

## المقطع التعليمي : الدّوال

الأستاذ هاشمي محمد للرياضيات

صفحتي على الفايسبوك و اليوتيوب

تذكير :

## الدالة الخطية

## (1) تعريف :

 $a$  عدد حقيقي معطى

- عندما نرفق بكل  $x$  بالجداء  $ax$  نقول أننا عرفنا دالة خطية  $f$  معاملها  $a$
- العدد  $ax$  يسمى صورة العدد  $x$  بالدالة  $f$  ونرمز لهذه الصورة بـ  $f(x)$  ونكتب :  $f(x) = ax$
- ونرمز لها أيضا :  $f: x \mapsto ax$

**مثال :** الدالة التي ترفق بكل عدد بضغفه هي :

$$f(x) = 2x$$

- 2 يمثل معامل الدالة الخطية  $f$
- صورة العدد 4 بالدالة  $f$  هو العدد 8 ونكتب :  $f(4) = 2 \times 4 = 8$  ;  $f(4) = 8$
- 3 هو العدد الذي صورته 6 بالدالة  $f$  ونكتب :

$$f(3) = 2 \times 3 = 6$$

الصورة

المعامل

العدد أو السابقة

## (2) تعيين صورة عدد بدالة خطية

**مثال 1 :** لتكن الدالة الخطية  $f(x) = -3x$ 

- احسب صورة العدد 1 بالدالة  $f$ .
- احسب  $f(0)$  ,  $f(-3)$

**حل المثال 1 :**عند حساب صورة عدد نعوض الحرف  $x$  بالعدد المعطى ونجري الضرب :

$$f(1) = -3 \times 1 = -3 \text{ معناه } f(1) = -3$$

$$-3 \text{ صورة العدد 1 بالدالة الخطية } f$$

$$f(0) = -3 \times 0 = 0 \text{ معناه } f(0) = 0$$

$$f(-3) = -3 \times (-3) = +9 \text{ معناه } f(-3) = +9$$

## (3) تعيين عدد غلّمت صورته بدالة خطية

 $f(x) = ax$  دالة خطية حيثالعدد الذي صورته  $f(x)$  بالدالة  $f$  هو :  $x = \frac{f(x)}{a}$ **مثال :**لدينا الدالة الخطية  $f(x) = 5x$ ما هو العدد الذي صورته 15 بالدالة  $f$  ؟**الإجابة :** حساب العدد الذي صورته 15 بالدالة  $f$ 

$$f(x) = 15 \text{ ومنه : } x = \frac{f(x)}{a} = \frac{15}{5} = 3$$

إذن :  $x = 3$  ونكتب :  $f(3) = 15$ العدد الذي صورته 15 بالدالة  $f$  هو 3

## (4) تعيين العبارة الجبرية لدالة خطية حسابيا

**مثال :**

$f$  دالة خطية حيث :  $f(2) = 5$

أوجد عبارة الدالة الخطية  $f$

**الحل :**لتعيين عبارة الدالة الخطية  $f$  يكفي حساب المعامل  $a$ **العبارة الجبرية هي من الشكل :  $f(x) = ax$** 

$$f(2) = a \times 2 = 5$$

$$2a = 5$$

ومنه :

$$a = \frac{5}{2} = 2,5$$

ومنه العبارة الجبرية للدالة الخطية  $f$  هي

$$f(x) = 2,5x$$

## (5) التمثيل البياني للدالة الخطية

التمثيل البياني للدالة الخطية هو عبارة عن مستقيم يمر بالمبدأ

معادلته من الشكل :  $y = ax$ 

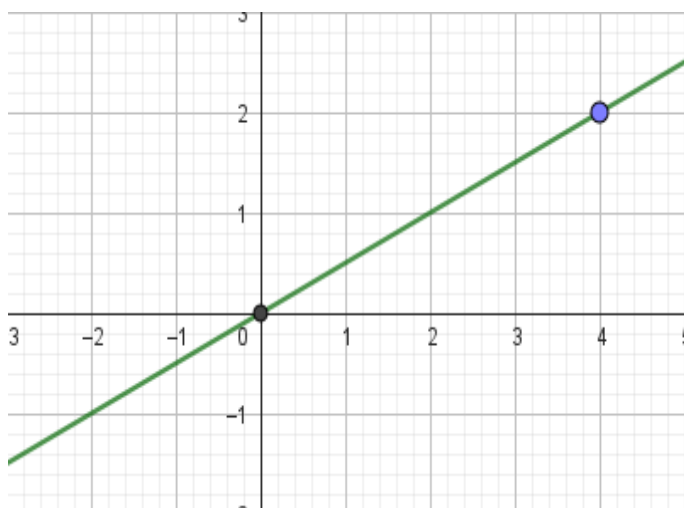
لرسمه يكفي تعيين نقطة أخرى تختلف عن المبدأ

**مثال :**لتمثيل الدالة الخطية  $g$  بيانيا حيث :  $g(x) = \frac{1}{2}x$ 

$x$	0	4
$f(x)$	0	2
النقطة	(0 ; 0)	(4 ; 2)

التمثيل البياني للدالة الخطية  $g$  هو المستقيم الذي يمر بالمبدأ

$$y = \frac{1}{2}x \text{ معادلته}$$



## تمارين الدالة الخطية :

### التمرين الأول :

$f$  دالة خطية حيث :  $f(x) = -6x$

- (1) احسب صورة العدد 2 ،  $\sqrt{3}$  بالدالة  $f$ .
- (2) احسب  $f(0,5)$  ،  $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- (3) ماهو العدد الذي صورته 12 بالدالة  $f$
- (4) احسب  $x_1$  و  $x_2$  حيث :  $f(x_1) = 30$  و  $f(x_2) = \frac{3}{4}$
- (5) مَثِّل بيانيا الدالة  $f$ .

### التمرين الثاني :

$h$  دالة خطية حيث :  $h(8) = 24$

- (1) عَيِّن العبارة الجبرية للدالة الخطية  $h$
- (2) احسب  $h\left(\frac{2}{3}\right)$  ،  $h(1)$
- (3) احسب صورة العدد 0 بالدالة  $h$
- (4) ماهو العدد الذي صورته 12 بالدالة  $h$
- (5) احسب العدد  $k$  حيث :  $h(k) = \frac{1}{2}$

### التمرين الثالث :

$g$  دالة خطية تمثيلها البياني يمر بالنقطة  $A(2; 4)$

- (1) اكتب العبارة الجبرية للدالة  $g$
- (1) احسب صورة العدد 4 بالدالة  $g$
- (2) مَثِّل بيانيا الدالة  $g$

### التمرين الرابع :

$f$  دالة خطية حيث :  $f(x) = \frac{1}{2}x$

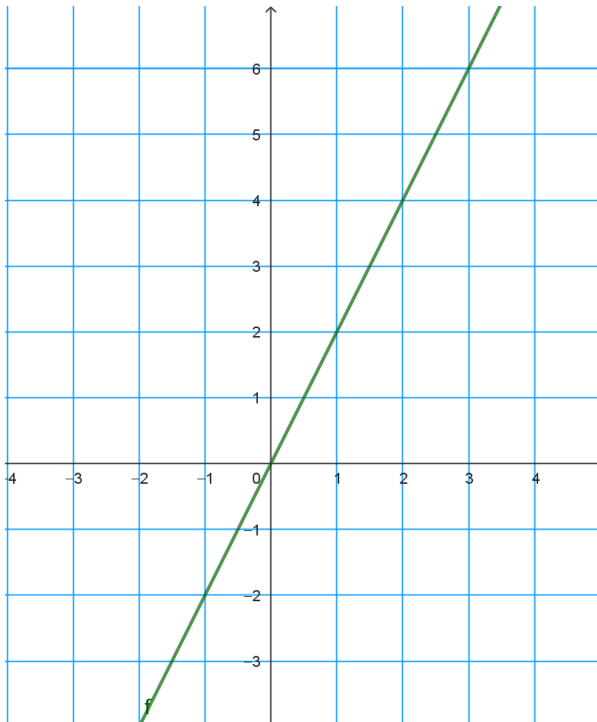
- (1) هل النقطة  $A(2; 1)$  تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة  $f$ ؟ علل إجابتك
- (2) هل النقطة  $B(6,1)$  تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة  $f$ ؟ علل إجابتك
- (3) مَثِّل الدالة  $f$

### التمرين الخامس :

المستقيم  $(d_1)$  هو التمثيل البياني للدالة  $K$  . مانوع الدالة  $K$  ؟

بقراءة بيانية :

- (1) جد صورة العدد 3 بالدالة  $k$
- (2) جد صورة العدد -2 بالدالة  $k$
- (3) ماهو العدد الذي صورته -2 بالدالة  $k$ ؟
- (4) ماهو العدد الذي صورته 5 بالدالة  $k$ ؟
- (5) حدِّد العبارة الجبرية للدالة  $k$



# الدالة الدّالّفة

تذكير :

العدد  $a$  يسمّى معامل توجيه المستقيم  
العدد  $b$  يسمّى الترتيب إلى المبدأ

## تعين العبارة الجبرية لدالة تالّفة

لتعين دالة تالّفة معاملها  $a$  و  $b$  علما أنّ  $f(x_1) = y_1$  و  $f(x_2) = y_2$  نحسب  $a$  باستعمال تناسبية التزايدات

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad \text{حيث } x_1 \neq x_2$$

لحساب المعامل  $b$  نحل إحدى المعادلتين

$$f(x_1) = y_1 \quad \text{أو} \quad f(x_2) = y_2$$

**مثال:** لتكن الدالة التالّفة بحيث  $f(1) = 3$  و  $f(2) = 5$

• عيّن العبارة الجبرية لهذه الدالة حسابيا

## • الطريقة الحسابية :

عبارة الدالة التالّفة من الشكل  $f(x) = ax + b$

## لحسب المعامل $a$

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

ومنه :  $f(x) = 2x + b$

## لحسب المعامل $b$

$$2 \times 1 + b = 3 \quad \text{ومنه } f(1) = 3$$

$$2 + b = 3$$

$$b = 3 - 2$$

$$b = 1$$

ومنه عبارة الدالة التالّفة  $f$  هي  $f(x) = 2x + 1$

## • الطريقة البيانية

نرسم المستقيم  $(D)$  ممثّل الدالة  $f$  ، الترتيب إلى المبدأ لهذا المستقيم

هو المعامل  $b$

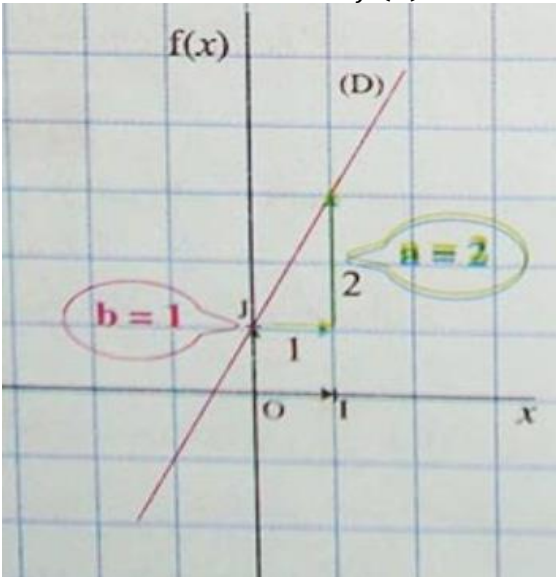
إذن :  $b = 1$

نتقدم بوحدة نحو اليمين ، ثم نصعد بوحدة نحو الأعلى لنصل إلى

المستقيم  $(D)$

إذن :  $a = 2$

ومنه :  $f(x) = 2x + 1$



## (1) تعريف:

$a$  و  $b$  عددان معلومان

عندما نرفق بكل عدد  $x$  العدد  $ax + b$  نقول أنّنا عرفنا دالة تالّفة  $f$

ونكتب :  $f(x) = ax + b$  أو  $f: x \mapsto ax + b$

## (2) حساب صورة عدد بدالة تالّفة :

**مثال:** لتكن الدالة التالّفة حيث :  $f(x) = 2x - 1$

• احسب صورة العدد 3 بالدالة  $f$

• احسب  $f(0)$  و  $f(-2)$

## الحل :

$$f(3) = 5 \quad \text{ومنه } f(3) = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$$

العدد 5 صورة العدد 3 بالدالة  $f$

$$f(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$f(-2) = 2 \times (-2) - 1 = -4 - 1 = -5$$

## (3) حساب عدد علمت صورته

لحساب سابقة العدد  $k$  بالدالة  $f$  نحل المعادلة  $f(x) = k$

**مثال:** لتكن  $f(x) = 2x - 1$

• ماهو العدد الذي صورته 9 بالدالة  $f$  ؟

## الحل :

نحل المعادلة :  $f(x) = 9$  ومنه :  $2x - 1 = 9$

$$2x = 9 + 1 \quad \text{ومنه } 2x = 10 \quad \text{ومنه } x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

العدد الذي صورته 9 بالدالة  $f$  هو 5 أي  $f(5) = 9$

## (4) التمثيل البياني لدالة تالّفة

التمثيل البياني لدالة تالّفة هو عبارة عن مستقيم لا يمر من مبدأ

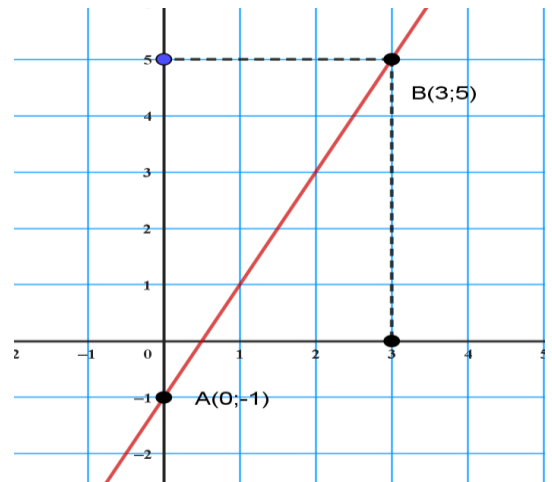
المعلم معادلته :  $y = ax + b$

يكفي تعيين نقطتين مختلفتين لرسمه

## مثال :

نريد إنشاء التمثيل البياني للدالة التالّفة  $f(x) = 2x - 1$

$x$	0	3
$f(x)$	-1	5
النقطة	$A(0; -1)$	$B(3; 5)$



## تمارين الدالة التآلفية :

### التمرين الأول :

ماهي الدوال الخطية و الدوال التآلفية من بين الدوال التالية :

$$k(x) = 1 - 2x, h(x) = -\frac{1}{3}x, g(x) = \sqrt{2}, f(x) = 3x + 1$$

$$t(x) = \frac{x+1}{2}, p(x) = 2\sqrt{x} + 1, m(x) = 5x^2$$

### التمرين الثاني:

$f$  دالة تآلفية حيث :  $f(x) = 3x - 2$

(1) احسب صورة العدد 1 بالدالة  $f$

(2) احسب  $f\left(\frac{3}{4}\right)$  ،  $f(2)$

(3) ماهو العدد الذي صورته 10 بالدالة  $f$  ؟

(4) حدّد العدد  $m$  حيث :  $f(m) = \frac{3}{2}$

### التمرين الثالث :

حدّد عبارة الدالة التآلفية  $f$  في كل حالة :

الحالة 1 :  $f(1) = 2$  و  $f(-2) = 3$

الحالة 2 : التمثيل البياني يمر بالنقطتين  $A(0; 1)$  و  $B(3; 4)$

الحالة 3 :  $f(0) = -2$  و  $f(5) - f(-3) = \frac{1}{4}$

### التمرين الرابع :

$h$  دالة تآلفية بحيث :  $h(x) = x + 5$

(1) احسب  $h(0)$

(2) حدّد العدد  $k$  بحيث :  $h(k) = 1$

(3) انشئ  $(D)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O; I; J)$

### التمرين الخامس :

(أ) نعتبر الدالة الخطية  $f$  بحيث :  $f(2) = \frac{5}{2}$

(1) مثّل بيانيا الدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة  $f$

(ب) لتكن  $g$  الدالة التآلفية التي معاملها 2 و  $g(0) = -3$

• بيّن أنّ :  $g(x) = 2x - 3$

• أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  التمثيل البياني للدالة  $g$

### التمرين السادس: (ش ت م 2016 )

$f$  دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; I; J)$  يشمل النقطتين  $A(2; 5)$  و  $B(-1; -4)$

(1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية  $f$  هي  $f(x) = 3x - 1$

(2) لتكن النقطة  $C(4; 11)$  من المستوي ، هل النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  على استقامة واحدة

(3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة  $f$

هذا العمل صدقة جارية عني وعن والدي وجميع  
المسلمين

يرجى مشاركة المنشور

ليصل الأجر و الثواب إلى الجميع

بالنسبة لحلول السلسلة الخاصة بالدالة الخطية و الدالة  
التآلفية ستنتشر إن شا الله بعد عيد الفطر المبارك في

صفحتي على  الأستاذ هاشمي محمد للرياضيات



و الشرح بالتفصيل في قناتي على اليوتيوب

الأستاذ هاشمي محمد للرياضيات