الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: **2019**

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **03** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=-4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$.

1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2.

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<8$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $v_n=u_n-\alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$.

ب) عيّن قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

جـ) نضع $\alpha=8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$.

4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر؟

4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثّل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثّم علّمها.

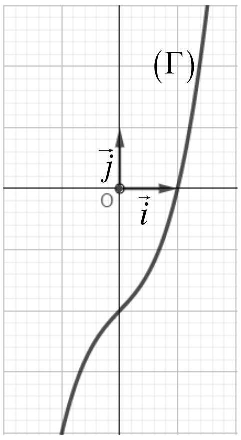
3) بيّن أنّ معادلة(Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y = 3{,}96x + 34{,}09$

ثّم مثل(Δ). (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + x - 2$ و(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x) = x - \dfrac{x-1}{x^2}$ و $\left(C_f\right)$تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

– استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم(Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى$\left(C_f\right)$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى$\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.4\,;-1.3[$.

5) ارسم(Δ) ثم المنحنى$\left(C_f\right)$.

6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = x$ ، $x = 1$ و $x = 3$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $\left(4x^2+3x-1\right)\left(x^2-5x+6\right)=0 \;......(E)$.

2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1 ،2 ،3 ، 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$.

−حدد قيمة α.

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا " .

B : "سحب كرية تحمل الرقم 4 " .

C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .

D : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $\begin{cases} u_2+2u_5=27 \\ u_1=\frac{9}{2} \end{cases}$.

1) احسب حدها الاول u_0 واساسها r .

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) بيّن أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .

حيث $S_1=u_1+u_2+u_3+......+u_{1344}$ و $S_2=u_2+u_4+u_6+.......+u_{1344}$.

− استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3=u_1+u_3+u_5+.....+u_{1343}$.

4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=e^{6-2u_n}$.

− احسب المجموع $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+.......+\frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السّحابة.

3) بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102\ x + 320,33$ ومثّله بيانيا.

4) باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :

أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 ؟

ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g\left(x\right)=2x+6-e^{2x+1}$.

1) أ) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;0]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة : $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3<\alpha<-2.9$.

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على المجال $]-\infty\,;0]$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty\,;0]$ كما يلي : $f\left(x\right)=-2x^2-12x+e^{2x+1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور التراتيب $0.5cm$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\,;0]$: $f'\left(x\right)=-2g\left(x\right)$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

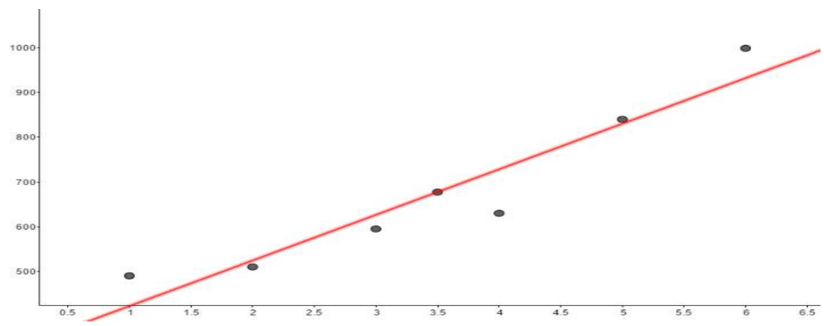
4) بيّن أنّ : $f\left(\alpha\right)=-2\alpha\left(\alpha+5\right)+6$ وأعطِ حصرًا للعدد $f\left(\alpha\right)$ ، ثم ارسم $\left(C_f\right)$ على المجال $[-4;0]$.

5) احسب بدلالة α التكامل : $\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} f\left(x\right)\,dx$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الاول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ) $u_1=-1$ و $u_2=\frac{5}{4}$ ب) البرهان بالتراجع على أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<8$	0.5×2 0.5	**01.5**
2) المتتالية (u_n) متزايدة تماما استنتاج أنها متقاربة	0.25 0.25	**0.5**
3) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$ ب) قيمة العدد α هي $\alpha=8$ الحد الأول $v_0=-12$ جـ) $v_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، التحقق أن: $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$	0.25 0.25 0.25 2×0.5	**1.75**
4) المجموع : $S_n=36\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right]+8n$	0.25	**0.25**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
عدد الحالات الممكنة...	01	**04**
احتمال الحصول على رقمين زوجيين $P_1=\frac{9}{36}=0.25$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6 $p_2=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين احدهما ضعف الاخر $p_3=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين زوجيين احدهما هو 2 $p_4=\frac{5}{36}$	0.75	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) تمثيل سحابة النقط	01	**05**
2) إحداثيتي النقطة: $G(3{,}5\,;47{,}95)$ تمثيل G	01 0.75	
3) معادلة (Δ) هي : $y=3{,}96x+34{,}09$ تمثيل (Δ)	1.25 0.5	
4) $x=11$ إذن ابتداء من السنة 2019 تفوق الواردات 77 مليار دولار	0.5	

<table dir="rtl">
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع:(07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I $g(1)=0$
إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>II
1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
ب) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ ، (yy') مقارب لـ (C_f).</td><td>0.5×2
2×0.25</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$
– اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]1;+\infty[$
و متناقصة تماما على المجال $]0;1]$
جدول تغيرات:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>‖</td><td>$-$ 0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>f</td><td>$-\infty$ ↗ $+\infty$</td><td>‖</td><td>$+\infty$ ↘ 1</td><td>↗ $+\infty$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5
0.5</td><td>01.50</td></tr>
<tr><td>3) أ) $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$
ب) الوضع النسبي: لما $x\in]-\infty;0[$ ، (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]0;1[$ (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]1;+\infty[$ (C_f)يقع تحت (Δ). لما $x=1$ $(C_f)\cap(\Delta)=\{(1;1)\}$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>5) رسم (Δ) و (C_f)</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>6) حساب المساحة $A=\int_1^3 (x-f(x))dx=\left[\frac{1}{x}+ln\,x\right]_1^3=\left(\ln 3-\frac{2}{3}\right)u.a$</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مج
التمرين الأول:(04 نقاط)		
1) حل المعادلة (E) . مجموعة الحلول $S=\left\{-1,\frac{1}{4},2,3\right\}$	0.25×4	04
2) قيمة α هي $\alpha=\frac{1}{4}$	0.5+0.5	
3) $p(A)=\frac{7}{16}$ ، $p(B)=\frac{1}{2}$ ، $p(C)=\frac{1}{2}$ ، $p(D)=\frac{5}{16}$	4×0.5	
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
1)حدها الاول $u_0=3$ واساسها $r=\frac{3}{2}$	1×2	04
2)عبارة الحد العام $u_n=3+\frac{3}{2}n$	0.5	
3)العدد 2019 هو حد من حدود هذه المتتالية و رتبته 1345 ودليله 1344	0.5	
المجموعين $S_1=1359795$ و $S_2=680403$	2×0.25	
-استنتاج المجموع $S_3=S_1-S_2=679392$	0.25	
4) $v_n=e^{6-2u_n}=e^{-3n}$ إذن $S_n=\frac{1-e^{3(n+1)}}{1-e^{3}}$	0.25	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) سحابة النقط $M(x_i\ ;\ y_i)$	01	03
2) إحداثيتي النقطة المتوسطة $G(3,5\ ;\ 677,33)$	01	
3) معادلة مستقيم الانحدار هي : $y=102\ x+320,33$ و تمثيله...........................	01	
تمثيل المستقيم 	01	02
4) ا) كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 : الرتبة $x=11$ ، الكمية $y=1442,33$	0.5	
ب) في السنة التي رتبتها 17 أي سنة 2029	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مج
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
(I 1) أ)حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ .... ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات .... 2) أ) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-3<\alpha<-2.9$.................. ب) استنتاج إشارة $g(x)$ .... (II (1 $f'(x) = -2g(x)$ .... 2)اتجاه تغير الدالة f .... 3) حساب النهاية+جدول التغيرات.. 4) $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha+5)+6$ .... حصر $f(\alpha)$: $17.6 < f(\alpha) < 18.6$ .... رسم المنحنى .... 5) التكامل : $\int_{\alpha}^{0} \frac{1}{2} f(x)dx = \frac{1}{4}e + \frac{1}{3}\alpha^3 + 3\alpha^2 - \frac{1}{4}e^{2\alpha+1}$ .... التفسير البياني : مساحة الحيّز المحدد بمنحنى الدالة و المستقيمات المعرفة بالمعادلات التالية : $x=0$; $y=0$ و $x=\alpha$..	01 01 0.75 0.5 0.5 0.5 0.25+0.5 0.25 0.25 0.5 0.5 0.5	07

الموضوع الأول

حل التمرين الأول : (04 نقاط)

1/ أ) $u_1=-4\times\frac{3}{4}+2$ ، $\boxed{u_1=-1}$ ؛ $u_2=-1\times\frac{3}{4}+2$ ؛ $\boxed{u_2=\frac{5}{4}}$.

ب) نضع : $\boxed{P(n): u_n<8}$.

• من أجل $n=0$ ، لدينا $u_0=-4$ و $-4<8$ و منه $P(0)$ صحيحة.

• نفرض أنّ $P(n)$ صحيحة و نثبت أنّ $P(n+1)$ صحيحة ، حيث n عدد طبيعي .
$P(n)$ صحيحة معناه $u_n<8$ و منه $\frac{3}{4}u_n<\frac{3}{4}\times 8$ ، إذن $\frac{3}{4}u_n+2<\frac{3}{4}\times 8+2$ و منه $u_{n+1}<8$ و منه $P(n+1)$ صحيحة و عليه : $u_n<8$ من أجل كلّ عدد طبيعي n .

2/ $u_{n+1}-u_n=\left(\frac{3}{4}\right)^n(u_1-u_0)$ ، لدينا $u_1>u_0$ و منه (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

3/ $v_n=u_n-\alpha$.

أ) $v_{n+1}=u_{n+1}-\alpha=\frac{3}{4}u_n+2-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-\frac{3}{4}\alpha+\frac{3}{4}\alpha-\alpha+2$ و منه $v_{n+1}=\frac{3}{4}(u_n-\alpha)-\frac{1}{4}\alpha+2$ و منه $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$.

ب) (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ معناه $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n لكن $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$ و منه $-\frac{1}{4}\alpha+2=0$ أي $-\frac{1}{4}\alpha=-2$ و منه $\alpha=8$ ، الحد الأول لـ (v_n) هو $v_0=u_0-8$ أي $v_0=-12$.

جـ) $v_n=v_0\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$ أي $v_n=-12\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، لدينا $v_n=u_n-8$ و منه $u_n=v_n+8$ أي $u_n=-12\times\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$.

4/ $S_n=(v_1+8)+(v_2+8)+\cdots+(v_n+8)$ و منه $S_n=v_1+v_2+\cdots+v_n+8n$ و منه $S_n=v_1\times\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1}{\frac{3}{4}-1}+8n$ و منه $S_n=-9\times\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1}{-\frac{1}{4}}+8n$ أي $S_n=36\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right]+8n$.

حل التمرين الثاني : (04 نقاط)

يمكن الإستعانة بجدول لإيجاد الحالات الممكنة عند رمي النرد مرتين متتاليتين .

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3;1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	3;2	(4,2)	(5;2)	(6,2)
3	(1;3)	(2,3)	(3;3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1;4)	(2,4)	(3;4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1;5)	(2,5)	(3;5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1;6)	(2,6)	(3;6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

1/ حسب الجدول السابق الحالات التي نحصل فيها على رقمين زوجيين هي $(2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;4);(4;6);(6;2);(6;4);(6;6)$ و عددها 9 و منه إحتمال الحصول على رقمين زوجيين هو $\frac{9}{36}$ أي $\frac{1}{4}$.

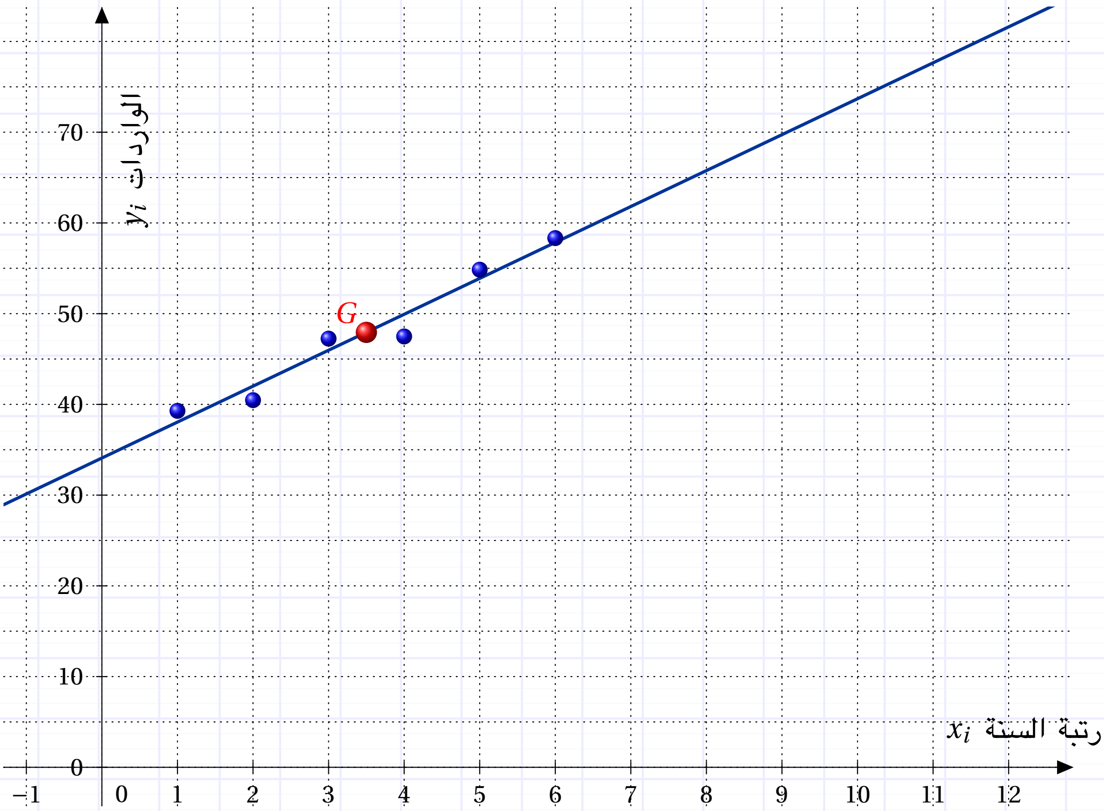
2/ الحالات التي نحصل فيها على رقمين جداءهما 6 هي $(1;6),(6;1);(2;3);(3;2)$ و عددها 4 و منه إحتمال الحصول على رقمين جداءهما 6 هو $\frac{4}{36}$ أي $\frac{1}{9}$.

3/ الحالات التي نحصل فيها على رقمين أحدهما ضعف الأخر هي $(1;2);(2;1);(3;6);(6;3);(2;4);(4;2)$ و عددها 6 إذن إحتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر هو $\frac{6}{36}$ أي $\frac{1}{6}$.

4/ الحالات التي نحصل فيها على رقمين زوجيين أحدهما 2 هي $(2,2),(2;4);(4.2);(2;6);(6;2)$ و عددها 5 و منه إحتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما 2 هو $\frac{5}{36}$.

حل التمرين الثالث : (05 نقاط)

1/ تمثيل السحابة :



2/ $G(\overline{x};\overline{y})$ حيث $\overline{x}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=\frac{21}{6}=3.5$ و $\overline{y}=\frac{39.29+40.47+47.25+47.49+54.85+58.33}{6}=47.94$ و منه $G(3.5,47.94)$.

3/ المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا (Δ) من الشكل $y=ax+b$ حيث $a=\frac{\sum_{i=1}^{i=6}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{i=6}(x_i-\overline{x})^2}$ أي $a=3.96$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ و منه $b=47.94-3.96\times 3.5$ أي : $b=34.09$.

4/ نحل المتراجحة $y>77$ أي $3.96x+34.09>77$ و منه $3.96x>42.91$ و منه $x>\dfrac{42.91}{3.96}$ أي $x>10.83$ لكن x تمثل رتبة إذن $x=11$ و منه السنة التي يفوق فيحا الواردات 77 مليار دولار هي $2008+11$ أي 2019 .

حل التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) $g(1)=0$ ، إشارة $g(x)$ كما يلي :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) 1/ أ) $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$ ، $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$.

ب) $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty}$ ، (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$.

2/ 2/ الدالة f قابلة للإشتقاق على$\mathbb{R}-\{0\}$ و $f'(x)=1-\dfrac{x^2-2x(x-1)}{x^4}$ و منه $f'(x)=\dfrac{x^4-(-x^2-2x+2)}{x^4}$ و

منه $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{0\}$.

- إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	‖	$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

و منه الدالة f متزايدة تماما على الجالين $]-\infty;0[$ و $]1;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0;1[$.

- جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

3/ أ) لدينا $f(x)-x=-\dfrac{x-1}{x^2}$ و $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-\dfrac{x-1}{x^2}\right)=0$ و منه (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x$ عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) ندرس إشارة $-\dfrac{x-1}{x^2}$:

إشارة $-\dfrac{x-1}{x^2}$ هي إشارة $-(x-1)$ و التي هي ملخصة في الجدول التالي :

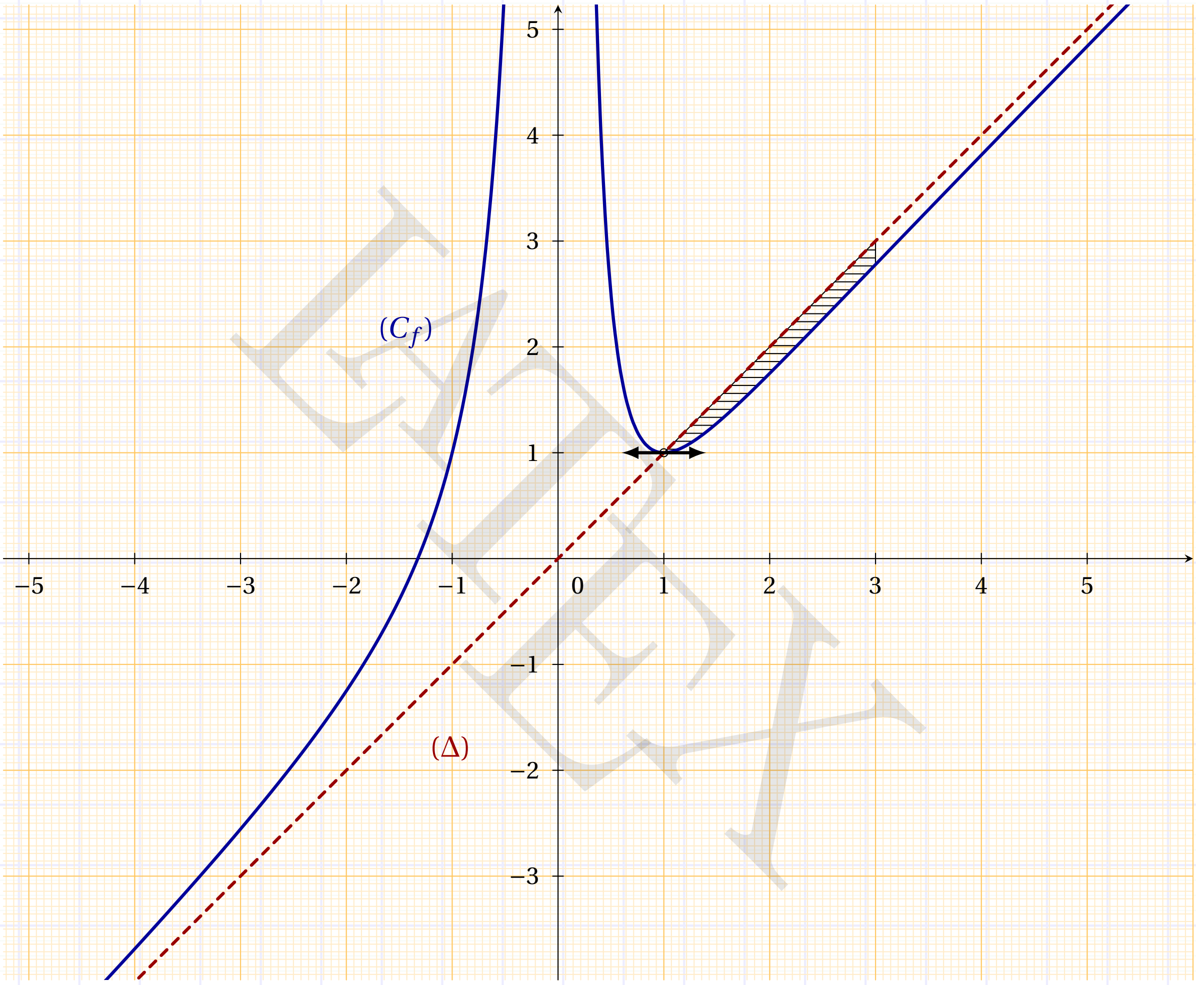
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$-(x-1)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	

و منه (C_f) تحت (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ و فوقه على المجالين $]-\infty;0[$ ، $]0,1[$ و يقطعه عند النقطة $(1,1)$

/4 الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]-1.4;-1.3[$ و $f(-1.4)\times gf(-1.3)<0$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.4,-1.3[$.

/5 الرسم في آخر الورقة .

/6 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$، $x=3$، $y=x$ هي $\mathscr{A}=\int_1^3[x-f(x)]dx$ أي $\mathscr{A}=\int_1^3\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)=\int_1^3\frac{x-1}{x^2}$ و منه $\mathscr{A}=\left[\ln x+\frac{1}{x}\right]_1^3$ أي $\mathscr{A}=\ln 3-\frac{2}{3}\,\mathbf{u.a}$.



الموضـــوع الثاني

حل التمرين الأول : (04 نقاط)

/1 $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0$ معناه $4x^2+3x-1=0$ أو $x^2-5x+6=0$ ، $\Delta_1=25$ و $\Delta_2=1$ و منه حلول المعادلة $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0$ هي S حيث $S=\left\{2;3;\frac{1}{4};-1\right\}$.

/2 لدينا حسب تعريف سقانون الإحتمال $\sum p_i=1$ مع $0\le p_i\le 1$ و منه $p_1+p_2+p_3+p_4=1$ أي $3\alpha^2+\alpha^2+\alpha+2\alpha=1$ أي $4\alpha^2+3\alpha=1$ أي $\boxed{4\alpha^2+3\alpha-1=0}$ مع $0\le\alpha\le 1$ حسب السؤال الأول فإنّ : $\alpha=\frac{1}{4}$.

/3 $P(A)=p(1)+p(3)=\frac{3}{16}+\frac{1}{4}$ و منه $P(A)=\frac{7}{16}$ ، $P(B)=p_4=2\times\frac{1}{4}$ و منه $P(B)=\frac{1}{2}$ ، $P(C)=p_1+p_2+p_3=\frac{3}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{4}$ أي $P(C)=\frac{1}{2}$ ؛ $P(D)=p_2+p_3=\frac{1}{16}+\frac{1}{4}$ أي $P(D)=\frac{5}{16}$.

حل التمرين الثاني : (04 نقاط)

/1 لدينا $u_2=u_1+r$ و $u_5=u_1+4r$ ومنه $2u_5=2u_1+8r$ و منه $u_2+2u_5=3u_1+9r$ ، حسب المعطيات نجد : $\frac{27}{2}+9r=27$ و منه $\frac{3}{2}+3r=3$ و منه $r=\frac{3}{2}$ ؛ $u_1=u_0+r$ و منه $\frac{3}{2}=u_0+\frac{9}{2}$ و منه $u_0=\frac{9}{2}-\frac{3}{2}$ و منه $u_0=3$.

/2 $u_n=u_0+nr$ و منه $u_n=3+\frac{3n}{2}$ من أجل كلّ عدد طبيعي n .

/3 نحل المعادلة $u_n=2019$ أي $3+\frac{3n}{2}=2019$ أي $3n=4032$ أي $n=1344$ ، و منه 2019 حد من حدود المتتالية (u_n) و هو الحد $u_{1344}=2019$.

$S_1=\frac{1344-1+1}{2}(u_1+u_{1344})$ و منه $S_1=\frac{1344}{2}\left(\frac{9}{2}+2019\right)$ و منه $S_1=1359792$ ،

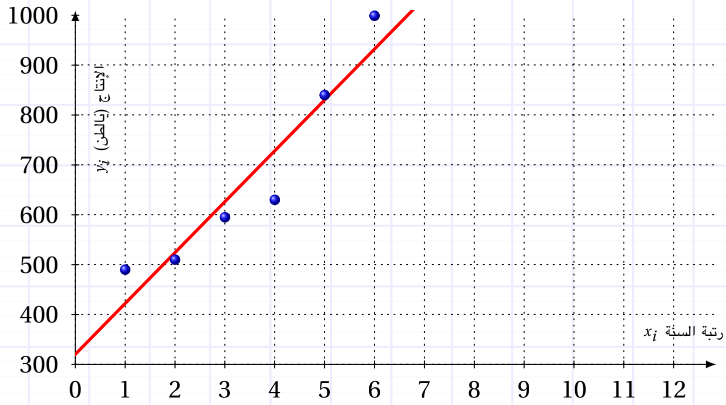
$S_2=\frac{1344-1+1}{4}(u_2+u_{1344})$ أي $S_2=680400$.

$S_3=S_1-S_2$ و منه $S_3=679392$.

/4 $v_n=e^{6-2u_n}$ أي $v_n=e^{-3n}$ و منه $\frac{1}{v_n}=e^{3n}$ أي $v_n=(e^3)^n$ و منه (v_n) هندسية أساسها $q=e^3$ و حدها الأول $v_0=1$ و منه $S_n=\frac{(e^3)^{(n+1)}-1}{e^3-1}$ أي : $S_n=\frac{e^{3(n+1)}-1}{e^3-1}$.

حل التمرين الثالث : (05 نقاط)

/1 تمثيل السحابة :



/2 $G(\overline{x};\overline{y})$ حيث $\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}$ أي $\overline{x}=3.5$ و $\overline{y}=\dfrac{490+510+595+630+840+999}{6}$ أي $\overline{y}=677.33$ و منه $G(3.5;677.33)$.

/3 المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا من الشكل $y=ax+b$ ، حيث

$a=\dfrac{\sum_{i=1}^{i=6}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{i=6}(x_i-\overline{x})^2}$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ ، بعد الحساب العددي نجد $a=102$ و $b=320.33$

/4 أ) السنة 2023 رتبتها 11 و منه $y=102\times 11+320.33=1442.33$ و منه كمية الإنتاج المتوقعة سنة 2023 هي 1442.33 طن .

ب) نحل المتراجحة $y>2000$ أي $102x+320.33>2000$ أي $x>\dfrac{1679.67}{102}$ أي $x>16.46$ بما أنّ x رتبة فإنّ $x\geq 17$ أي $x=17$ و منه السنة التي تجاوز فيه الإنتاج 2000 طن هي $2012+17$ أي 2029 .

حل التمرين الرابع : (07 نقاط)

/1 أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$.

ب) الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و $g'(x)=2(1-e^{2x+1})$.

إشارة $g'(x)$:

$g'(x)=0$ معناه $e^{2x+1}=1$ أي $2x+1=0$ أي $x=-\dfrac{1}{2}$.

$g'(x)>0$ معناه $e^{2x+1}<1$ أي $2x+1<0$ و منه $x<-\dfrac{1}{2}$ أي $x\in\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$ و منه g متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$.

$g'(x)<0$ معناه $e^{2x+1}>1$ أي $2x+1>0$ و منه $x\in\left]-\dfrac{1}{2};0\right]$ و منه g متناقصة على المجال $\left]-\dfrac{1}{2};0\right]$.

- جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$6-e$

2/ أ) الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ و خاصة على المجال $]-3,-2.9[$ و $g(-3)\times g(-2.9)<0$ ، إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-3<\alpha<-2.9$

ب) إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		0
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) 1/ الدالة f قابلة للإشتقاق على الجال $]-\infty,0]$ و $f'(x)=-4x-12+2e^{2x+1}$ أي $f'(x)=-2g(x)$ من أجل كلّ x من المجال $]-\infty,0]$.

2/ إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$ أي إشارة $f'(x)$ كما يلي :

x	$-\infty$		α		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

و منه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty,\alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha,0]$.

3/ $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		α		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	e

4/ $f(\alpha)=-2\alpha^2-12\alpha+e^{2\alpha+1}$ لكن $g(\alpha)=0$ أي $2\alpha+6-e^{2\alpha+1}=0$ و منه $\boxed{2\alpha+6=e^{2\alpha+1}}$ و منه $f(\alpha)=-2\alpha^2-12\alpha+2\alpha+6$ أي $f(\alpha)=-2\alpha^2-10\alpha+6$ و منه $f(\alpha)=-2\alpha(\alpha+5)+6$.

حصر $f(\alpha)$:

لدينا : $-3<\alpha<-2.9$ و منه $2<\alpha+5<2.1$ و $5.8<-2\alpha<6$ و منه $11.6<-2\alpha(\alpha+5)<12.6$ و منه $17.6<f(\alpha)<18.6$.

- الرسم في آخر الورقة .

5/ $\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} -2x^2+12x+e^{2x+1}\,dx$ أي $\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\left[-\frac{2}{3}x^3-6x^2+\frac{1}{2}e^{2x+1}\right]_{\alpha}^{0}$ أي

$\boxed{\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} f(x)\,dx = \frac{1}{4}e+\frac{1}{3}\alpha^3+3\alpha^2-\frac{1}{4}e^{2\alpha+1}}$.

- التكامل السابق بيانيا يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بين (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\alpha$ و حامل محور الفواصل .