نعتبر سلسلة النقاط (عددها 25) التي تحصل عليها تلاميذ أحد أقسام الثالثة متوسط في فرض الرياضيات :

8 – 9 – 14 – 8 – 8 – 12 – 9 – 7 – 12 – 9 – 13 – 9 – 11 – 12 – 7 – 8 – 9 – 15 – 10 – 14 – 8 – 13 – 7 .

يمكن تلخيص هذه العلامات في الجدول التالي :

العلامة	7	8	9	10	11	12	13	14	15	المجموع
التكرار	3	6	5	1	2	3	2	2	1	25
التكرار النسبي	0, 12	0, 24	0, 20	0, 04	0, 08	0, 12	0, 08	0, 08	0, 04	1
النسبة المئوية للتكرار (%)	12	24	20	4	8	12	8	8	4	100

I) التكرار و التكرار النسبي

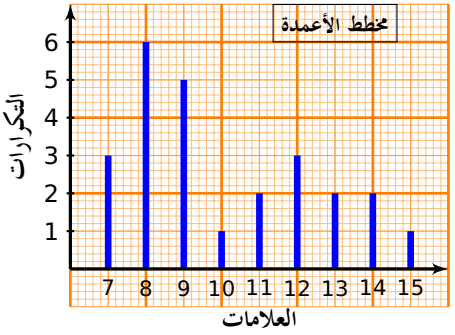
في سلسلة إحصائية، **تكرار** قيمة هو عدد مرات ظهورها.
التكرار الكلي هو عدد قيم السلسلة الإحصائية.
التكرار النسبي لقيمة (أو **التواتر**) هو حاصل قسمة تكرار هذه القيمة على التكرار الكلي.
النسبة المئوية للتكرار هي جداء التكرار النسبي في 100 .

في المثال المعتبر :
تكرار العلامة 8 هو 6 (يوجد 6 تلاميذ حصلوا على العلامة 8) .
التكرار الكلي هو عدد العلامات (التلاميذ) أي 25 .
التكرار النسبي للعلامة 8 هو $\frac{\text{تكرار العلامة}}{\text{التكرار الكلي}} = \frac{6}{25} = 0,24$.
النسبة المئوية لتكرار العلامة 8 هي $0,24 \times 100 = 24\%$.

ملاحظات :
(1) مجموع التكرارات النسبية يساوي 1 .
(2) مجموع النسب المئوية للتكرارات يساوي 100% .

II) التمثيلات البيانية

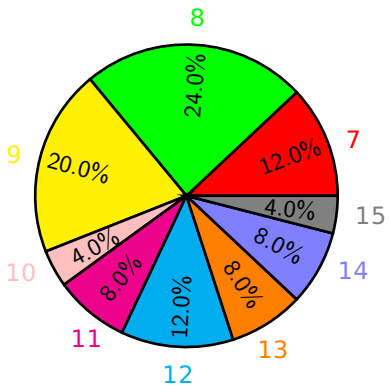
(أ) **التمثيل بالأعمدة**: مخطط الأعمدة هو تمثيل بياني تكون فيه ارتفاعات الأعمدة متناسبة مع التكرارات.

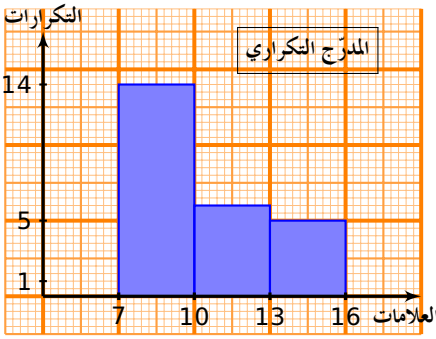


(ب) **التمثيل الدائري**: المخطط الدائري هو تمثيل بياني بقطاعات قرص بحيث تكون فيه أقياس القطاعات متناسبة مع التكرارات.

(ج) **المدرج التكراري**: التمثيل بمدرج تكراري هو تمثيل بمستطيلات لسلسلة مجمّعة في فئات بحيث تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات.

فئات العلامات	[7; 10[	[10; 13[	[13; 16[	المجموع
التكرار	14	6	5	25





ملاحظة : يُستحسن تجميع القِيَم في فئات متساوية المدى و في هذه الحالة تكون الارتفاعات متناسبة مع التكرارات.

III) المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

III-1) متوسط (معدل) سلسلة إحصائية

متوسط (معدل) سلسلة إحصائية يساوي حاصل قسمة مجموع قِيم هذه السلسلة على التكرار الكلي.

مثلاً، متوسط السلسلة الإحصائية التالية :
14, 5 ؛ 10 ؛ 19 ؛ 19, 5 و 14, 5

هو $\frac{14,5 + 10 + 19 + 19,5 + 14,5}{5} = \frac{77,5}{5} = 15,5$

ملاحظات:
(1) معدل سلسلة إحصائية لا يساوي بالضرورة إحدى قيمها.
(2) معدل سلسلة إحصائية محصور دائما بين أصغر قيمة للسلسلة و أكبر قيمة لها.
في المثال السابق، لدينا : $10 < 15,5 < 19,5$.

III-2) المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية هو مجموع جداء كل قيمة في تكرارها مقسوما على مجموع المعاملات.

العلامة	7	8	9	10	11	12	13	14	15	المجموع
التكرار	3	6	5	1	2	3	2	2	1	25
الجداءات	21	48	45	10	22	36	26	28	15	251

لحساب **المتوسط المتوازن** لسلسلة إحصائية :
- نحسب جداء كلّ فئة في تكرارها (معاملها) ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات (المعاملات).

في مثالنا، المتوسط المتوازن (معدل العلامات) هو :

$$M = \frac{7\times3+8\times6+9\times5+10\times1+11\times2+12\times3+13\times2+14\times2+15\times1}{3+6+5+1+2+3+2+2+1}$$
$$= \frac{21+48+45+10+22+36+26+28+15}{25}$$
$$= \frac{251}{25}$$
$$M = \mathbf{10,04}$$

III) 3- القيمة المقربة للمتوسط المتوازن (التجميع في فئات)

عندما تكون المعطيات مجمّعة في فئات، نبدأ بحساب مراكز هذه الفئات.

فئات العلامات	[7; 10[	[10; 13[	[13; 16[	المجموع
مراكز الفئات	8,5	11,5	14,5	
التكرارات	14	6	5	25
الجداءات	119	69	72,5	260,5

لحساب قيمة مقربة **للمتوسط الحسابي** لسلسلة إحصائية مجمّعة في فئات :

- نحسب مركز كلّ فئة ،
- نحسب جداء مركز كلّ فئة في تكرارها ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات.

في مثالنا، القيمة المقربة للمتوسط المتوازن لسلسلة العلامات المجمعة في فئات هي:

$$M' = \frac{8,5\times14+11,5\times6+14,5\times5}{14+6+5}$$
$$= \frac{119+69+72,5}{25}$$
$$= \frac{260,5}{25}$$
$$M' = \mathbf{10,42}$$

ملاحظة : القيمة 10,42 هي قيمة مقربة للمتوسط المتوازن للسلسلة المدروسة أما القيمة المضبوطة فهي التي وجدناها بالطريقة السابقة (أي هي 10,04).

الاختلاف في القيمتين راجع إلى تعويض كل فئة $[a;b[$ بمركزها $\frac{a+b}{2}$ أي فرضنا أن كل تلاميذ فئة $[a;b[$ تحصلوا على نفس العلامة $\frac{a+b}{2}$ و فقدنا عندئذ معلومات حول توزيع العلامات.

IV) تطبيقات

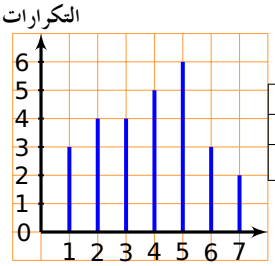
1 احسب النسبة المئوية لكل تكرار :

القيمة	a	b	c	d	e
التكرار	2	6	9	5	3
التكرار النسبي (%)					

2 احسب التكرارات علما أنّ التكرار الكلي هو 650 :

القيمة	f	g	h	i	j
التكرار					
التكرار النسبي (%)	16	12	24	26	22

3 أتمم الجدول اعتماداً على مخطط الأعمدة :



القيمة							
التكرار							
التكرار النسبي (%)							

4 هل صحيح أنّ المعدل اليومي لدرجات الحرارة التالية أكبر من 2°C ؟

السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
4°C	7°C	6°C	3°C	−2°C	−5°C	−1°C

5 جِد العلامة الأخيرة إذا علمت أنّ معدّل التلميذ هو 10 :

9	13	8	15	4	?

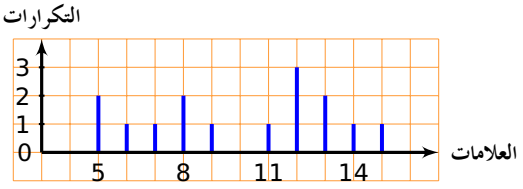
6 احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية :

القيمة	1	2	3	4	5
التكرار	7	11	14	10	8

7 السلسلة A معرفة بالقِيَم التالية :

2 – 4 – 5 – 9 – 10 – 10 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 16 .

السلسلة B معرفة بمخطط الأعمدة التالي :



هل صحيح أنه للسلسلتين A و B نفس المتوسط (المعدل) ؟

8 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[1; 3[	[3; 5[	[5; 7[	[7; 9[
التكرار	7	9	12	4

9 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[0; 5[	[5; 10[	[10; 15[	[15; 20[
التكرار	7	9	12	4

10 (اختبار الفصل الثالث، **2015** / **2016**)

فيما يلي، درجات الحرارة المسجلة خلال شهر ديسمبر 2015 في مدينة **مقلع** :

18	19	19	20	22	21	19	20	18	20	20
20	20	20	22	22	20	22	21	20	21	20
		21	18	16	19	19	19	18	18	22

(**المصدر** : http://www.accuweather.com)

أتمم الجدول التالي مع شرح الطريقة بالنسبة لدرجة الحرارة 20°C :

درجات الحرارة (°c)	16	18	19	20	21	22
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار (%)						

ما هو معدل درجات الحرارة لهذا الشهر ؟

11 (**الاختبار الاستدراكي، 2014** / **2015**)

الجدول التالي يبيّن توزيع تلاميذ إحدى المتوسطات حسب فئات العمر :

السن a	$10 \leqslant a < 12$	$12 \leqslant a < 14$	$14 \leqslant a < 16$	$16 \leqslant a < 18$	المجموع
التكرار	130	220		35	500
التكرار النسبي					

(1) انقل الجدول ثمّ أتممه مع الشرح.

(2) احسب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية.

(3) مثّل هذه المعطيات بمدرّج تكراري.

12 في شهر جانفي 2013 ، تم إحصاء قامات المواليد (بِـ cm) في إحدى العيادات فكانت النتائج كالتالي :

48,1	51,3	51	48,4	50,2	53	52,7	51,6	49,3
50,9	49,6	48,1	49	49,9	50,4	50,1	49,8	50,9
		52,5	52,8	47,1	51,8	54,1	50,6	47,9

(1) نظّم هذه المعطيات في الجدول التالي الذي فئاته متساوية المدى :

القامة (cm)	$47 \leqslant t < 49$	.....	$51 \leqslant t < 53$	.....
التكرار				
التكرار النسبي (%)				
مراكز الفئات		50		

(2) ما هو مدى هذه الفئات ؟

(3) ما هو عدد المواليد الذين تقل قاماتهم عن 53 cm ؟

(4) مثل هذه المعطيات بمدرج تكراري.

(5) احسب متوسط القامات لهؤلاء المواليد.

أراد أحد البخلاء أن يشارك صديقه في كلفة طعام فقال :

مِنْكَ الدَّقِيقُ وَ مِنِّي النَّارُ أُوقِدُهَا وَ المَاءُ مِنِّي وَ مِنْكَ السَّمْنُ وَ العَسَلُ