## التناسبية، النسبة المئوية، المقياس

# I التناسبية و اللاتناسبية

نقول عن جدول بسطرين إنه يترجم **وضعية تناسبية** إذا أمكن الانتقال من سطر إلى آخر بالضرب في نفس العدد غير المعدوم. يُسمّى هذا العدد **معامل التناسبية**.
الجدول الذي يمثّل قِيَم المقدارين يُسمّى **جدول تناسبية**.

**مثال** :

| | | | |
|---|---|---|---|
| عدد الأزهار | 6 | 10 | 15 |
| السعر (DA) | 138 | 230 | 345 |

$\times 23$ ، $\div 23$

$23 = \frac{345}{15}$ ؛ $23 = \frac{230}{10}$ ؛ $\frac{138}{6} = 23$. كل حواصل القسمة متساوية إذن سعر الأزهار متناسب مع عددها. معامل التناسبية هو 23 و هو سعر الزهرة الواحدة.

**جدول لاتناسبية** : يمكن أن يكون مقداران غير متناسبين.
في هذه الحالة نقول إنّ الجدول **جدول لاتناسبية**. مثلاً :

- **قامة الإنسان** ليست متناسبة مع **عمره**.
- **مساحة المربع** ليست متناسبة مع **طول ضلعه**.

**مثال** :

| | | |
|---|---|---|
| المدة الزمنية لكراء سيارة (h) | 4 | 12 |
| السعر (DA) | 5000 | 9000 |

$750 = \frac{9000}{12}$ ؛ $\frac{5000}{4} = 1250$. أي $\frac{5000}{4} \neq \frac{9000}{12}$ إذن هذا جدول لاتناسبية
و هذا يعني أن مدة كراء السيارة لا تتناسب مع السعر.

# II إتمام جدول تناسبية

لإتمام جدول تناسبية، يمكن :
- استعمال معامل التناسبية ؛
- ضرب عمود في (أو قسمته على) نفس العدد غير المعدوم للحصول على عمود آخر ؛
- جمع أو طرح عمودين مع بعضهما للحصول على عمود ثالث ؛
- كما يمكن استعمال الرابع المتناسب (القاعدة الثلاثية) .

**مثال 1** : يسير درّاج بسرعة ثابتة بحيث أنّ المسافة المقطوعة متناسبة مع الزمن المستغرق لقطعها. أكمل الجدول الآتي بعد حساب معامل التناسبية :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| المسافة (km) | 10 | 9 | 7 | 4 | 3 |
| المدة (min) | ... | ... | ... | ... | 10,5 |

معامل التناسبية هو : $k = \frac{10,5}{3} = 3,5$
و بالتالي لإتمام الجدول، يكفي أن نضرب أعداد السطر الأول في 3,5.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| المسافة (km) | 3 | 4 | 7 | 9 | 10 |
| المدة (min) | 10,5 | 14 | 24,5 | 31,5 | 35 |

$\times 3,5$

**مثال 2** : احسب العددين $x$ و $y$ علما أن الجدول يمثل وضعية تناسبية.

$\times 2$ ، $\div 10$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,2 | 0,4 | 5 | 0,5 |
| 13 | $x$ | 325 | $y$ |

$\times 2$ ، $\div 10$

نلاحظ أنّ $0,4 = 2 \times 0,2$ ، إذن : $x = 2 \times 13 = 26$
و نلاحظ أنّ $0,5 = 5 \div 10$ ، إذن : $y = 325 \div 10 = 32,5$

**مثال 3** : احسب العددين $z$ و $t$ في جدول التناسبية التالي.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,2 | 0,5 | 0,7 | 1 | 0,4 | 0,6 |
| 13 | 32,5 | $z$ | 65 | 26 | $t$ |

نلاحظ أنّ $0,2 + 0,5 = 0,7$ ، إذن : $z = 13 + 32,5 = 45,5$
و نلاحظ أنّ $0,6 = 1 - 0,4$ ، إذن : $t = 65 - 26 = 39$

**مثال 4** : احسب العدد $b$ في جدول التناسبية الآتي

| | | |
|---|---|---|
| وزن التفاح (kg) | 1,6 | $b$ |
| السعر (DA) | 192 | 288 |

لحساب $b$، نستعمل الرابع المتناسب (القاعدة الثلاثية) :

$1,6 \longrightarrow 192$
$b \longrightarrow 288$ منه : $b = \frac{1,6 \times 288}{192} = \frac{460,8}{192} = 2,4$ .

**خاصية الجداءين المتصالبين:**

$a$ ، $b$ ، $c$ ، $d$ أعداد غير معدومة. إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن $a \times d = b \times c$.

# III النسبة المئوية

تُترجِم **النسبة المئوية** وضعية تناسبية نقارن فيها المقدار الإجمالي بالعدد 100.

**مثال:**
يتكون أحد أقسام السنة الثانية متوسط من 20 تلميذاً، 60% منهم إناث.
هذا يعني أنه لو كان عدد التلاميذ في هذا القسم 100 تلميذ، لكان عدد الإناث 60 أنثى. لدينا إذن جدول التناسبية التالي :

| | | |
|---|---|---|
| عدد التلاميذ | 100 | 20 |
| عدد الإناث | 60 | $x$ |

عدد الإناث في هذا القسم هو إذن : $x = \frac{60 \times 20}{100} = 12$

**حساب نسبة مئوية:**

يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب رابع متناسب.

**مثال 1:** تحصل 9 تلاميذ من بين 25 تلميذا على المعدل في الرياضيات.
النسبة المئوية للتلاميذ الحاصلين على المعدل في الرياضيات في هذا القسم هي : $\frac{\text{عدد التلاميذ الحاصلين على المعدل}}{\text{عدد تلاميذ القسم}} \times 100 = \frac{9}{25} \times 100 = \frac{900}{25} = 36\%$

**مثال 2** : في أحد الأيام، كان عدد الزائرين لمتحف المجاهد 835 زائراً من بينهم 144 زائراً أجنبياً. ما هي النسبة المئوية للزوار الأجانب ؟
النسبة المئوية للزوّار الأجانب هي : $p = \frac{144}{835} \times 100 \approx 17,25\%$

| | | |
|---|---|---|
| العدد الإجمالي للزوّار | 835 | 1005 |
| عدد الزوّار الأجانب | 144 | $p$ |

**مقارنة حصص** :

لمقارنة حصص، يمكن استعمال النسبة المئوية (أو الكتابة العشرية).

**مثال 1:**
في التدرّب على ضربات الجزاء، سجّل وليد 17 هدفاً من بين 20 تسديدة، بينما سجّل أحمد 20 هدفاً من بين 25 تسديدة. في رأيك، من منهما كان أداؤه أحسن ؟

للإجابة على هذا السؤال، لا يمكن مقارنة عدد الأهداف المسجلة مباشرة لأنّ عدد التسديدات مختلف. لهذا السبب، سنقارن نسبة النجاح لكل منهما.

بالنسبة لوليد، النسبة المئوية للنجاح هي : $p_1 = \frac{17}{20} \times 100 = 85\%$

أما بالنسبة لأحمد، فإن النسبة المئوية للنجاح هي : $p_2 = \frac{20}{25} \times 100 = 80\%$

و بما أنّ $p_1 > p_2$ فإنّ أداء وليد كان أحسن من أداء أحمد.

**مثال 2**: حضرنا مشروبين بذوق الفراولة كماي يلي :

- المشروب الأول : بوضع $6\,\text{cL}$ من محلول الفراولة في $24\,\text{cL}$ من الماء.
- المشروب الأول : بوضع $8\,\text{cL}$ من محلول الفراولة في $42\,\text{cL}$ من الماء.

ما هو المشروب الأكثر تركيزا ؟

**الحل**:

- نسبة الفراولة في المشروب الأول : $p_1 = \frac{6 \times 100}{24+6} = \frac{600}{30} = 20\%$
- نسبة الفراولة في المشروب الثاني : $p_2 = \frac{8 \times 100}{42+8} = \frac{800}{50} = 16\%$

إذن المشروب الأول هو الأكثر تركيزا من حيث الفراولة.

**مثال 3** : يوجد في متوسطة الخوارزمي 600 تلميذ، نجح منهم 486 تلميذاً بينما نجح 288 تلميذاً من بين 400 تلميذ في متوسطة ابن سينا.

ما هي المتوسطة التي يكون لك فيها أوفر حظ للنجاح ؟

**الحل** :

- نسبة النجاح في متوسطة الخوارزمي : $p_1 = \frac{486 \times 1\cancel{00}}{6\cancel{00}} = \frac{486}{6} = 81\%$
- نسبة النجاح في متوسطة ابن سينا : $p_2 = \frac{288 \times 1\cancel{00}}{4\cancel{00}} = \frac{288}{4} = 72\%$

إذن الحظوظ (نسبة النجاح) تكون أوفر في متوسطة الخوارزمي.

**تطبيق نسبة مئوية** :

حساب $p\%$ من مقدار ما يعني ضرب هذا المقدار في العدد $p$ ثمّ قسمة النتيجة على 100 (أي أخذ الكسر $\frac{p}{100}$ من هذا المقدار).

**مثال** : يمثّل الماء نسبة 75% من جسم الإنسان. ما هو وزن الماء في جسم شخص يزن $44\,\text{kg}$ ؟

**الحل**: كتلة الماء في جسم هذا الشخص هي : $44 \times \frac{75}{100} = 44 \times 0,75 = 33\,\text{kg}$.

**الكتابة العشرية لنسبة مئوية** النسبة المئوية هي إذن عبارة عن كسر عشري (مقامه 100) و بالتالي يمكن كتابته كتابة عشرية. مثلاً، 50% هو الكسر $\frac{50}{100}$ أي العدد العشري 0,5 . إذن أخذ 50% من مقدار هو ضربه في 0,5 .

من جهة أخرى، 50% من مقدار تعني نصفه إذن أخذ 50% من مقدار هو قسمته على 2 .

**بعض النسب المئوية الخاصة** :

$1\% = 0,01$ ؛ $10\% = 0,1$ ؛ $20\% = 0,2 = \frac{1}{5}$ ؛ $25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$ ؛

$50\% = 0,5 = \frac{1}{2}$ ؛ $75\% = 0,75 = \frac{3}{4}$ ؛ $33\% \approx \frac{1}{3}$ ؛ $67\% \approx \frac{2}{3}$ .

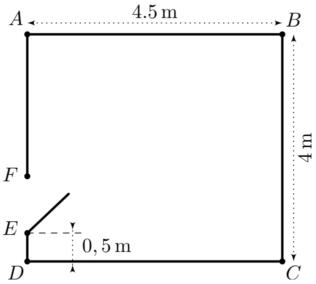
## IV المقياس

نستعمل **المقياس** لتكبير أو تصغير الأجسام.
كل أبعاد الجسم متناسبة مع أبعاد التكبير أو التصغير و معامل التناسبية (العدد الذي تُضرب فيه الأبعاد) يُسمى **مقياس** الرسم (التصميم).
غالباً ما نعبِّر عن مقياس الرسم بكسر بسطه 1 .
إذا كان مقياس رسم هو $\frac{1}{1000}$ مثلاً، فهذا يعني أنّ الأبعاد على التمثيل تكون 1000 مرّة أصغر من الأبعاد الحقيقية ؛ بمعنى آخر، كلّ $1\,\text{cm}$ على التمثيل يقابله $1000\,\text{cm}$ في الواقع.
إذا كان المقياس أكبر من 1 فإننا نقوم بتكبير الجسم ؛ و إذا كان المقياس أصغر من 1 فإننا نقوم بتصغير الجسم.

**مثال 1** :

على خريطة بالمقياس $\frac{1}{200000}$ ، كل $1\,\text{cm}$ يمثّل $200000\,\text{cm}$ في الواقع أي كل $1\,\text{cm}$ على الخريطة يمثّل $2\,\text{km}$ في الواقع.

**مثال 2** :




الشكل المقابل تصميم لغرفة نوم سامي.

لدينا : الطول على التصميم $AB = 4,5\,\text{cm}$ و الطول الحقيقي $AB = 4,5\,\text{m} = 450\,\text{cm}$ إذن مقياس الرسم هو :

$$k = \frac{\text{الطول على التصميم بـ cm}}{\text{الطول الحقيقي بـ cm}} = \frac{4,5}{450} = \frac{4,5 \div 4,5}{450 \div 4,5} = \frac{1}{100}$$

| الأبعاد | $AB$ | $BC$ | $ED$ | $AF$ |
|---|---|---|---|---|
| الطول الحقيقي (m) | 4,5 | 4 | 0,5 | 2,5 |
| الطول الحقيقي (cm) | 450 | 400 | 50 | 250 |
| الطول على المخطط (cm) | 4,5 | 4 | 0,5 | 2,5 |

## V تمارين

**1** جِد قيمة كل مجهول إذا علمت أن الجدول جدول تناسبية :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 2 | 6 | 3 |
| $x+3$ | $y-1$ | 5 | $2t$ | $\frac{4}{u}$ |

**2** جِد كسرا يساوي $\frac{3}{11}$ يكون مجموع بسطه و مقامه 112.

**3** على تصميم مُعد حسب السلم $\frac{1}{625}$، مُثلث قطعة أرض بمتوازي الأضلاع طول قاعدته $8,4\,\text{cm}$ و طول ارتفاعه $56\,\text{mm}$. تم شراء هذه الأرض بـ $5\,439\,000\,\text{DA}$ و بلغت المصاريف 18% من ثمن الشراء.

– ما هو ثمن شراء المتر المربع الواحد ؟

**4** لفلاح قطعة أرض على شكل متوازي الأضلاع طول إحدى قاعدتيه $450\,\text{m}$ زرعها شمندرا سكريا فتحصل على $459\,\text{q}$ (قنطار) من السكر الصافي. ينتج الهكتار الواحد $25\,\text{t}$ (طن) من الشمندر السكري الذي يعطي بدوره 12% من وزنه سكرا صافيا.

**(1)** احسب طول ارتفاع قطعة الأرض.

**(2)** ارسم تصميما لقطعة الأرض حسب السلم $\frac{1}{5000}$ (نعتبر قيس إحدى زواياها $70°$).

**5** اشترت وكالة عقارية للسكن قطعة أرض ممثلة على تصميم سلمه $\frac{1}{2000}$ بمستطيل بُعداه $12,5\,\text{cm}$ و $7\,\text{cm}$، بحساب $6000\,\text{DA}$ المتر المربع الواحد.

**(1)** احسب ثمن شراء هذه القطعة.

تمت تهيئة هذه الأرض كما يلي :

- تخصيص 30% من مساحتها لإقامة مشاريع اقتصادية و ثقافية.
- تخصيص $5250\,\text{m}^2$ من مساحتها للطرقات و المناطق الخضراء.
- تقسيم المساحة المتبقية إلى قطع صالحة لبناء مساكن تشغل القطعة الواحدة منها $250\,\text{m}^2$.

**(2)** احسب عدد قطع الأرض المخصصة لبناء المساكن.

**(3)** إذا علمت أن أعمال التهيئة (التطهير، الإنارة، الطرقات، ...) بلغت $\frac{5}{3}$ ثمن شراء الأرض، فما هي الكلفة الإجمالية لشراء الأرض و تهيئتها ؟