscr{A}=\mathscr{A}-(4\%)\mathscr{A}$$

إذن **نقصت** المساحة بنسبة $\boxed{4\%}$.

---

6 لتكن d مسافة الذهاب. مسافة الرحلة هي إذن $2d$.

إذا كانت t_1 المدة اللازمة لقطع المسافة d ذهابا و t_2 المدة اللازمة لقطع نفس المسافة إيابا فإنّ السرعة المتوسّطة للدرّاج هي : $v=\dfrac{2d}{t_1+t_2}$.

لكن $t_1=\dfrac{d}{30}$ و $t_2=\dfrac{d}{10}$ منه : $t_1+t_2=\dfrac{d}{30}+\dfrac{d}{10}=\dfrac{d}{30}+\dfrac{3d}{30}=\dfrac{d+3d}{30}=\dfrac{4d}{30}$

و بالتالي : $v=\dfrac{2d}{t_1+t_2}=\dfrac{2d}{\frac{4d}{30}}=2d\times\dfrac{30}{4d}=\dfrac{2d\times 30}{4d}=\dfrac{60\cancel{d}}{4\cancel{d}}=15$

إذن السرعة المتوسّطة للدرّاج هي : $\boxed{15\,\text{km/h}}$.

7

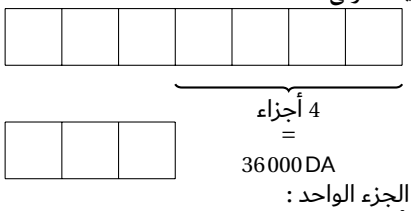
(1) لدينا : $40\%=\dfrac{4\cancel{0}}{10\cancel{0}}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

الكسر الذي يمثل مساهمة محمد هو :

$$1-\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)=1-\left(\frac{5+6}{15}\right)=\frac{15}{15}-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$$

المبلغ المجمع n يحقق : $\dfrac{160\,000}{n}=\dfrac{4}{15}$ منه $n=\dfrac{160\,000\times 15}{4}=600\,000\,\text{DA}$.

(2) **الطريقة الأولى :**



- قيمة الجزء الواحد : $36000\div 4=9000\,\text{DA}$
- عدد الأجزاء : $3\,(\text{الحقيبة})+7\,(\text{الهاتف})=10$
- مقدار التخفيض : $10\times 9000=90000\,\text{DA}$
- النسبة المئوية للتخفيض هي :

$$\frac{\text{مقدار التخفيض}}{\text{المبلغ الأصلي}}\times 100=\frac{90\,000}{600\,000}\times 100=15\%$$

الطريقة الثانية :

نرمز ب x لثمن الحقيبة. ثمن الهاتف هو $\dfrac{7}{3}x$.

الفرق بينهما هو $\dfrac{7}{3}x-x=\left(\dfrac{7}{3}-1\right)x=\left(\dfrac{7}{3}-\dfrac{3}{3}\right)=\dfrac{4}{3}x$

و هو ما يمثل 36000 DA إذن : $\dfrac{4}{3}x=36\,000$ منه $4x=36000\times 3$ أي

$4x=108\,000$ منه $x=\dfrac{108\,000}{4}=27\,000\,\text{DA}$.

مقدار التخفيض هو :

$$x+\frac{7}{3}x=\left(1+\frac{7}{3}\right)x=\left(\frac{3}{3}+\frac{7}{3}\right)x=\frac{10}{3}x=\frac{10}{3}\times 27\,000$$
$$=10\times(27\,000\div 3)=10\times 9000=90\,000\,\text{DA}$$

و النسبة المئوية للتخفيض هي :

$$\frac{\text{مقدار التخفيض}}{\text{المبلغ الأصلي}}\times 100=\frac{90\,000}{600\,000}\times 100=15\%$$

8

(1) النسبة المئوية للفرق بين ثمن الألواح الشمسية و جهاز تحويل الطاقة هي $45{,}5\%-25{,}5\%=20\%$ و هو ما يمثل 48000 DA.

لدينا إذن جدول التناسبية التالي :

20%	100%
48000 DA	x

نستنتج أن كلفة المشروع هي (القاعدة الثلاثية) :

$$x=\frac{100\times 48\,000}{20}=240\,000\,\text{DA}$$

(2) **الطريقة الأولى:**

- قيمة 50 قسطا : $50\times 5088=254\,400\,\text{DA}$
- قيمة الفائض : $254\,400-240\,000=14\,400\,\text{DA}$
- النسبة المئوية للفائض من قيمة القرض : $\dfrac{14\,400\times 100}{240\,000}=6\%$

الطريقة الثانية:

- قيمة 50 قسطا : $50\times 5088=254\,400\,\text{DA}$
- النسبة المئوية لكلفة المشروع مع الفائض : $\dfrac{254\,400\times 100}{240\,000}=106\%$
- النسبة المئوية للفائض من قيمة القرض : $106\%-100\%=6\%$

الطريقة الثالثة:

- قيمة القسط الشهري الواحد دون اعتبار الفائض : $240\,000\div 50=4800\,\text{DA}$
- قيمة الفائض الشهري عن كل قسط : $5088-4800=288\,\text{DA}$
- النسبة المئوية للفائض من قيمة القرض : $\dfrac{288\times 100}{4800}=6\%$

الطريقة الرابعة:

- قيمة القسط الشهري الواحد دون اعتبار الفائض : $240\,000\div 50=4800\,\text{DA}$
- النسبة المئوية لقيمة القسط الواحد مع الفائض : $\dfrac{5088\times 100}{4800}=106\%$
- النسبة المئوية للفائض من قيمة القرض : $106\%-100\%=6\%$