مذكرة رقم: 44

السنة الدراسية : 2024-2025

الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة–

ميدان التعلم : جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

المحور: الأعداد المركبة

المدة : ساعة

الموضوع : الأعداد المركبة

المكتسبات القبلية : المجموعات الجزئية لـ $\mathbb{R}$

المكتسبات المستهدفة : التعرف على بعض الرموز و الاصطلاحات، التمثيل الهندسي لعدد مركب

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق : بناء المفاهيم:	تهيئة نفسية التذكير بالمجموعات الجزئية لـ $\mathbb{R}$ حل المعادلة: $x^2+1=0$ تعريف: نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$ اصطلاحات و ترميز: –نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بالرمز $\mathbb{C}$ –العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز $\mathrm{Re}(z)$ – العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز $\mathrm{Im}(z)$ –إذا كان $y=0$ نقول أن العدد z حقيقي –إذا كان $x=0$ نقول أن العدد z تخيلي صرف(أو تخيلي بحت أو تخيلي محض) – يكون العدد المركب z معدوما إذا و فقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما أي: $z=0$ معناه $x=0$ و $y=0$ – يتساوى عددان مركبان z و z' إذا و فقط إذا كان لهما نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي نضع $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$	

لدينا $z = z'$ معناه $x = x'$ و $y = y'$

تمرين تطبيقي1: عين $\mathrm{Re}(z)$ و $\mathrm{Im}(z)$ في كل حالة:

1) $z = 3 + 2i$ 2) $z = i - 2\sqrt{3}$ 3) $z = \sqrt{3}$ 4) $z = 2i$

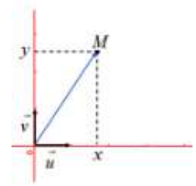
تمرين تطبيقي2: z عدد مركب حيث $z = (x^2 + x) + i(x^2 + y - 1)$

- عين العددين الحقيقيين x و y حتى يكون العدد المركب z معدوما

التمثيل الهندسي لعدد مركب:

تعريف: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

لكل نقطة $M\left(x; y\right)$ من المستوي نرفق العدد المركب $z = x + iy$



- نقول أن النقطة M هي صورة العدد المركب z ، و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يسمى كذلك صورة العدد المركب z
- كل نقطة M هي صورة عدد مركب وحيد $z = x + iy$ و نقول أن z لاحقة النقطة M أو الشعاع $\overrightarrow{OM}$
- محور الفواصل يسمى المحور الحقيقي و محور التراتيب يسمى المحور التخيلي
- المستوي يسمى المستوي المركب.

مثال:

-لاحقة النقطة $A\left(1; -3\right)$ هي $z_A = 1 - 3i$

-إحداثيا النقطة B ذات اللاحقة $z_B = 2 + \sqrt{3}i$ هي $B\left(2; \sqrt{3}\right)$

تمرين تطبيقي:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{u}, \vec{v}\right)$ ، x و y عددان حقيقيان

لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x; y\right)$ من المستوي حيث $z = x^2 + y\left(1 + i\right) - i$

عين المجموعة $\left(S\right)$ بحيث يكون z حقيقيا

تقويم : تمرين 04، 06 ص 144

الأستاذة : جلام جميلة	السنة الدراسية : 2024-2025	مذكرة رقم :45

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة–

ميدان التعلم : جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

المحور: الأعداد المركبة

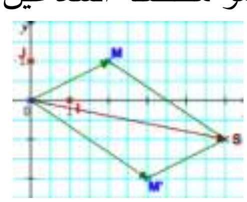
المدة : ساعة

الموضوع : العمليات على الاعداد المركبة

المكتسبات القبلية : المجموعة $\mathbb{C}$

المكتسبات المستهدفة : العمليات الحسابية على الأعداد المركبة

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق :	تذكير بمجموعة الأعداد المركبة	
بناء المفاهيم:	**العمليات في مجموعة الأعداد المركبة:** مجموع و جداء عددين مركبين: تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) و z' عدد مركب حيث $z'=x'+iy'$ ($x'\in\mathbb{R}$ و $y'\in\mathbb{R}$) • مجموع العددين z و z' هو العدد المركب : $z+z'=x+x'+i\left(y+y'\right)$ • جداء العددين z و z' هو العدد المركب : $zz'=xx'-yy'+i(xy'+x'y)$ ملاحظة: قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$ أمثلة: $-\left(1-i\right)+\left(3+2i\right)=4+i$ $\qquad$ $\left(1+3i\right)\left(2+i\right)=-1+7i$ التفسير الهندسي لمجموع عددين مركبين: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. z لاحقة النقطة M و z' لاحقة النقطة M'، المجموع $z+z'$ هو لاحقة النقطة S حيث $\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OM'}$ ، أي $\overrightarrow{OS}$ هو محصلة الشعاعين $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$ 	

	ملاحظات: *إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و z' لاحقة الشعاع $\vec{v}$ فإن $z+z'$ هو لاحقة $\vec{u}+\vec{v}$ *إذا كان z هو لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و كان k عددا حقيقيا فإن kz هو لاحقة $k\vec{u}$ *شعاعان متساويان لهما نفس اللاحقة لاحقة شعاع، لاحقة مرجح: خاصية: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب. • z_B-z_A هي لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ • α و β عددان حقيقيان حيث $\alpha+\beta\neq 0$، G مرجح الجملة $\left\{(A,\alpha);(B,\beta)\right\}$ لاحقة النقطة G هي: $\dfrac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}$ لاحقة منتصف قطعة: خاصية z_A لاحقة النقطة A و z_B لاحقة النقطة B، لتكن I منتصف القطعة $[AB]$ لاحقتها z_I إذن: $z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}$ تمرين تطبيقي1: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. A، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_A=1-3i$، $z_B=3+i$ و $z_C=2+2i$ • عين لواحق الأشعة: $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ تمرين تطبيقي2: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. A، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_A=3i$، $z_B=-3i$ و $z_C=2-3i$ 1)عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\left\{(A,1);(B,2);(C,-2)\right\}$ 2)عين مجموعة النقطة M من المستوي التي تحقق: $AM^2+2BM^2-2CM^2=25$ تمارين منزلية: 20، 26 صفحة 145 88 و 89 صفحة 150	تقويم :

مذكرة رقم :46	السنة الدراسية : 2025-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة– **ميدان التعلم :** جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية **المحور:**الأعداد المركبة

المدة : ساعة **الموضوع :** مرافق و طويلة عدد مركب

المكتسبات القبلية : المجموعة $\mathbb{C}$، العمليات في مجموعة الأعداد المركبة

المكتسبات المستهدفة : مرافق عدد مركب، طويلة عدد مركب

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق : بناء المفاهيم:	تهيئة نفسية. التذكير بالشكل الجبري لعدد مركب. **مرافق عدد مركب** تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) العدد المركب $x-iy$ و الذي نرمز له: $\bar{z}$ يسمى مرافق العدد المركب z ملاحظة: للحصول على مرافق عدد مركب z نغير إشارة الجزء التخيلي. أمثلة: $\overline{2+3i}=2-3i$ $\quad$ $\overline{1-5i}=1+5i$ $\quad$ $\overline{2i}=-2i$ $\quad$ $\overline{-3}=-3$ تمرين تطبيقي: أكتب على الشكل الجبري الأعداد المركبة التالية: 1) $z_1=\dfrac{4-6i}{3+2i}$ $\quad$ 2) $z_2=\dfrac{5+15i}{1+2i}$ $\quad$ 3) $z_3=\dfrac{3+2i}{(1+i)(-6-5i)}$ مقلوب عدد مركب مبرهنة: كل عدد مركب غير معدوم z له مقلوب في $\mathbb{C}$ يرمز إليه $\dfrac{1}{z}$ خواص مرافق عدد مركب: خواص: 1) $\bar{\bar{z}}=z$ $\quad$ 2) $z+\bar{z}=2\,\mathrm{Re}(z)$ à3 $z-\bar{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)$ $\quad$ 4) $z\bar{z}=(\mathrm{Re}(z))^2+(\mathrm{Im}(z))^2$	

	المرافق و العمليات: z عدد مركب مرافقه $\overline{z}$ ، z' عدد مركب مرافقه $\overline{z'}$ 1) $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$ 2) $\overline{z.z'}=\overline{z}.\overline{z'}$ 3) $\overline{z^n}=\left(\overline{z}\right)^n$ مع $n\in\mathbb{N}^*$ 4) $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\overline{z}}$ مع $z\neq 0$ 5) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ مع $z'\neq 0$ تمرين 12 ص 144 **طويلة عدد مركب:** تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمز له $\lvert z\rvert$ حيث $\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$ أمثلة: $\lvert 2+3i\rvert=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ $\lvert -3+4i\rvert=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$ **التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. z عدد مركب حيث $z=x+iy$ صورته M إذن $OM=\lvert z\rvert$ ملاحظات: • $z.\overline{z}=\lvert z\rvert^2=x^2+y^2$ • z_A لاحقة النقطة A و z_B لاحقة النقطة B، إذن $AB=\lvert z_B-z_A\rvert$ خواص: من أجل كل عددين مركبين z و z' 1) $\lvert\overline{z}\rvert=\lvert z\rvert$ 2) $\lvert -z\rvert=\lvert z\rvert$ 3) $\lvert z.z'\rvert=\lvert z\rvert\lvert z'\rvert$ 4) $\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert=\frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$ مع $z'\neq 0$ 5) $\lvert z^n\rvert=\lvert z\rvert^n$ 6) $\lvert z+z'\rvert\leq\lvert z\rvert+\lvert z'\rvert$ أمثلة: $\lvert(1+i)(2+3i)\rvert$ $\left\lvert\frac{3-4i}{\sqrt{3}-i}\right\rvert$ $\lvert(-1+2i)^4\rvert$ **توظيف طويلة عدد مركب لتعيين مجموعة نقط:** تمرين تطبيقي: عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z: 1) $\lvert z+1+2i\rvert=\lvert z-4\rvert$ 2) $\lvert z-3i\rvert=2$ 3) $\lvert 2z-i\rvert=2$	تقويم :

الأستاذة : جلام جميلة	السنة الدراسية : 2024-2025	مذكرة رقم :47

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة– **ميدان التعلم :** جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية **المحور:** الأعداد المركبة

المدة : ساعة **الموضوع :** حل معادلات من الدرجة الثانية

المكتسبات القبلية : حل معادلات من الدرجة الثانية في مجموعة الأعداد الحقيقية

المكتسبات المستهدفة : حل معادلات من الدرجة الثانية في مجموعة الأعداد المركبة

المراجع : الكتاب المدرسي

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>عناصر الدرس</th><th>المدة</th></tr>
<tr><td>الانطلاق :

بناء المفاهيم:</td><td>

تهيئة نفسية.

الجذران التربيعيان لعدد مركب:

تعريف: z عدد مركب غير معدوم.

الجذر التربيعي للعدد المركب z هو العدد المركب ω حيث: $z=\omega^2$

مثال:

- $(-3i)^2=-9$ و $(3i)^2=-9$ أي الجذران التربيعيان للعدد -9 هما: $3i$ و $-3i$
- $(-i\sqrt{5})^2=-5$ و $(i\sqrt{5})^2=-5$ أي الجذران التربيعيان للعدد -5 هما $i\sqrt{5}$ و $-i\sqrt{5}$
- الجذران التربيعيان للعدد $3-4i$ هما $2-i$ و $-2+i$

ملاحظة:

كل عدد مركب غير معدوم يقبل جذرين تربيعيين متناظرين

البحث عن الجذرين التربيعيين لعدد مركب:

$z=a+ib$ عدد مركب و $w=x+iy$ جذر تربيعي له أي $w^2=z$

$w^2=z$ معناه $\begin{cases}|w^2|=|z|\\ \mathrm{Re}(w^2)=\mathrm{Re}(z)\\ \mathrm{Im}(w^2)=\mathrm{Im}(z)\end{cases}$ معناه $\begin{cases}x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2}\\ x^2-y^2=a\\ 2xy=b\end{cases}$

</td><td></td></tr>
</table>

تمرين تطبيقي: جذ الجذور التربيعية للأعداد المركبة التالية:

$-8+6i$ ، $2i$ ، 4

ملاحظة:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 = z_0$ يعني تعيين الجذرين التربيعيين للعدد z_0

المعادلات من الدرجة الثانية بمعاملات حقيقية:

مبرهنة: لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z: $az^2+bz+c=0$ حيث a، b و c أعداد حقيقية و $a \neq 0$

لدينا: $\Delta = b^2-4ac$ مميز هذه المعادلة.

- إذا كان $\Delta = 0$: المعادلة تقبل حلا مضاعفا هو $z_0 = \dfrac{-b}{2a}$
- إذا كان $\Delta > 0$: المعادلة تقبل حلين حقيقيين مختلفين هما:

$$z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- إذا كان $\Delta < 0$: المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما:

$$z_1 = \frac{-b-w}{2a} \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{-b+w}{2a}$$

حيث w جذر تربيعي لـ Δ.

تمرين تطبيقي:

تقويم :

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية:

$z^2-z+1=0$ $\qquad$ $z^2-2z+3=0$

مذكرة رقم :48

السنة الدراسية : 2024-2025

الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة–

ميدان التعلم : جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

المحور: الأعداد المركبة

المدة : ساعة

الموضوع : عمدة عدد مركب

المكتسبات القبلية : المجموعة $\mathbb{C}$ ، العمليات في مجموعة الأعداد المركبة

المكتسبات المستهدفة : عمدة عدد مركب غير معدوم.

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق :	تهيئة نفسية	
بناء المفاهيم:	عمدة عدد مركب غير معدوم: z عدد مركب غير معدوم حيث $z=x+iy$ $(x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R})$.في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ لتكن M صورة z نسمي عمدة العدد المركب z كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$ و نرمز لها $\arg(z)$ ملاحظات: • كل عدد مركب غير معدوم له عدد غير منته من العمد، أي إذا كانت θ عمدة لـ z فإن $\theta+2\pi k$ عمدة له. • العدد 0 ليس له عمدة • A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA})$ أي $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=\arg(z_B)-\arg(z_A)$ • $\arg(z_B-z_A)=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$ تمرين تطبيقي: عين عمدة للأعداد المركبة التالية: 1) $z_A=1+\sqrt{3}i$ 2) $z_B=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 3) $z_c=-3i$ 4) $z_D=6$	

تقويم :	- استنتج قيسا بالراديان لكل من الزاويتين الموجهتين $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ و $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB}\right)$ طريقة: إذا كانت θ عمدة لـ z مع $z=x+iy$ و $z\neq 0$ فإن $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{r}\\ \sin\theta=\dfrac{y}{r}\end{cases}$ حيث: $\|z\|=r$ تمرين: عين عمدة في كل حالة $z_1=1+i$ ، $z_2=1+i\sqrt{3}$ ، $z_3=3-3i$ ، $z_4=\dfrac{-1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	

الأستاذة : جلام جميلة	السنة الدراسية : 2024-2025	مذكرة رقم :49

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة– **ميدان التعلم :** جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية **المحور:** الأعداد المركبة

المدة : ساعة **الموضوع :** الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

المكتسبات القبلية : طويلة، عمدة عدد مركب غير معدوم

المكتسبات المستهدفة : الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق : بناء المفاهيم:	تهيئة نفسية. **الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم** تعريف: z عدد مركب غير معدوم. العدد z يكتب من الشكل $z=r\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)$ حيث $r=\|z\|$ و $\theta=\arg(z)$ يسمى هذا الشكل بالشكل المثلثي للعدد المركب z تطبيق: 1)أكتب الأعداد التالية على شكلها المثلثي: $z_1=\frac{-\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $z_2=-7i$ $z_3=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2)أكتب على الشكل الجبري العدد المركب z حيث $z=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$ ملاحظة: يتساوى عددان مركبان غير معدومان إذا كان لهما نفس الطويلة و عمدتيهما متوافقتان بترديد 2π خواص عمدة عدد مركب غير معدوم: خواص: z و z' عددان مركبان غير معدومين • $\arg(zz')=\arg(z)+\arg(z')$	

- $\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right)=\arg(z)-\arg(z')$
- $\arg(z^n)=n\arg(z)$ مع $n\in\mathbb{N}^*$
- $\arg(\bar{z})=-\arg(z)$ مع $\bar{z}$ هو مرافق العدد المركب z

نتيجة:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

A ، B و C ثلاث نقط لواحقها z_A ، z_B و z_C على الترتيب.

$$\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB}\right)-\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$$

تمرين:

z_1 و z_2 عددين مركبين حيث $z_1=1+i$ و $z_2=1-i\sqrt{3}$

1) أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.

2) أكتب $\dfrac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي

3) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$

توظيف خواص العمدة لتعيين مجموعة النقط:

تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z

1) $\arg(z-2i)=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}$

2) $\arg(z-1-i)=\dfrac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$

3) $\arg\left(\dfrac{z-i}{z+1-i}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$

4) $\arg(z)=\arg(\bar{z})$

تقويم :

مذكرة رقم :50	السنة الدراسية : 2025-2024	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة– **ميدان التعلم :** جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية **المحور:**الأعداد المركبة

المدة : ساعة **الموضوع :** الشكل الاسي لعدد مركب غير معدوم

المكتسبات القبلية : الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

المكتسبات المستهدفة : الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل الأسي و العكس

المراجع : الكتاب المدرسي

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>عناصر الدرس</th><th>المدة</th></tr>
<tr><td>الانطلاق :</td><td>التذكير بالشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم.</td><td></td></tr>
<tr><td>بناء المفاهيم:</td><td>

ترميز أولر:

تعريف: نضع $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ هذا الترميز يسمى ترميز أولر .

حيث $e^{i\theta}$ عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له.

الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم:

تعريف: العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له. يكتب $z=re^{i\theta}$

هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z .

مثال:

$$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

تمرين تطبيقي1: عين الشكل الأسي للأعداد المركبة التالية:

1) $z_1=-3-3i$ 2) $z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

3) $z_3=2i$ 4) $z_4=-3$

تمرين تطبيقي2: أكتب الشكل الجبري للعدد المركب z في كل حالة:

1) $z=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ 2) $z=6e^{-i\frac{\pi}{4}}$ 3) $z=3e^{i\frac{2\pi}{3}}$

</td><td></td></tr>
</table>

	خواص: θ و θ' عددان حقيقيان * $e^{i(\theta+\theta')}=e^{i\theta}.e^{i\theta'}$ * $e^{i(\theta-\theta')}=\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$ * $\overline{e^{i\theta}}=e^{-i\theta}$ مثال: z_1 و z_2 عددين مركبين حيث $z_1=4e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $z_2=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ لدينا: $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{4e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ دستور موافر: z عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا: $\left(e^{i\theta}\right)^n=e^{in\theta}$ أي $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$ تمرين تطبيقي: باستعمال دستور موافر أكتب على الشكل الأسي العدد المركب z حيث $z=(1-i)^8$ توظيف الشكل الأسي لتعيين مجموعة نقط: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي M_0 نقطة لاحقتها العدد المركب z_0 • مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z حيث $z=z_0+re^{i\theta}$ هي: 1) دائرة مركزها M_0 و نصف قطرها r من أجل r ثابت و θ متغير. 2) نصف مستقيم $[M_0M)$ ماعدا النقطة M_0 حيث $(\vec{u};\overrightarrow{M_0M})=\theta$ من أجل r متغير و θ ثابت. تمرين تطبيقي: عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z 1) $z=1+i+2e^{i\theta};\theta\in\mathbb{R}$ 2) $z=2-2i+re^{i\frac{\pi}{3}};r\in\mathbb{R}_+^*$ 3) $z=1+i+2e^{i\theta};\theta\in]0;\pi]$	تقويم :

مذكرة رقم :51

السنة الدراسية : 2025-2024

الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة–

ميدان التعلم : جبر و هندسة

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

المحور: الأعداد المركبة

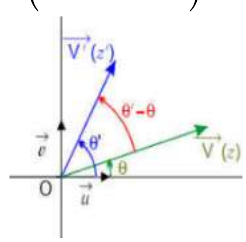
المدة : ساعة

الموضوع : توظيف خواص العمدة و طويلة

المكتسبات القبلية : طويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم

المكتسبات المستهدفة : توظيف خواص الطويلة و العمدة لحل مسائل في الهندسة

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق : بناء المفاهيم:	**التذكير بالمكتسبات القبلية.** توظيف خواص العمدة و الطويلة لحل مسائل في الهندسة: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{u};\vec{v}\right)$ خاصية1: الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$ لاحقتاهما z و z' على الترتيب. حيث: $z=r\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)$ و $z=r'\left(\cos\theta'+i\sin\theta'\right)$ إذن: $\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right)=\arg(z')-\arg(z)=\theta'-\theta$  خاصية2: النقط A ،B ،C و D لواحقها z_A ، z_B ،z_C وz_D على الترتيب • $\left\|\frac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right\|=\frac{\|z_B-z_A\|}{\|z_D-z_C\|}=\frac{AB}{CD}$ • $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right)=\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB}\right)$	

		نتائج: • تكون النقط A، B و C في استقامية إذا كان العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ حقيقيا. • يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين إذا كان العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ تخيليا صرفا. تمرين تطبيقي: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B، C و D لواحقها $z_A = -i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3+2i\sqrt{3}$ ، $z_C = -3+2i\sqrt{3}$ و $z_D = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ على الترتيب 1)أعط تفسيرا هندسيا لطويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ 2)ماهي طبيعة المثلث ABC 3)بين أن النقط A، B وD على استقامة واحدة.	تقويم :