https://prof27math.weebly.com/

الهرم ومخروط الدوران

تصميم الدرس

- الهرم
- مخروط الدوران
- حجم الهرم وحجم مخروط الدوران
- تمارين و مشكلات
- حلول تمارين و مشكلات

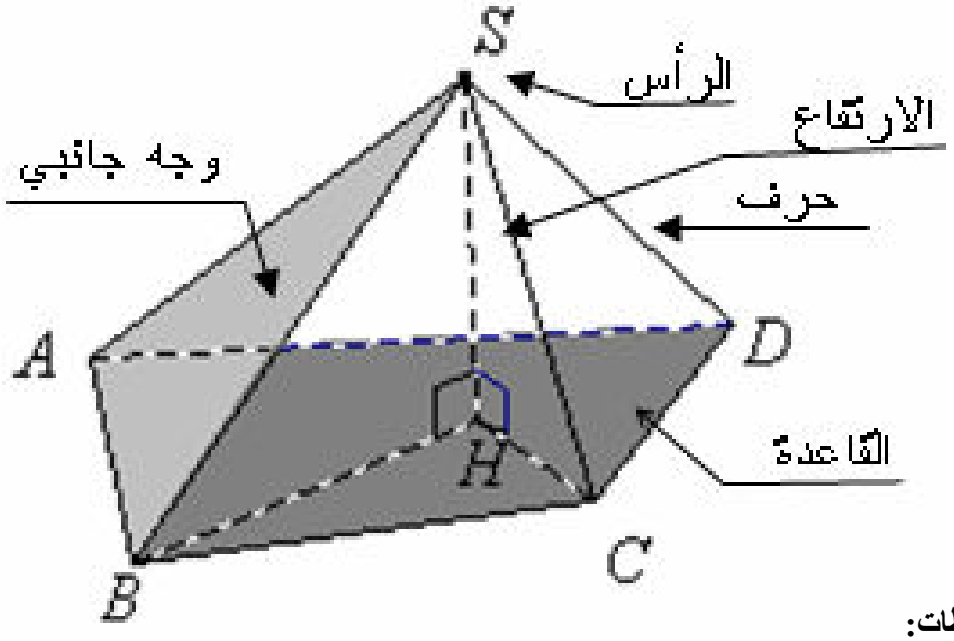
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• الهرم :

تعريف

الهرم هو مجسم حيث:
- أحد أوجهه هو مضلع و يسمى القاعدة؛
- الأوجه الأخرى هي مثلثات لها رأس مشترك وهو رأس الهرم.
تسمى هذه الأوجه الأوجه الجانبية.



ملاحظات:

1. نسمي الارتفاع:
   - الضلع $[SH]$ الذي يعامد القاعدة،
   - وأيضا الطول SH.
2. إذا كانت القاعدة مضلعا منتظما (مثلث متقايس الأضلاع، مربع، خماسي منتظم...) ، فيسمى الهرم هرما منتظما.

في هذه الحالة، تكون كل الأوجه الجانبية متساوية وكلّ منها هو مثلث متساوي الساقين.

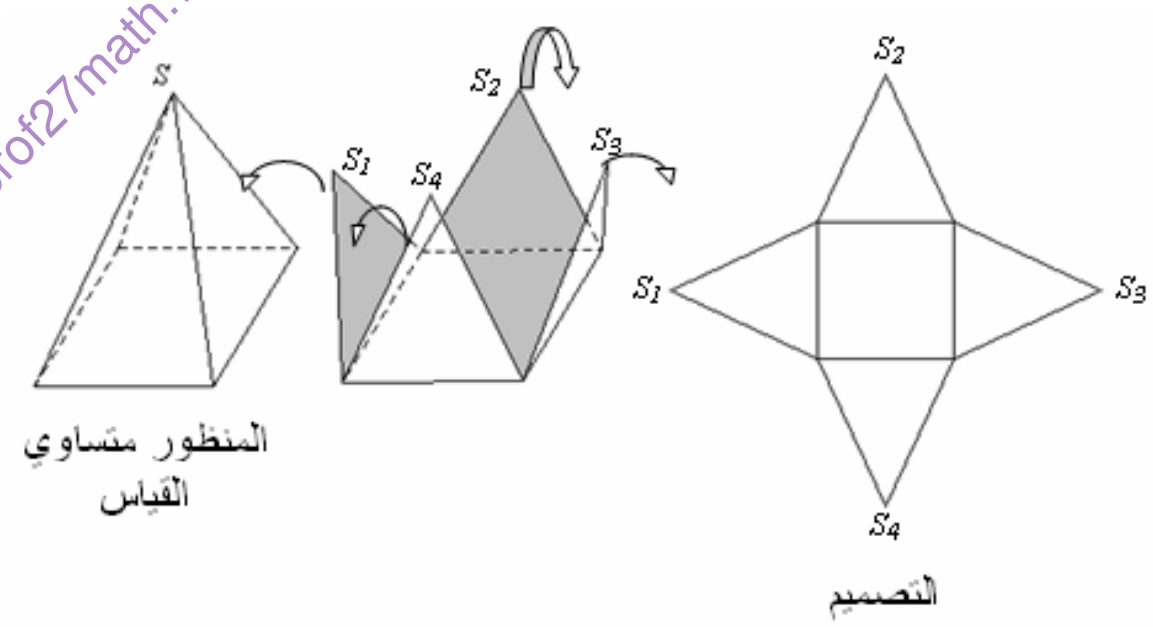
تمثيل وتصميم الهرم:

يتكون تصميم لهرم من مضلع يمثل قاعدته و من مثلثات تمثل أوجهه الجانبية.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

مثال: إليك هرم منتظم قاعدته مربع وأوجهه مثلثات متساوية الساقين.

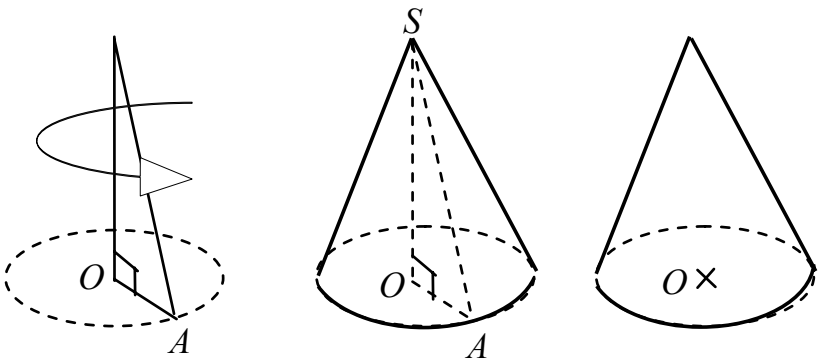


https://prof27math.weebly.com/

• مخروط الدوران :

تعريف

مخروط الدوران هو المجسم المولّد بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين.



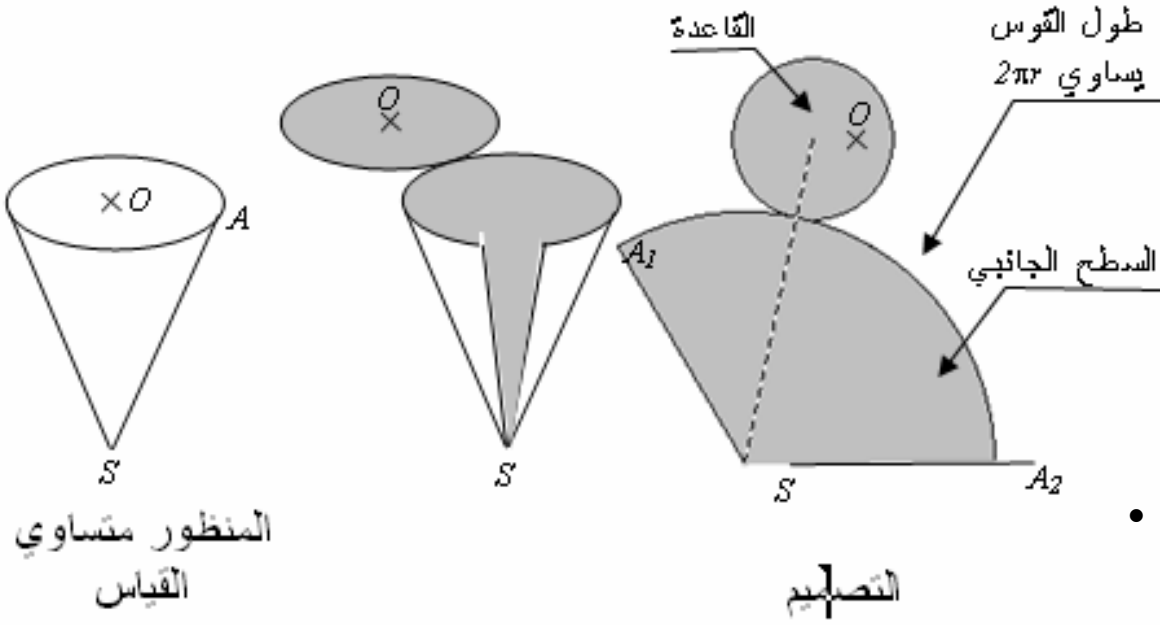
في المخروط المرسوم أعلاه لدينا:

- $[SO]$ هو ارتفاع المخروط (الطول SO هو أيضا ارتفاع المخروط).
- OA هو نصف قطر قاعدة المخروط.
- $[SA]$ هو مولّد المخروط.

• تمثيل وتصميم الهرم:

يتكون تصميم مخروط الدوران من قرص يمثل قاعدته ومن قطاع قرص يمثل سطحه الجانبي.

مثال: نعتبر مخروط الدوران الذي نصف قطر قاعدته يساوي r .

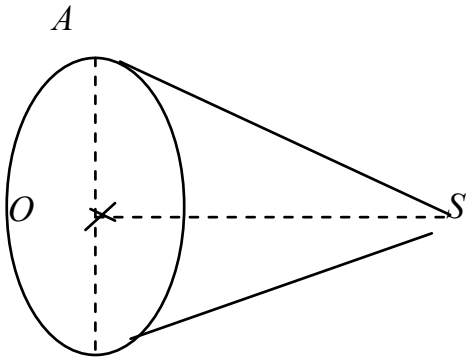


belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

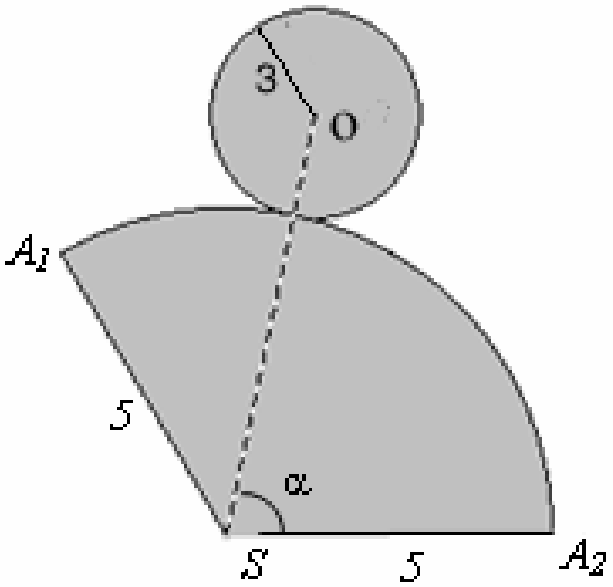
• صنع تصميم مخروط دوران

مثال:



في هذا المخروط المقابل لدينا:
$SA = 5\,cm$ و $OA = 3\,cm$.
أنشئ تصميما لهذا المخروط
(يؤخذ $\pi = 3,14$).

حل:
نرسم شكلا بالتقريب يمثل تصميما للمخروط.



لإنشاء القوس A_1A_2 ، يجب أن نجد القيس α.
في الدائرة التي مركزها S ونصف قطرها SA ، طول القوس متناسب مع قيس الزاوية التي تعيّن هذه القوس.
لحساب α نبحث عن طول القوس A_1A_2.

- حساب الطول للقوس A_1A_2:

يساوي محيط القاعدة إذن $= 2\times 3,14\times 3 = 18,84$.

- حساب α:

محيط الدائرة التي مركزها S ونصف قطرها SA هو $2\times 3,14\times 3 = 31,4$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

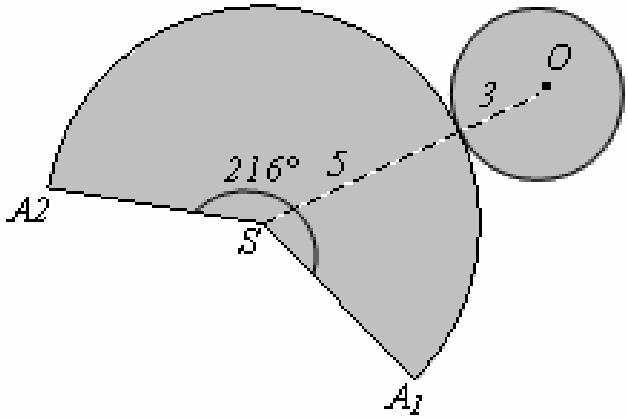
https://prof27math.weebly.com/

لدينا جدول التناسبية التالي:

الزاوية المركزية بالدرجات	360	α
طول القوس بـ cm	$31,4$	$18,84$

نستنتج أن $\alpha \times 31,4 = 360 \times 18,84$ ومنه: $\alpha = \dfrac{360 \times 18,84}{31,4} = 216$.

- إنشاء التصميم:



ملاحظة: يمكن حساب مساحة السطح الجانبي للمخروط الذي هو قطاع بالاعتماد على الخاصية التالية:
في القرص الذي مركزه S ونصف قطره SA ، مساحة قطاع القرص متناسبة مع الزاوية التي تعيّن هذا القطاع.
وفي المثال السابق:
مساحة القرص الذي مركزه S و نصف قطره SA هو $3,14 \times 3^2 = 28,26$.

لدينا جدول التناسبية التالي:

الزاوية المركزية بالدرجات	360	216
مساحة قطاع القرص بـ cm^2	$28,26$	A

نستنتج أنّ $A \times 360 = 28,26 \times 216$.

ومنه: $A = \dfrac{28,26 \times 216}{360} \approx 16,96\ cm^2$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حجم الهرم وحجم مخروط الدوران :

قاعدة

حجم الهرم أو مخروط الدوران يساوي ثلث جداء مساحة قاعدة وإرتفاع هذا المخروط أو هذا المخروط.

إذا رمزنا الى مساحة القاعدة بـ A وإلى الارتفاع بـ h وإلى الحجم بـ V فإن .

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A} \times h}{3}$$

ملاحظة:

بالنسبة إلى مخروط دوران نصف قطر قاعدته r و ارتفاعه h ،

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

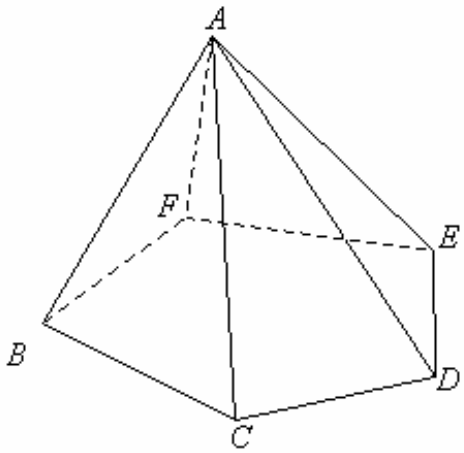
فإن .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تمارين و مشكلات :

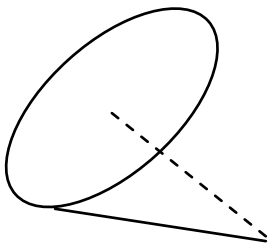
1. يمثل الشّكل التالي منظور متساوي القياس لهرم:



1. ماهو رأس الهرم؟
2. ما هي قاعدته؟
3. سمّ وجها جانبيا مخفيا ووجها جانبيا ظاهرا.

2. أنشئ تصميما لهرم منتظم قاعدته مربعة طولها $3\,cm$ و كل أحرفه متساوية.

3. أتمم الشكل التالي لكي يمثل مخروط الدوران.



4. في مخروط دوران، لدينا نصف قطر القاعدة يساوي $4\,cm$ وطول المولّد يساوي $8\,cm$.
1. انجز تصميما مشفرا لهذا المخروط.
2. احسب المدور إلى الميليمتر لمحيط قاعدة هذا المخروط.
3. احسب المدور إلى الدرجة لزاوية هذا المخروط.
5. أتمم الجدول التالي ويعطى المدور إلى mm بالنسبة إلى الأطول والمدور إلى mm^3 بالنسبة إلى الحجم.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

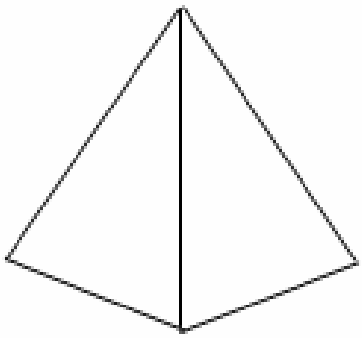
https://prof27math.weebly.com/

المخروط	C_1	C_2	C_3
نصف القطر (cm)	6	1	؟
الارتفاع (cm)	7	؟	6
الحجم (cm^3)	؟	$31,4$	610

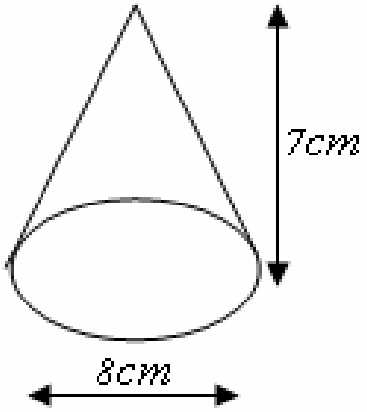
.6

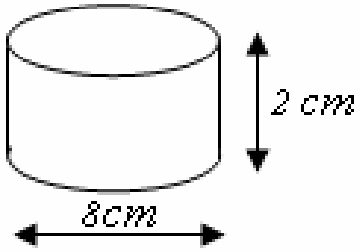
1. احسب حجم هرم منتظم قاعدته مربعة، طول ضلعها $4,2\,cm$ و ارتفاع الهرم يساوي $7\,cm$.
2. أحسب ارتفاع هرم حجمه $50\,cm^3$ ومساحة قاعدته $25\,cm^2$.

7. ما هو أكبر مجسم في الحجم ؟

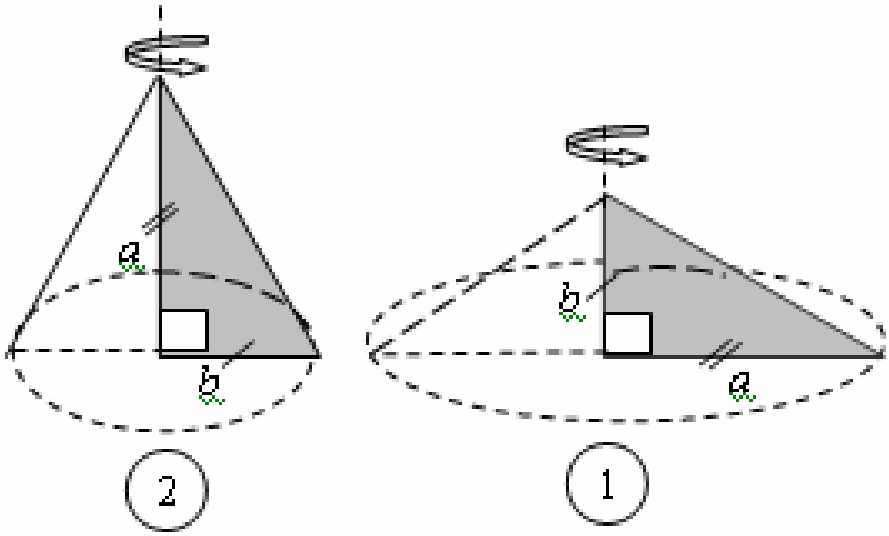


هرم قاعدته مربع طول ضلعه $6\,cm$ و ارتفاعه $9\,cm$.





8. بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين نحصل على مخروطي دوران.



1. ما هو أكبر مخروط في الحجم؟
2. بين أن فرق حجمي المخروطين يساوي إلى: $\dfrac{\pi ab(a-b)}{3}$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

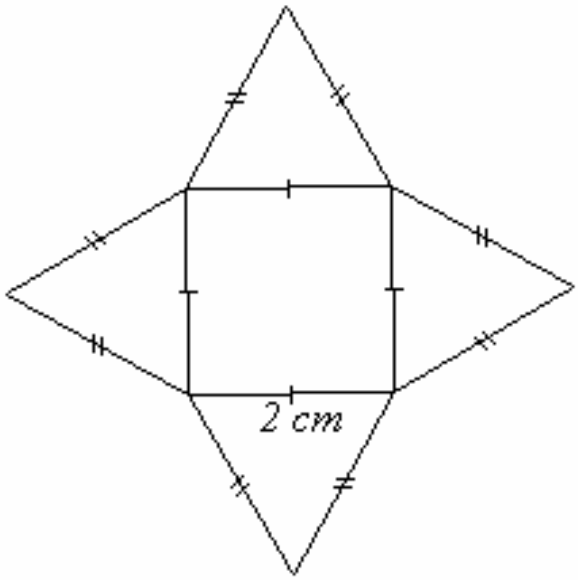
https://prof27math.weebly.com/

• حلول التمارين و المشكلات :

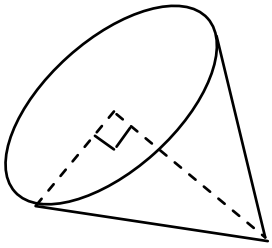
.1

1. رأس الهرم هو النقطة A .
2. قاعدته هي الخماسي $BCDEF$.
3. - وجه مخفي: المثلث ABF .
   - وجه ظاهر: المثلث ABC .

.2

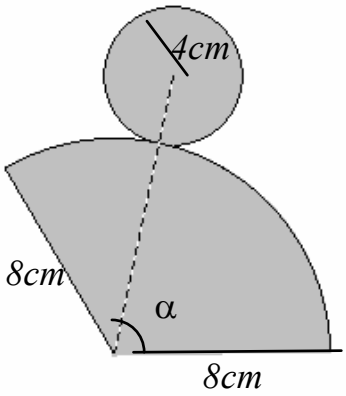


.3



.4

(1



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2. محيط القاعدة هو $2\times 3,14\times 4=25,12$. إذن المدور إلى الميليمتر لهذا المحيط هو $25,1cm$.

3. حساب زاوية المخروط α :
محيط الدائرة التي نصف قطرها $8cm$ هو $2\times 3,14\times 8=50,24$.
لدينا جدول التناسبية التالي:

α	360	الزاوية المركزية بالدرجات
$25,12$	$50,24$	طول القوس بـ cm

نستنتج أن $\alpha\times 50,24=360\times 25,12$ ومنه: $\alpha=\dfrac{360\times 25,12}{50,24}=180$.

زاوية المخروط هي $180°$.

5.

C_3	C_2	C_1	المخروط
؟ $9,9$	1	6	نصف القطر (cm)
6	30	7	الارتفاع (cm)
610	$31,4$	$263,760$	الحجم (cm^3)

6.

1. الحجم هو: $\dfrac{(4,2)^2\times 7}{3}=41,16\,cm^3$.

2. الارتفاع هو: $\dfrac{50\times 3}{25}=6\,cm$.

7.

حجم الأسطوانة: $3,14\times(4)^2\times 2=100,48\,cm^3$

حجم المخروط: $\dfrac{3,14\times(4)^2\times 7}{3}=117,22\,cm^3$

حجم الهرم : $\dfrac{(6)^2\times 9}{3}=108\,cm^3$

أكبر مجسم في الحجم هو المخروط.

8.

1. حجم المخروط 1 : $\dfrac{\pi(a)^2 b}{3}=\dfrac{\pi a\times a\times b}{3}=\dfrac{\pi ab}{3}\times a$

حجم المخروط 1 : $\dfrac{\pi(b)^2 a}{3}=\dfrac{\pi b\times b\times a}{3}=\dfrac{\pi ab}{3}\times b$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

و بما أنّ $a > b$ فإن المخروط 1 هو الأكبر في الحجم.

2. فرق الحجمين: $\frac{\pi ab}{3} \times a - \frac{\pi ab}{3} \times b = \frac{\pi ab}{3} \times (a-b) = \frac{\pi ab(a-b)}{3}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/