الأعداد المركبة في الدورات السابقة بما يناسب دورة 2025 حسب توقعاتنا

دورة 2024

التمرين 1 : 2024 علمي الموضوع 1

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-1+2\sqrt{3})\left[z^2-2(1-\sqrt{3})z+5-2\sqrt{3}\right]=0$
2. في المستوي المركب نعتبر النقط $A\,;B\,;C$ لواحقها :

$z_C=\overline{z_A}\quad,\quad z_B=1-2\sqrt{3}\quad,\quad z_A=1-\sqrt{3}+i$

❶ اكتب $z_A-1\ ,\ z_C-1\ ,\ z_B$ على الشكل المثلثي .

❷ جد لاحقة النقطة D مرجح الجملة : $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

❸ بين أن الرباعي $ABCD$ معين .

الجواب : $S=\{1-2\sqrt{3}\ ;1-\sqrt{3}-i\ ;1-\sqrt{3}+i\}$ $\quad z_A-1=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

، $z_C-1=\overline{z_A-1}=2\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$z_B=(2\sqrt{3}-1)(-1)=(2\sqrt{3}-1)(\cos\pi+i\sin\pi)$ لأن : $-1=e^{i\pi}=\cos\pi+i\sin\pi$

$z_D=\frac{z_A-z_B+z_C}{1-1+1}=1$ ❸ نبين ① $ABCD$ متوازي أضلاع القطران متناصفان أو شعاعان متساويان و

②ضلعان متجاوران متساويان غير متعامدين . $AB=AD=2$ (أو القطران $AC\,;BD$ متعامدان غير متساويين)

التمرين 2 : 2024 علمي الموضوع 2

عين القضية الصحيحة مما يلي مع التبرير

1. مرافق العدد المركب : $z+i$ هو :

❶ $\overline{z}-i$ $\qquad$ ❷ $\boxed{\overline{z}-i}$ $\qquad$ ❸ $z-i$

2. العدد المركب : $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}$ يساوي :

❶ $\boxed{1}$ $\qquad$ ❷ i $\qquad$ ❸ -1

3. ليكن العدد المركب : $z=2(1+i\sqrt{3})$

من أجل n طبيعي غير معدوم نعرف : : $S_n=\ln|z|+\ln|z|^2+\cdots+\ln|z|^n$

❶ $S_n=(n+1)^2\ln 2$ $\qquad$ ❷ $\boxed{S_n=n(n+1)\ln 2}$ $\qquad$ ❸ $S_n=2\left(\frac{1-(2\ln 2)^n}{1-2\ln 2}\right)\ln 2$

4. العدد المركب : $z=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$ الشكل المثلثي للعدد المركب z هو :

❶ $-\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ $\qquad$ ❷ $\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ $\qquad$ ❸ $\boxed{\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}}$

الإجابة : 1 – استخدم خواص المرافقات $\overline{a+b}=\overline{a}+\overline{b}$. 2. حول أولا $\frac{1+i}{1-i}=i$ الرفع إلى 2024 ⇦ خواص الأسس والإستفادة من $i^2=-1$.

3. $|z|=|2(1+i\sqrt{3})|=4\ \Rightarrow \ln|z|^n=\ln 4^n=n\ln 4$ وهي متتالية حسابية أساسها $\ln 4$ ⇦ مجموع متتالية حسابية

4. نحول $\cos$ إلى $\sin$ والعكس باستخدام $\cos\alpha=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\ ;\sin\alpha=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

التمرين 3 : 2024 رياضي الموضوع 1

الجزءالجبري $\boxed{1}$: ❶ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-8+6i)(z^2-2z+4)=0$ ❷ جد الجذرين التربيعين للعدد المركب : $8-6i$.

الجزء الهندسي $\boxed{2}$: في المستوي المركب المزود بـ م م م م نعتبر النقط $A;B;C$ لواحقها :

$$z_A=1+i\sqrt{3} \quad , \quad z_B=iz_A \quad , \quad z_C=-z_A$$

❶ تحقق من أن : $z_A-z_B=i(z_C-z_B)$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

❷ ① اكتب كلا من : $z_A\ ;\ z_B\ ;\ z_C$ على الشكل المثلثي .

② استنتج أن النقط $A;B;C$ تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

❸ لتكن النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى مبدأ المعلم . بين أن الرباعي $ABCD$ مربع .

الجواب : $S=\{8-6i\ ;1-i\sqrt{3}\ ;1+i\sqrt{3}\}$ ❷ نضع : $(x+iy)^2=8-6i$ ⇦ ننشر ونرتب ونطابق ونضيف إليه طويلة الطرفين : ننتهي إلى الجملة التالية : $\begin{cases}2xy=-6\\x^2-y^2=8\\x^2+y^2=10\end{cases}$ ⇦ نجمع الأخيرتين ⇦ $x=\pm3$ ⇦ نعوض في الأولى ⇦ $y=\mp1$ ⇦ الجذران : $+3-i\ ;\ -3+i$ (يمكنك التأكد من أن مربع الجذرين يساوي $8-6i$.

الجزء $\boxed{2}$: ❶ يمكن التحقق من العبارة بحساب الطرفين ⇦ النسبة الشهيرة : $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=i=1\times e^{\frac{i\pi}{2}}$ ⇦

التفسير الهندسي : $\begin{cases}\frac{AB}{CB}=1\\(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})=\frac{\pi}{2}\end{cases}$ ⇦ المثلث قائم في B ومتساوي الساقين .

❷ الكتابة المثلثية $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right),\quad z_B=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

$z_C=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

❷ لأن كل الطويلات متساوية وقيمتها $|z_A|=|z_B|=|z_C|=2$ ⇦ $OA=OB=OC=2$ ⇦ النقط الثلاث $A;B,C$ تنتمي إلى دائرة واحدة مركزها O نصف قطرها $r=2$

❸ لأن القطرين $AC;BD$ متناصفان في المبدأ ⇦ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع + ضلعان متجاوران $BA;BC$ متساويان ومتعامدان (من خلال نوع المثلث السابق) ⇦ الرباعي مربع

التمرين 4 : 2024 رياضي الموضوع 2

الجزء $\boxed{1}$: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+2i)(z^2-2\sqrt{3}z+6)=0$

الجزء $\boxed{2}$: في المستوي المركب المزود بـ م م م م نعتبر النقط $A;B;C$ لواحقها :

$$z_A=1-i \quad , \quad z_B=-z_A \quad , \quad z_C=\sqrt{3}(1+i)\,,$$

❶ اكتب كلا من : $z_A\ ;\ z_B\ ;\ z_C$ على الشكل المثلثي .

❷ اكتب العدد المركب : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ثم المثلثي وبين ان المثلث ABC متقايس الأضلاع .

❸ ① عين لاحقة النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسُب نصف قطرها .

② النقطة D هي نظيرة C بالنسبة على مبدأ المعلم . بين أن الرباعي $ACBD$ معين .

الجواب : الجزء $\boxed{1}$: نستخدم المميز Δ ننتهي إلى الحلول : $\{-1+i\ ;\ \ 1-i\,;\ \sqrt{3}(1-i)\ ;\sqrt{3}(1+i)\}$

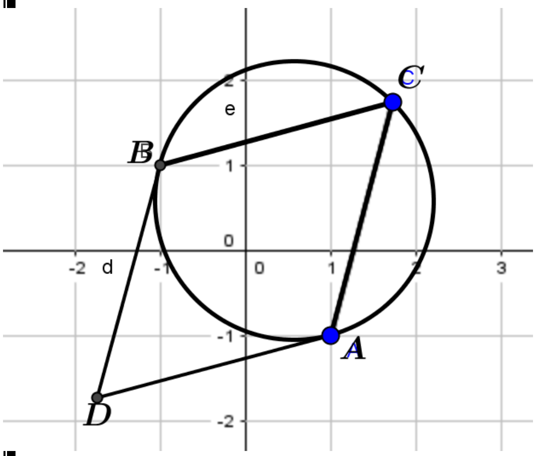
الجزء 2 : الشكل المثلثي :

$z_A=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$z_C=\sqrt{6}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right),z_B=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

❷ نعوض ونضرب في المرافق ننتهي إلى : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=1\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ ⇦ التفسير

الهندسي : $\begin{cases}\frac{CA}{BA}=1\\(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=-\frac{\pi}{3}\end{cases}$ ⇦ المثلث **ABC** متقايس الأضلاع



❸ الدائرة المحيطة بالمثلث المتقايس الأضلاع ⇦ مركزها = مركز ثقل

المثلث ⇦ $z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}+i\frac{\sqrt{3}}{3}$

نصف قطرها = بعد مركزها **G** عن إحدى رؤوس المثلث وليكن **A** ⇦

$r=|AG|=|z_A-z_G|=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

② القطران **AB ; CD** متناصفان عند النقطة **G** ⇦ الرباعي **ACBD**

متوازي أضلاع + ضلعان متجاوران متساويان غير متعامدين **AC ; BC**

⇦ الرباعي معين

دورة 2023

التمرين 1 : 2023 علمي الموضوع 2

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير

1. حلا المعادلة : $8z^2-4z+1=0$ هما :

❶ $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$, $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ ❷ $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ ❸ $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

2. الشكل الجبري للعدد المركب : $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}$ هو :

❶ $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ ❷ $\frac{\sqrt{3}}{2}-i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ ❸ $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{-2+\sqrt{3}}{2}\right)$

3. الجذران التربيعيان للعدد : **-8 + 6 i** هما :

❶ $-1-3i$, $1+3i$ ❷ $1+3i$, $1-3i$ ❸ $3+i$, $-3-i$

4. الشكل المثلثي للعدد المركب : $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ هو :

❶ $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ❷ $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ ❸ $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

الجواب : ❶ نستخدم المميز Δ ❷ نضرب في مرافق المقام ❸ نضع $(x+iy)^2=-8+6i$ ونعين $x\,;y$

راجع دورة 2024 رياضي الموضوع 1

التمرين 2: 2023 رياضي الموضوع 2

الجزء $\boxed{1}$: ❶ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\bar{z}-1+i\sqrt{3})(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$

❷ في المستوي المركب المزود بـ م م م م نعتبر النقط $A ; B ; C$ لواحقها :

$$z_C = 1+i\sqrt{3} \quad ; \quad z_B = \overline{z_A} \quad ; \quad z_A = \sqrt{2}(1+i)$$

① اكتب كلا من : z_A ; z_B ; z_C على الشكل المثلثي .

② بين أن النقط $A ; B ; C$ تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

الجزء $\boxed{2}$: نضع : $K=\frac{z_C}{2z_A}$

❶ احسب طويلة وعمدة العدد k ثم اكتبه على الشكل الجبري .

❷ استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\frac{\pi}{12}$, $\sin\frac{\pi}{12}$

❸ نضع : $L_n = {z_A}^n + {z_B}^n$ حيث n طبيعي بين أن L_n حقيقي .

الجواب : ❶ $z_1 = 1+i\sqrt{3}$, $\Delta=-8$, $z_2=\sqrt{2}(1+i)$, $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

❷ $z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, $z_B = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ② لأن النقط الثلاث لها نفس

$z_C = 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

الطويلة وتساوي 2 ⇦ $OA=OB=OC=2=r$ ومنه مركز الدائرة هو O ونصف القطر $r=2$

الجزء $\boxed{2}$: $|K|=\left|\frac{z_C}{2z_A}\right|=\frac{2}{2\times2}=\frac{1}{2}$, $\arg(K)=\arg(z_C)-\arg(z_A)=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12}$

❷ نكتب العدد k على الشكل الجبري بالضرب في مرافق المقام لنجد : $K=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}+i\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$ وبالمطابقة مع

الكتابة المثلثية للعدد $k=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ⇦ ننتهي : $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

❸ الطريقة 1 – يمكن استخدام دستور موافر مع العلم أن الدالة $\sin$ فردية ⇦

$$L_n={z_A}^n+{z_B}^n=2^n\left(\cos\frac{n\pi}{4}+i\sin\frac{n\pi}{4}\right)+2^n\left(\cos\frac{n\pi}{4}-\sin\frac{n\pi}{4}\right)=2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{4}$$

الطريقة 2 – إذا تساوى العدد ومرافقه ⇦ العدد حقيقي وباستخدام خواص المرافقات

$$\overline{L_n}=\overline{z_A}^{\,n}+\overline{z_B^n}={z_B}^n+{z_A}^n=L_n$$ ⇦ العدد L حقيقي

من دورة 2022 ⇦ دورة 2020 غابت الأعداد المركبة عن دورات البكالوريا لجميع

دورة 2019

التمرين 1 : 2019 علمي الموضوع 1 (معدلة بما يناسب 2025)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة Z : $(z-i)(z^2-4z+5)=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب م – م – م – م $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ النقط $A ; B ; C$ لواحقها :

$z_A=i$; $z_B=2-i$; $z_C=2+i$.

❶ اكتب العدد : $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC . ج : قائم في C ومتساوي الساقين

❷ من أجل كل عدد z يختلف عن $(2+i)$ نضع : $f(z)=\frac{iz-1-2i}{2z-4-2i}$.

أ- عين المجموعة (E) للنقط M صورة z و التي تحقق $|f(z)|=\frac{1}{2}$. ب- بين أن العدد $[f(i)]^{1440}$ حقيقي موجب .

الجواب: ❶ $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}=-i=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ❷ نستخرج العامل المشترك من البسط والمقام ليكون $\frac{i}{2}\left(\frac{z-z_B}{z-z_A}\right)=\frac{iz-1-2i}{2z-4-2i}$ لتؤول عبارة النص إلى

$\left|\frac{z-z_B}{z-z_A}\right|=1\rightarrow MB=MC$ محور القطعة [BC] و هو محور الفواصل .

ب- $f(i)^{1440}=\left(\frac{1+i}{2}\right)^{1440}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{1440}=\frac{\sqrt{2}}{2}^{1440}e^{i(360\pi)}=\frac{\sqrt{2}}{2}^{1440}$

التمرين 2 : 2019 علمي الموضوع 2 (معدلة بما يناسب 2025)

المستوي المركب م – م – م– م $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\,)$ نعتبر النقط **A ; B ; C** لواحقها :

$$z_C=-2z_A\ ;\ z_B=\bar{z}_A\,;\ z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$$

.1 ❶ اكتب العدد المركب z_A على الشكل الأسي . ❷ احسب العدد $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$.

.2 ❶ T الانسحاب الذي يُحول A إلى C عين z_D لاحقة النقطة D صورة B بالانسحاب T . ❷ استنتج طبيعة الرباعي **ABDC** .

.3 اكتب العدد المركب z_C-z_A على الشكل الأسي .

.4 جد قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n$ عددا حقيقيا .

الجواب: ❶ $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ❷ $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}=e^{i673\pi}+e^{i673\pi}=e^{i\pi}+e^{-i\pi}=-2$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}\rightarrow z_D=-2\sqrt{2}-4i\sqrt{6}$. لأن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع .

$\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n=e^{-in\frac{\pi}{3}}\in\mathbb{R}\rightarrow-\frac{n\pi}{3}=k\pi\rightarrow n=k\pi$.

التمرين 3 : 2019 تقني الموضوع 1. (معدل)

.1 ❶ تحقق من أن $(2-2\sqrt{3})^2=16-8\sqrt{3}$.

❷ عين على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين $L_1\,;L_2$ للعدد المركب k حيث $k=-16\sqrt{3}-16i$

.2 في المستوي م – م– م– م $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\,)$ نعتبر : $z_A=4e^{i\frac{\pi}{3}}+4e^{i\frac{5\pi}{6}}\ ;\ z_B=\frac{1}{2}iz_A\ ;\ z_C=-\frac{1}{4}z_A$

❶ اكتب z_A على الشكل الجبري ثم بين أن : $z_A=4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$. ❷ استنتج القيمة المضبوطة للعدد الحقيقي $tan\frac{7\pi}{12}$.

.3 G مرجح الجملة : $\{(A\,;2\,);(B\,;-2)\,;\ (C\,;4)\}$ ❶ بين أن : $z_G=2e^{i\frac{\pi}{3}}$. ❷ (E) مجموعة النقط M من المستوي وتحقق : $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{2}$. حدد طبيعة (E) وعناصرها المميزة ثم احسب محيط (E’) صورة (E) بالتشابه

الجواب 2019 تقني الموضوع 1 : نسمي الجذر $L = x + iy$ ولأنه جذر فإن $L^2 == -16\sqrt{3} - 16i$

نضيف شيئا آخر $k = L^2 = (x+iy)^2 = (x^2 - y^2) + (2xy)\, i \rightarrow \begin{cases} -16\sqrt{3} = x^2 - y^2 \\ -16 = 2xy \end{cases}$

$|k| = |L|^2 \rightarrow 32 = x^2 + y^2$ لتكون الجملة التالية : $\begin{cases} x^2 - y^2 = -16\sqrt{3} \quad \dots.(1) \\ xy = -8 \\ x^2 + y^2 = 32 \quad \dots(3) \end{cases}$ نجمع (1) + (3)

ننتهي إلى : $x^2 = 16 - 8\sqrt{3} = \left(2 - 2\sqrt{3}\right)^2 \rightarrow x = \pm\left(2 - 2\sqrt{3}\right) \rightarrow y = \pm\left(2 + 2\sqrt{3}\right)$ والخلاصة

$$L_1 = \left(2 - 2\sqrt{3}\right) + i\left(2 + 2\sqrt{3}\right) \;\; ; \;\; L_2 = -L_1$$

2- ❶ للمرور من الشكل شبه الأسي إلى الجبري نعبر الشكل المثلثي فننتهي إلى $z_A = L_1$ ولكتابة z_A على الشكل الأسي عدة وجوه منها أن :

$z_A^2 = k = -16\sqrt{3} - 16i = 16\left(-\sqrt{3} - i\right) = 32\, e^{i\frac{7\pi}{6}} \rightarrow z_A = \left(32\, e^{i\frac{7\pi}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm 4\sqrt{2} e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ولأن

$z_A = L_1$ من الربع الثاني حيث الزاوية $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$ ومنه $z_A = 4\sqrt{2} e^{i\frac{7\pi}{12}} = 4\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + \sin\frac{7\pi}{12}\right)$

وبالمطابقة بين الشكل الجبرية والشكل المثلثي للعدد z_A ننتهي إلى $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ و $\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

التمرين 4 دورة 2019 رياضي (الموضوع 1) (5 نقاط) (ننصح في كل تمرين للأعداد المركبة الرسم للتأكد من الحساب الحرفي وجلاء الشكل الهندسي)

نعتبر النقط $z_A = 1 + i\sqrt{2}$; $z_B = i$; $z_C = \overline{z_A}$; $z_D = \overline{z_B}$; $z_E = 1$

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 3) = 0$.

2. ❶ احسب كلا من : $|z_A - 1|$; $|z_B - 1|$; $|z_C - z_E|$ ثم تحقق من ان النقط $A ; B ; C ; D$ تنتمي الى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها . ❷ بين أن :

$z_B - z_E = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A - z_E)$. ما طبيعة المثلث ABE

3. عين لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AE}$ محددا طبيعة الرباعي $ABDE$.

الجواب : الحلول : $S = \{\pm i \,; 1 \pm i\sqrt{2}\}$ ❷ نجد $|z_C - z_E| = |z_B - z_E| = |z_A - z_E| = \sqrt{2}$ والدائرة مركزها E ونصف قطرها $r = \sqrt{2}$. 2- ❷ بعد إثبات المساواة بحساب الطرفين نحوّل الى الأسي

المقدار $\frac{z_B - z_E}{(z_A - z_E)} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = e^{i\frac{\pi}{4}}$ ⇦ التفسير الهندسي : $\begin{cases} \frac{BE}{AE} = 1 \\ (EA\,; EB) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ ⇦ فالمثلث ABE متساوي الساقين رأسه E

3. $\begin{cases} z_{\overrightarrow{BD}} = -2i \\ z_{\overrightarrow{AE}} = -\sqrt{2}i \\ z_{\overrightarrow{BD}} = \sqrt{2}\, z_{\overrightarrow{AE}} \end{cases}$ ومنه $[BD] ; [AE]$ متوازيان (الارتباط الخطي) وغير متساويين ⇦ الرباعي شبه منحرف

دورة 2018

التمرين 1 : الموضوع الثاني تقني 2018 :

I. أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : (E) ..... $4z^2 - 2z + 1 = 0$.

ب) اكتب العددين $\frac{1}{z_1}$ و $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E) .

II. م-م-م-م-م $(O;\vec{u};\vec{v})$،نعتبر النقط A، B و C لاحقاتها :

$z_A = 4$ و $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ) احسب : $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ،ثم حدّد طبيعة المثلث ABC .

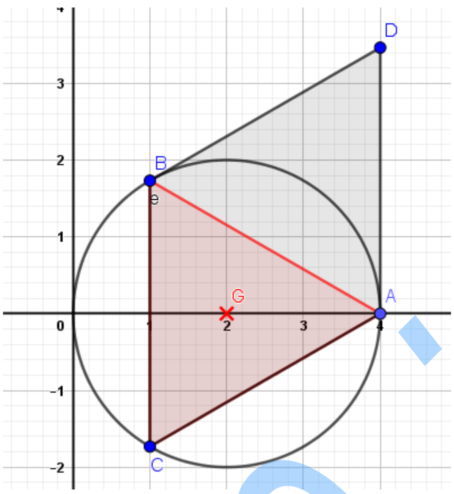
2) اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ و استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.

3) حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التى تحقق ما يلي :

$$|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$$

4) بيّن أنّ النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي الى (γ) .

الإجابة : 2018 تقني الموضوع الثاني .



I. أ- المعادلة : $4z^2 - 2z + 1 = 0$ نجد $\Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$

ليكون الحلان المترافقان : $\left\{\frac{1}{4} \mp \frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$.

ب- $\frac{1}{z_2} = 1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$; $\frac{1}{z_1} = 1 - i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

II. $z_A = 4$; $z_B = 1 + i\sqrt{3}$; $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

1)

أ- $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-\sqrt{3}(\sqrt{3} - i)}{-\sqrt{3}(\sqrt{3} + i)} = \frac{(\sqrt{3} - i)}{(\sqrt{3} + i)} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ والتفسير

الهندسي : $\begin{cases} AB = AC \\ (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$ ومنه فالمثلث ABD متقايس الاضلاع .

2) D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ معناه $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ وهذا يعني جبرا $z_D - z_A = z_B - z_C$ فنجد $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$ ومنه الرباعي متوازي أضلاع + الضلعين المتجاورين CA و CB المتساويين غير المتعامدين - لأن المثلث متقايس الأضلاع - ومنه فالرباعي هو معين .

3) مجموعة النقط M(z) : $|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}| \Rightarrow |i||z + \frac{\sqrt{3} - i}{i}| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$

$$|z - (1 + i\sqrt{3})| = |z - (1 - i\sqrt{3})| \Rightarrow |z - z_B| = |z - z_C| \Rightarrow MB = MC$$

مجموعة النقط M صور العدد z هي محور القطعة المستقيمة BC . وهو المستقيم المنطبق على محور الفواصل .

4) النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تحقق العلاقة التالية : GA = GB=GC مما يدل أن G تنتمي الى محور القطعة BC .

التمرين 2 دورة 2018 علمي الموضوع الأول :

.1 حل في المركبة : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

.2 م-م-م-نعتبر : $z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2};\quad z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\ ;\ z_C=\overline{z_B}$

❶ اكتب $z_A\ ;\ z_B$ على الشكل الأسي ثم عين قيم n الطبيعي ليكون : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

.3 ❶ تأكد من أن : $\frac{z_B}{z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ وحدد طبيعة المثلث OBC .

.4 عين مجموعة النقط (γ) المحققة للعلاقة : $|z|=\left|\overline{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$

الحل : المعادلة : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$ نجد $\Delta=-1=i^2$ والحلان المترافقان $\left\{\frac{1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

$z_C=\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}=e^{-i\frac{\pi}{6}}\quad z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{i\frac{\pi}{3}}\quad ;\quad z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{6}}$

$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\left(\frac{e^{i\frac{\pi}{3}}}{e^{i\frac{\pi}{6}}}\right)^n=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^n=e^{in\frac{\pi}{6}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{i\frac{\pi}{3}}\rightarrow e^{in\frac{\pi}{6}}=e^{i\frac{\pi}{3}}\rightarrow$

$$n\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$$

ومنه **n=2+ 12k** حيث **k** طبيعي لأن **n** طبيعي .

.1

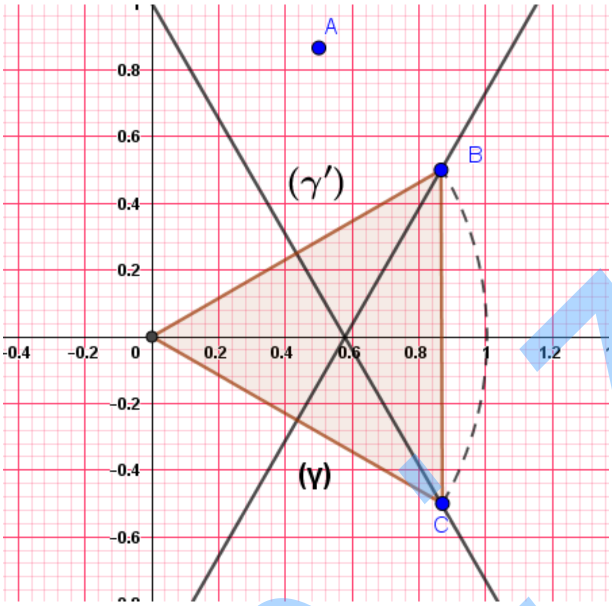
أ- من السهل التأكد – باستخدام الكتابة الأسية - من أن

$\frac{z_B}{z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ والكتابة الكلية هي : $\frac{z_B-z_O}{z_C-z_O}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ⇦

تفسيرها الهندسي :

$$OB=OC\ ;\ \left(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OB}\right)=+\frac{\pi}{3}+2\pi k$$

مما يدل أن **المثلث OBC متقايس الأضلاع** .



.2 مجموعة النقط (γ) المحققة للعلاقة :

$$|z|=\left|\overline{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$$

نتخلص من المرافق $\overline{z}$ بتركيب مرافق آخر للطرف الأيمن فقط دون أن تتأثر العبارة لأن $|A|=|\overline{A}|$

فتتحول العبارة السابقة الى $|z|=\left|z-\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right|$ معناه : $|z-z_O|=|z-z_C|$ تفسيرها الهندسي

ومنه **MO=MC** فالمجموعة (γ) من النقط **M** هي محور القطعة المستقيمة **[OC]** .

التمرين 3 : دورة 2018 علمي الموضوع الثاني :

.1 حل المعادلة : $(\overline{z}-4+i)(z^2-4z+5)=0$.

نعتبر مايلي : $z_A=2+i\ ;\ z_B=4+i\ ;\ z_A=\overline{z_C}$. ❶ تحقق من أن : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ثم عين قيم n الطبيعي ليكون : $\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا . ❷ D نقطة تحقق : $\begin{cases}|z_D-z_A|=|z_B-z_A|\\ Arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\end{cases}$. بين أن المثلث ABD متقايس الأضلاع واحسب z_D . ❸ G مركز ثقل المثلث ABD احسب z_G