BAC

التحضير لبكالوريا 2020

شعبة : تسير و اقتصاد

☑ سلسلتي في

4. الدالة اللوغاريتم النيبيري

1. تمارين من الكتاب المدرسي
2. تمارين مقترحة
3. تمارين بكالوريا 2008-2019

جمعها الأستاذ:

بخاخشة خالد

اعداد الأستاذ : شعبان أسامة

1. تمارين من الكتاب المدرسي

.1

عين مجموعة تعريف الدالتين f و g المعرفتين كما يلي:

$$f(x)=\ln(x+1) \quad \text{و} \quad g(x)=\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

.2

اكتب على أبسط شكل ممكن الأعداد التالية:

1) $\ln 14-\ln 7$ ؛ 2) $\ln\frac{3}{2}+\ln\frac{2}{3}$ ؛

.3

اكتب الأعداد التالية على شكل $\ln x$:

- $A=\ln a-\ln b+2\ln c$
- $B=\frac{1}{2}\ln a-\frac{3}{2}\ln b+\ln\frac{a}{b}$
- $C=\ln(a+1)-\frac{1}{2}\ln b+\frac{3}{2}\ln(a+b)$

.4

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln(x)=\ln(2x-3)$

2) $\ln(x^2-1)=\ln(x+5)$

3) $\ln\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)=0$

4) $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$

5) $\ln x+\ln(4-x)=\ln(2x-1)+\ln 3$

6) $\ln(x+1)=-1+\ln(x-1)$

.5

حل المتراجحات التالية:

1) $\ln(3x)<\ln(4x+8)$

2) $\ln(x^2)<\ln(3x-2)$

3) $\ln(2x^2)>\ln(6-4x)$

4) $\ln(x^2+x-2)>0$

5) $\ln(x-1)+\ln(x-2)>2\ln(5-x)$

.6

نعتبر كثير الدود p للمتغير الحقيقي x حيث:

$$p(x)=x^4-25x^2+144$$

1) حل $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x)=0$

2) استنتج حل المعادلة:

$$(\ln x)^4-25(\ln x)^2+144=0$$

.7

1) حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية:

$$\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\frac{x}{y}+=-\ln 3 \end{cases}$$

2) أ- حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية: $\begin{cases} 4x+y=5 \\ 8x-4y=4 \end{cases}$

ب- استنتج حل الجملة التالية في $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} \ln x^4y^7-2\ln y^3=5 \\ \ln\frac{x^6}{y^4}+\ln x^2=4 \end{cases}$$

3) $\begin{cases} \ln(x+1)^4+\ln y=0 \\ \ln x^2+\ln\frac{1}{y}=\ln x \end{cases}$

.8

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية على $]0;+\infty[$

1) $\ln x-\ln 3$ 2) $(\ln x+1)(\ln x-1)$

3) $\ln x(\ln x-1)$ 4) $2x\ln(1-x)$ 5) $-x^2\ln(x+1)$

.9

احسب النهايات في كل حالة من الحالات المقترحة:

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+\ln x$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\ln x$

$\lim\limits_{x\to+\infty} 3-2\ln x$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x+5-\ln x$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3+\ln x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{\ln(x^2)}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(3-x)\ln x$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-x)\ln(-x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+\ln x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln 2-3\ln x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x-4+\ln x$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x-4+\ln x$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}(3(\ln x)^2-\ln x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-(\ln x)^2)$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{1+2\ln x}{x}$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x^2+\ln x-1$

.10

تحقق من أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال المعطى ثم احسب دالتها المشتقة

1) $f(x)=(\ln x)^2+\ln x$ ، $D=]0;+\infty[$

2) $f(x)=x^2\ln x-\frac{x^2}{2}$ ، $D=]0;+\infty[$

3) $f(x)=x\ln|x|-2x+3$ ، $D=]-\infty;0[$

.11

أجب بصحيح أم خاطئ مع التبرير

1) الدالة $f:x\mapsto \ln(x^2-1)$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$.

2) المعادلة $\ln x^2=\ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.

3) الدالة $F:x\mapsto \frac{1}{2x-1}$ المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ أصلية للدالة $f:x\mapsto \frac{1}{2}\ln(2x-1)$

.

4) إذا كانت $f(x)=x\ln x$ فإن $f'(x)=1+\frac{1}{x}$.

5) دالة أصلية للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln x-1$ هي الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$

$F(x)=\frac{1}{x}-x$.

.12

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;2]$ بـ:

$$f(x)=2x^2-3-\ln x$$

$(\mathcal{C})$ هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث

$\|\vec{i}\|=5cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$

1. ادرس نهاية الدالة f عند 0 ، فسر النتيجة هندسيا.

2. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين معادلة المماس T للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة التي فاصلتها 1.

4. ارسم T و $(\mathcal{C})$.

.13

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$$

$(\mathcal{C})$ هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة $2cm$)

1) أ) حل المعادلة $f(x)=0$

ب) ماذا تمثل هذه الحلول هندسيا؟.

2) احسب نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $(\mathcal{C})$ ؟

3) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4) أنشئ للمنحني $(\mathcal{C})$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

.14

لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+1+2[\ln x-\ln(x-1)]$

نسمي $(\mathcal{C})$ إلى التمثيل البياني لدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.الوحدة $1cm$

1.بين أنه من أجل كل $x\in]1;+\infty[$: $f(x)=x+1+2\ln\frac{x}{x-1}$

2.عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

3.ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4.احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$. استنتج أن المنحني $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ يطلب تعيين معادلة له .

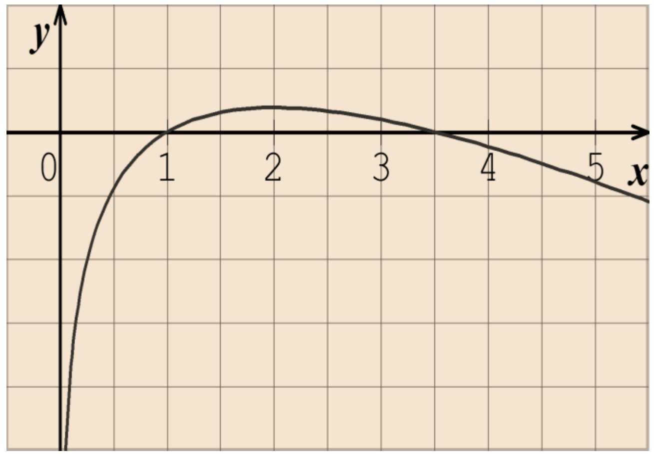
ادرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة إلى المستقيم Δ .

5. ارسم بعناية المنحني $(\mathcal{C})$.

.15

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;5]$ بـ : $f(x)=1-x+2\ln x$

الشكل التالي هو التمثيل البياني $(\mathcal{C})$ للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد الوحدة $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب.



1.احسب نهاية f عند 0 .

2. احسب $f'(x)$ و ادرس تغيرات f .

3. أ- احسب $f(1)$.

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على المجال $[3;4]$ حلا واحدا α ، ثم أعط قيمة مقربة بالزيادة إلى 10^{-2} للعدد α.

جـ- استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

3. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;5]$ بـ :

$$g(x)=x\left(-\frac{1}{2}x+2\ln x-1\right)$$

أ- بين أن g هي دالة أصلية للدالة f على $]0;5]$.

ب- في الشكل ، نعتبر الحيز المحدد بمحور الفواصل

و جزء المنحني $(\mathcal{C})$ الواقع فوق محور الفواصل

بين أن المساحة A لهذا الحيز مقدرة بوحدة المساحات هي $g(\alpha)-g(1)$.

جـ- احسب قيمة مقربة للمساحة A بـ cm^2 .(استعمل القيمة المقربة لـ α المحصل عليها في السؤال 2.ب).

.16

نعلم أن المنحني $\mathcal{C}_f$ الممثل لدالة f معرفة على $]-2;+\infty[$ يشمل النقط $O(0;0)$ و $A(-1;0)$ ، و أن المماس لـ $\mathcal{C}_f$ عند O معامل توجيهه $\ln 2$ و المماس لـ $\mathcal{C}_f$ عند A معادلته $y=x+1$.

1.أ- باستعمال هذه المعطيات ، عين $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-1)$ و $f'(-1)$.

ب- عين معادلة المماس لـ $\mathcal{C}_f$ عند O .

2. علما أنه يوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x>-2$ ،

$$f(x)=(ax^2+bx+c)\ln(x+2)$$

أ- عبر عن $f(0)$ بدلالة a ، b و c .

ب- عبر عن $f'(x)$ بدلالة a ، b و c .

جـ- استنتج $f'(0)$ و $f'(-1)$ بدلالة a ، b و c .

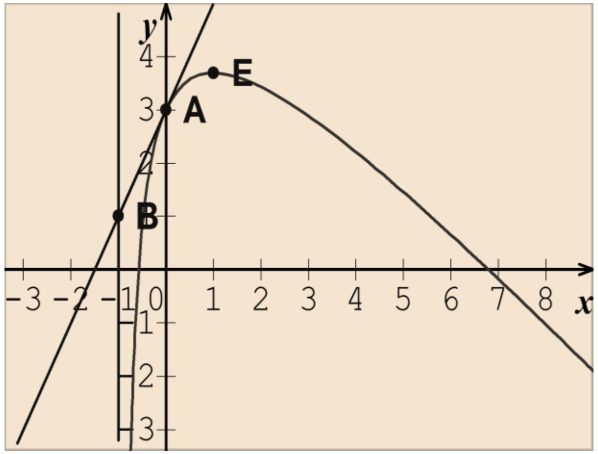
د- استنتج a ، b و c .

17.

الجزء1:

لمستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس، $(\mathcal{C})$ هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $]-1;+\infty[$

ننشئ النقط $A(0;3)$ ، $B(-1;1)$ ، $E(1;3+\ln 2)$. المستقيم (AB) مماس عند A للمنحني $(\mathcal{C})$ ، و Δ المماس للمنحني $(\mathcal{C})$ عند E .



1. باستعمال المعلومات المتوفرة، عين:

أ- معادلة للمستقيم (AB).

ب- $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

جـ- عدد حلول المعادلة $f(x)=1$.

د- جدول تغيرات الدالة f .

2. نقبل أن الدالة f على $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=ax+5+\frac{b}{x+1}+\ln(x+1)$$

حيث a و b عددان حقيقيان .

احسب a و b باستعمال $f(0)$ و $f(1)$.

الجزء2:

نقبل أن الدالة f على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x^2+4x+3}{x+1}+\ln(x+1)$

1. عين نهاية f عند -1 .أعط تفسيرا هندسيا.

2. أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$

ب- ادرس إشارة $f'(x)$.

جـ- هل النتيجة تتوافق مع الجدول الذي أنجزته في السؤال 1.د.

د- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا على $[0;+\infty[$،أعط قيمة مقربة إلى 10^{-3} لهذا الحل .

4. أ- احسب مشتقة الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$

استنتج دالة أصلية للدالة f على $]-1;+\infty[$.

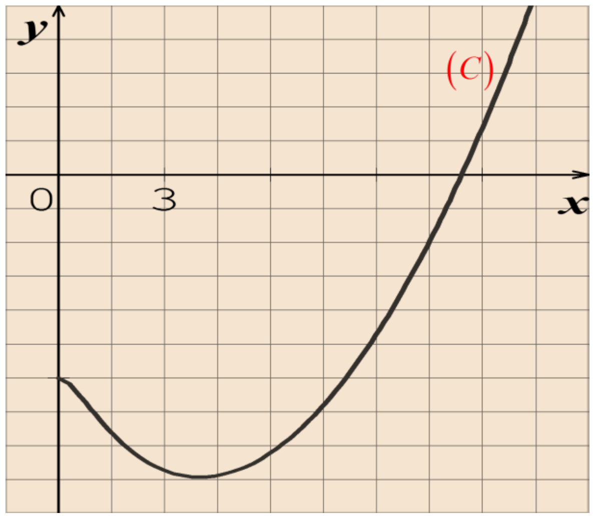
ب- احسب $\int_0^1 f(x)\,dx$ ، أعط تفسيرا هندسيا .

18.

الجزء A :

لتكن الدالة f المعرفة على $[0;50]$ بـ: $f(x)=x^2+\dfrac{50x}{x+1}-50\ln(x+1)-50$

المشتقة $f'(x)$ تساوي $\dfrac{2x(x-4)(x+6)}{(x+1)^2}$.المنحني (C) الممثل للدالة f معطى في الشكل المقابل:



1) ادرس إشارة $f'(x)$ على $[0;50]$

2) شكل جدول تغيرات f على $[0;50]$.نقبل أن $f(x)$ تنعدم من أجل قيمة واحدة α من المجال $]0;50[$ ،. استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $[0;50]$

3) أعط حصرا للعدد α بعددين طبيعيين متتابعين .

في الجزء المتبقي من المسألة نأخذ α هو القيمة الصغرى من بين هاتين القيمتين .

الجزء B:

مؤسسة تنتج كمية x (مقدرة بالكيلوغرام kg) من منتوج معين الكلفة الهامشية C مقدرة بالدينار معرفة على $[0;50]$ بـ: $C(x)=2x+\dfrac{50}{x+1}$

1) دالة الكلفة الإجمالية C_T هي الدالة الأصلية للدالة C على المجال $[0;50]$ و التي تأخذ 50 من أجل $x=0$

تحقق من أن $C_T(x)=x^2+50\ln(x+1)+50$

2) الكلفة المتوسطة هي الدالة C_m المعرفة على $[0;50]$

بـ: $$C_m(x)=\frac{C_T(x)}{x}$$

أ) أعط عبارة $C_m(x)$ بدالة x .

ب) تحقق أن مشتقة C_m يمكن وضعها على الشكل

$$C'_m(x)=\frac{f(x)}{x^2}$$

الجزء C:

1) استنتج من النتائج السابقة جدول تغيرات الدالة C_m على المجال $[0;50]$

2) ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ التمثيل البياني للدالة C_m على $[1;50]$

3) ما هو الإنتاج الذي يعطي كلفة متوسطة صغرى؟

احسب إذن الكلفة الإجمالية و الكلفة الهامشية المرفقة بالكلفة المتوسطة الصغرى

19.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+2-\ln(x+2)$

1.احسب نهاية الدالة f عند -2 .

2. بملاحظة أن $f(x)=(x+2)\left(1-\dfrac{\ln(x+2)}{x+2}\right)$ ، وباستعمال النتيجة $\lim\limits_{X\to\infty}\dfrac{\ln X}{X}=0$ ، عين نهايةالدالة f عند $+\infty$.

3.احسب مشتقة الدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات f .

4. أ– بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا واحدا α محصوراً بين 2 و 3 .

ب– باستعمال الحاسبة ، عين حصرا سعته 10^{-2} للعدد α .

5. نرمز بـ $(\mathscr{C})$ إلى منحني الدالة f في معلم متعامد و متجانس. وحدة الأطوال $1cm$.

أ– عين معامل توجيه المماس T للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها 2.

ب– ارسم T ، ثم المنحني $(\mathscr{C})$.

.2 تمارين مقترحة

.1

I - لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+2-2\ln(x)$

1. ادرس تغيّرات الدالة g واحسب $g(1)$.
2. استنتج انّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II - f دالة عددية معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2\ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

ب - بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$.

جـ - حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

2. أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب - استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

3. أ - بيّن أنّه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_f)، مواز للمستقيم (D).

ب - اكتب معادلة (Δ).

جـ - بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$

د - أنشئ المستقيمين (Δ) و (D) والمنحنى (C_f).

.2

I- g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1- عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$، ثم تحقق أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ج) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2- أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لــ(C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ب) بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جد معادلة له.

ج) نأخذ $\alpha=1,25$. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:

$0,6<x_1<0,7$ و $2,7<x_2<2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f).

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.

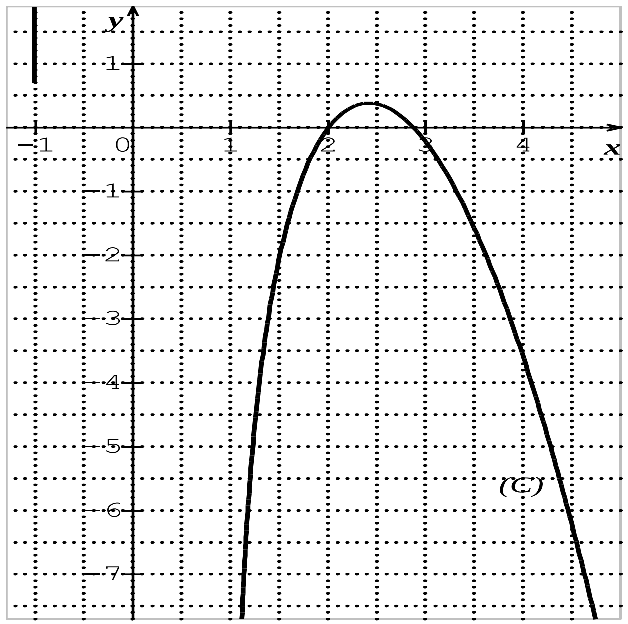
.3

I). الدالة g معرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x)=-x^2+2x+4\ln(x-1)$$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

(الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية حدد عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.
2. احسب $g(2)$.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$

تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,87;2,88[$

. ($2,87 \prec \alpha \prec 2,88$)

4. استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

II).

نعتبر f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]$ واستنتج أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $+\infty$.

د) ادرس الوضع النسبي لـلمنحنى (Γ) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2. أ) بين أنه من اجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$

(f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (Γ). (نأخذ $f(\alpha)=3.9$) .

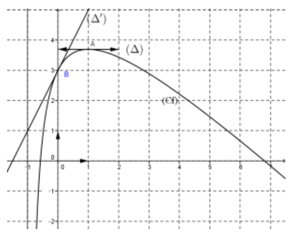
4.

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=ax+5+\dfrac{b}{x+1}+\ln(x+1)$ حيث a ، b ثابتان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

$A(1;3+\ln 2)$ ، $B(0;3)$ نقطتان من (C_f) .

(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .



1) بقراءة بيانية :

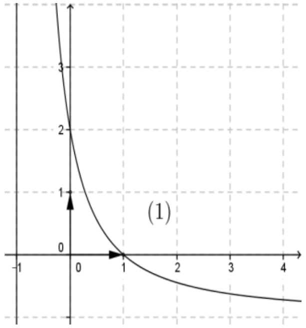
أ) احسب كلا من

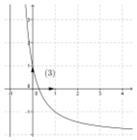
$f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

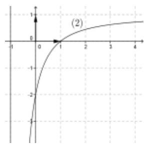
ب) - عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$. (f' هي مشتقة الدالة f)

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) من بين المنحنيات (1) ، (2) و (3) عين ؛ مع التبرير ؛ المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .







2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون :

$f(x)=-x+5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون :

$f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

د) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

3) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة :

$5-\dfrac{2}{x+1}=3x+m$ حيث x هو المجهول .

4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=-x+6-\dfrac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

– بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

.5

الجزء الأول :

g دالة عددية معرفة على المجال $D=]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$.

1- أوجد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$.

2-ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3- استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$.

1- أ- أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب- بين أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة : $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

جـ - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).

2-أ- تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1;\frac{3}{2})$.

3- أثبت أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αفي المجال $]\frac{1}{2};1[$.

4- ارسم المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T).

الجزء الثالث:

نضع من أجل x ينتمي إلى D: $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1- احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟

2- أوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C)وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x=1\ ;\ x=e\ ;y=0$.

.6

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$.

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$، ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2}<\alpha<0$.

7) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=\frac{3}{2}x+m$

9) أ - بين أن الدالة $F_a : x\to(x+a)\ln(x+a)-x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x\to\ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y=x+1$ ، $x=0$ ، $x=1$.

3. تمارين بكالوريا 2008-2019

كتابة الأستاذ : بخاخشة خالد

1. بكالوريا 2010- الموضوع 1- 04 نقاط

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(\ln(x))^2+2\ln(x)-3$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس . ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

1) أ- حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

ب - حلّل إلى $f(x)$ جداء عاملين .

جـ - حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x)+2\geq 0$.

2) أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

2. بكالوريا 2010- الموضوع 2- 09نقاط

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـِ :

$g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري) و (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس كما هو في الشكل التالي :

1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

2) أحسب $g(2)$.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $2,87<\alpha<2,88$

4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـِ :

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ - أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

ب - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

جـ - بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ - أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

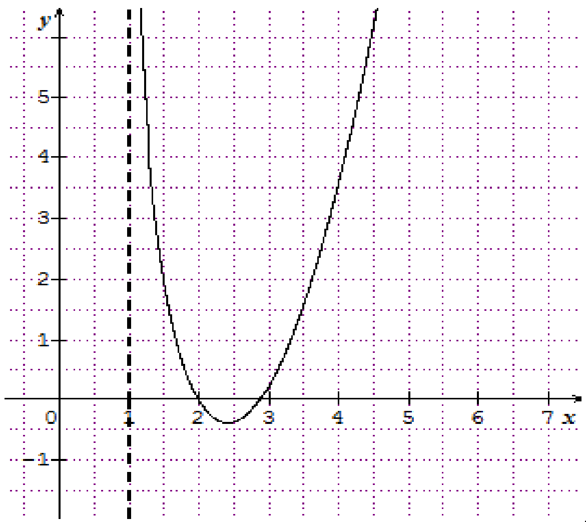
2) أ - بيّن أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب - استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها .

3) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)=3,9$)

4) أ - عيّن مشتقة الدالة : $x\mapsto[\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب - أحسب : $\int_2^5 f(x)dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا .



.3 بكالوريا 2011- الموضوع 1- 03نقاط

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاث إقتراحات من بينها واحد فقط صحيح ، حدّد الإقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير .

1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x+2)\le \ln 3$ هي :

أ) $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ ب) $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$

جـ) $\mathbb{R}$

2) لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من أجل $x=e$ معرّفة كما يلي :

أ) $F(x)=e^{-2}-\frac{1}{x^2}$ ب) $F(x)=-1+\ln x$ جـ) $F(x)=\ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة $g:x\mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2;2]$ تساوي:

أ) $\frac{4}{3}$ ب) 3

جـ) $\frac{1}{3}$

.4 بكالوريا 2012- الموضوع 1- 06نقاط

التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرّفة على المجال $[1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=ax+b+cx\ln x$ حيث c,b,a أعداد حقيقية .

1) خمّن بقراءة بيانية إتجاه تغير f و نهاية f عند $+\infty$.

2) أ- أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f على $[1;+\infty[$.

بـ - باستعمال معطيات في الشكل ، و علما أن $f(5)=16-10\ln 5$.

بيّن أن : $f(x)=3x+1-2x\ln x$

جـ - تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1 ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

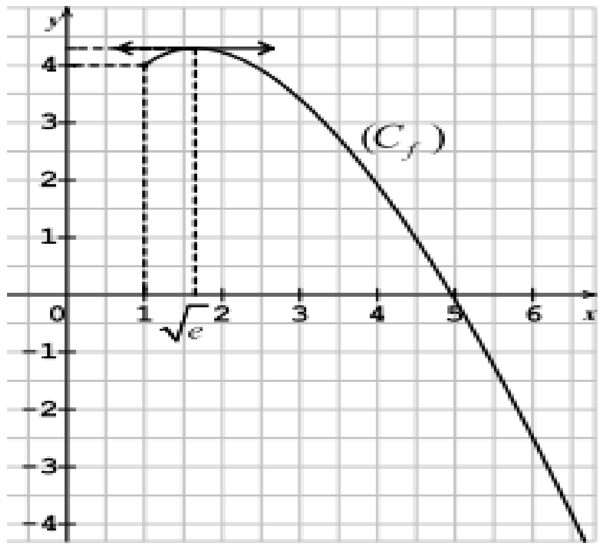
3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-\infty;1[$ ، ثم تحقق أن $4,95<\alpha<4,96$.

4) نعرّف العدد الحقيقي S كما يلي : $S=\int_1^{\alpha} f(x)dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$)

أ - بيّن أن الدالة $g:x\mapsto 2x^2+x-x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $[1;+\infty[$.

بـ - أعط تفسيرا هندسيا للعدد S ، ثم أحسبه بدلالة α .

جـ - بيّن أن : $S=\frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)-3$ ، ثم استنتج حصرا للعدد α .



I) الدالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{-x^2+x+2}{x^2}$.

1) عيّن ، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.

2) أ - تحقق أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)=-1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}$

بـ - إستنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;8]$ كما يلي: $f(x)=3-x-\frac{2}{x}+\ln x$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0;8]$ و التي تنعدم عند 1 .

بـ - إستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;8]$.

جـ - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

د- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين ، أحدهما α ، حيث : $3,8<\alpha<3,9$.

3) مثّل بيانيا (C_f) .

III) الدالة العددية h معرّفة على $\left]-\frac{2}{3};2\right]$ كما يلي : $h(x)=f(3x+2)$.

1) بيّن أنه إذا كان $-\frac{2}{3}<x\le 0$ فإن $0<3x+2\le 2$ و إذا كان $0\le x\le 2$ فإن $2\le 3x+2\le 8$.

2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3) شكّل جدول تغيرات h .

I) الدالة العددية g معرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2-\ln x$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

بـ - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا .

2) أ - بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

بـ - شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) أ - . بيّن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

بـ - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

4) عيّن فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلة للماس (T) .

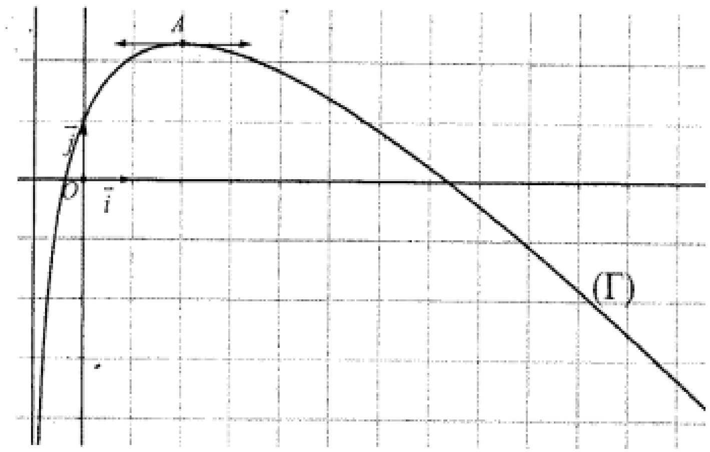
5) أرسم (D) ، (T) و (C_f).

6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$.

7. بكالوريا 2015- الموضوع 2- 09نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=ax+b+3\ln(x+1)$ حيث a و b عددان حقيقيان . (Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل ، يقبل في النقطة



$A(2;-1+3\ln3)$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل .

1) بقراءة بيانية :

أ - ضع تخمينا حول $\lim\limits_{\substack{x \to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ - شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) باستعمال المعطيات المتوفرة ، جد قيمة كل من a و b.

II) نعتبر في هذا الجزء : $f(x)=-x+1+3\ln(x+1)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر .

2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يعطى : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x}=0$)

3) أ - عيّن النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيا للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ، ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

بـ - استنتج بيانيا ، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين موجبين تماما .

4) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$

أ - أحسب $g'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

بـ - لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل ، بيّن أن : $\alpha\in]7,37;7,38[$ و $\beta\in]-0,37;-0,36[$.

جـ - أحسب S مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (Γ) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$.

د- تحقق أن : $S=\left(\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha-1\right)ua$ ، ثم عيّن حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر .

تنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار)لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0;7]$ بالدالة f المعرّفة في الجزء **II)** ، أي من أجل $x\in[0;7]$ لدينا $C_m(x)=f(x)$.

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة .

1) عيّن عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$.

2) قدّر الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة .

I) g دالة عددية معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=ax+b+\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان .

1) عيّن a و b بحيث : $g(1)=2$ و $g'(2)=\frac{3}{2}$.

2) نضع : $g(x)=x+1+\ln x$

أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

بـ - أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

جـ - بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث : $0,2<\alpha<0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$..

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

2) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.(يعطى : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x=0$)

3) تحقق أن : $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أحسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم أرسم (C_f) على المجال $[0;5]$.

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-4+2x(1+\ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.(يعطى : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x=0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,4<\alpha<1,5$.

4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(2x-4)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)أ - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا .

بـ - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.

بـ - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3)عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4)أ - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

بـ - أنشيء (T) و (C_f) . (تعطى : $f(\alpha)\approx 0,41$)

5)نعتبر الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$F(x)=(x^2-4x)\ln x-\frac{1}{2}x^2+4x \; .$$

أ-بيّن أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

بـ - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

10. بكالوريا 2017- الموضوع 1- 08نقاط

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+3\ln x-3$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}40<\alpha<1{,}41$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+1-\dfrac{3\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) أ - بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (تعطى : $f(\alpha)\approx 1{,}68$)

6) أ - بيّن أن الدالة h حيث $h(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب - أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=e$ و $y=x+1$.

11. بكالوريا 2018- الموضوع 1- 08 نقاط

لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

$$f(x)=\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln 16$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسّر النتيجتين بيانيا .

2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x)=\dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ و شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

5) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x)=f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

6) أرسم المنحنى (C_f) .

7) لتكن الدالة العددية F المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

$$F(x)=(x+2)\ln(x+2)+(x-8)\ln(-x+8)-2x-x\ln 16$$

بيّن أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$.

8) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=4$.

بالتوفيق في دورة 2020

مع تحيات الأستاذ: شعبان أسامة

تجدون هذا الملف في صفحة