https://prof27math.weebly.com/

نظرية فيتاغورس وعكسها

تصميم الدرس

- نظرية فيثاغورس
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

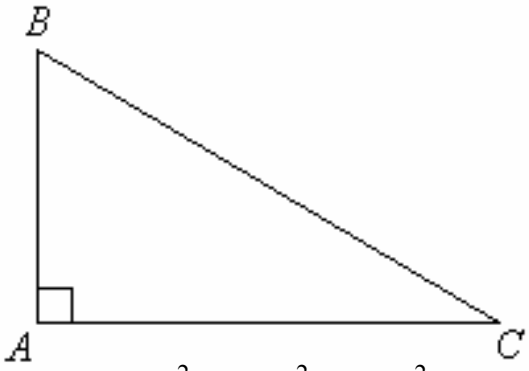
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• نظرية فيثاغورس :

• نظرية

إذا كن مثلث قائما، فإنّ مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين.

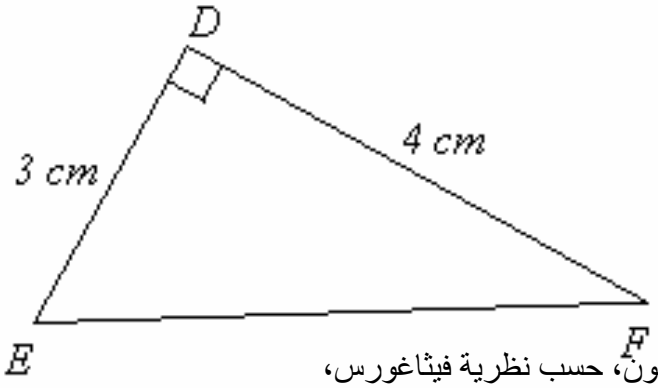


المثلث ABC قائم في . لدينا $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

تطبيق: حساب طول ضلع في مثلث قائم

مثال: DEF مثلث قائم في E بحيث $DE = 3\,cm$ و $DF = 5\,cm$.
أحسب الطول EF (تعطى القيمة المضبوطة ثم القيمة المدورة إلى الميليمتر).

الحلّ:



بما أنّ المثلث DEF قائم في E ، فيكون، حسب نظرية فيثاغورس،
$EF^2 = DE^2 + DF^2$.
إذن $EF^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$
نستنتج أنّ $EF = \sqrt{34}$ (القيمة المضبوطة بـ cm).

ملاحظة: $\sqrt{34}$ هو العدد الموجب الذي مربعه 34 .
نحسب القيمة المقربة لهذا العدد باستعمال الحاسبة.

ضغط على $\boxed{=}$ 34 $\boxed{\sqrt{}}$ (أو على $\boxed{\sqrt{}}$ 34 $\boxed{=}$ حسب الآلة).

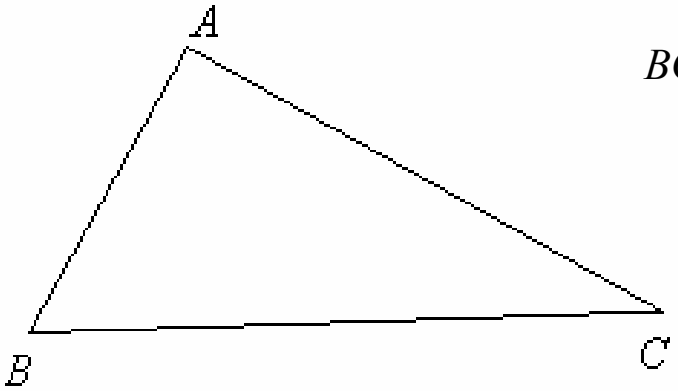
يظهر على الشاشة العدد $5,830951895$ ومدوّر هذا العدد إلى $0,1$ هو $5,8$. نستنتج : $EF \approx 5,8\,cm$ (المدوّر إلى الميليمتر).

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• نظرية عكسية

إذا كان في مثلث، مربع طول أكبر ضلع فيه يساوي مجوع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلث قائم. وتر المثلث هو الضلع الأكبر.



إذا كان في مثلث $BC^2 = AB^2 + AC^2$
فإن المثلث ABC قائم في A .

تطبيق: إثبات كون مثلث قائما.

مثال:

LM مثلث بحيث $L = 6\,cm$ ، $M = 8\,cm$ ، $M = 10\,cm$.

برهن أنّ المثلث LM قائم.

الحلّ:

$[\ M\ ]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $LM^2 = 10^2 = 100$.

نحسب مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين:

$$KM^2 + KL^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

نقارن النتيجتين ونلاحظ أنّ $M^2 = KL^2 + KM^2$.

وحسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث LM قائم في .

ملاحظة هامة:

لإثبات كون مثلث ليس قائما نطبق الخاصية التالية:

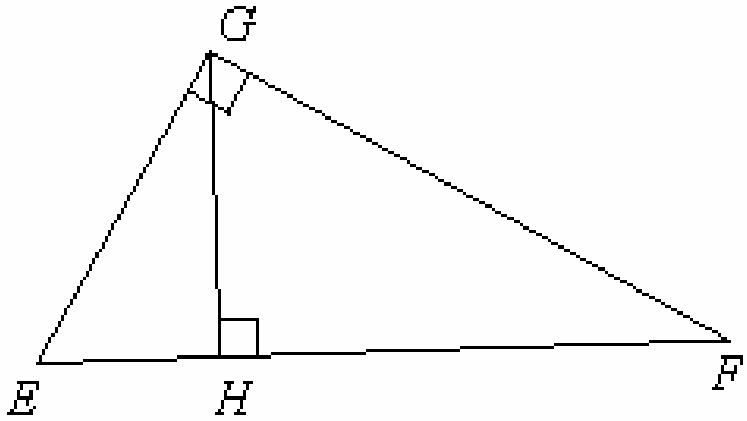
إذا كان في مثلث، مربع طول أكبر ضلع فيه لا يساوي مجوع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلث ليس قائما.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تمارين و مشكلات :

1. عيّن كلّ المثلثات القائمة في الشكل التالي ثمّ اكتب علاقة فيثاغورس في كلّ منها.



2. عيّن، باستعمال الحاسبة، القيمة المضبوطة لكلّ من الأعداد التالية:

$\sqrt{169}$ ؛ $\sqrt{625}$ ؛ $0,45^2$ ؛ $\sqrt{5,29}$ ؛ $(\sqrt{7})^2$ ؛ $5,6^2+5,2^2$.

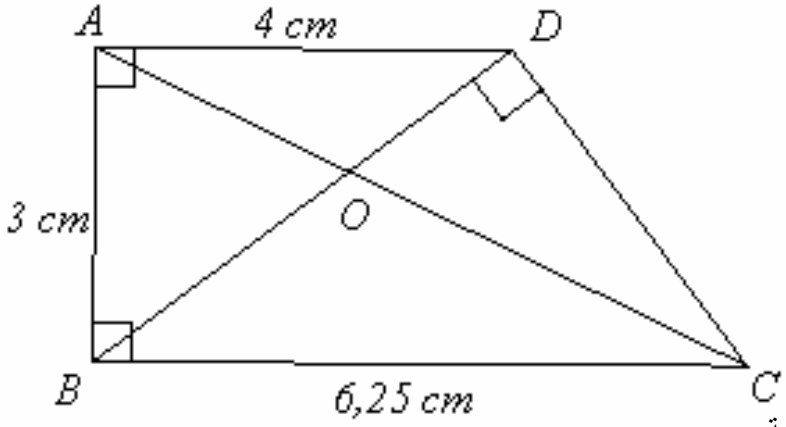
3. أحسب في كلّ حالة من الحالات التالية القيمة المضبوطة للطول BC :

أ) $BC^2=12^2+16^2$ ؛ ب) $7,4^2+BC^2=7,6^2$ ؛ ج) $4,5^2+6^2=BC^2$.

4. عيّن، في كل حالة من الحالات التالية وباستعمال الحاسبة ، المدوّر إلى الجزء من المائة للطول EF :

$EF^2=6^2+10^2$ ؛ $EF^2=7^2-4^2$ ؛ $5^2+EF^2=11^2$ ؛ $EF^2+8^2=15^2$ ؛ $(\sqrt{13})^2+3^2=EF^2$.

5. $ABCD$ هو شبه منحرف قائم.



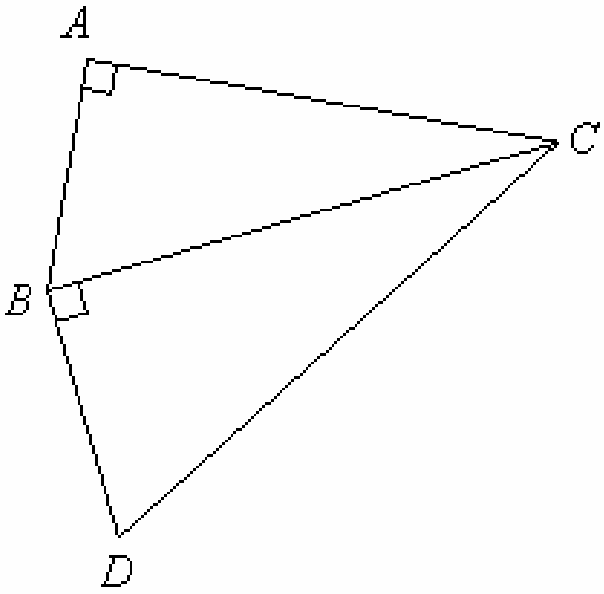
أتمم الجمل التالية:

- لحساب AC ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، .... .
- لحساب BD ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، ... .
- لحساب CD ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، ... .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

6. لاحظ الشّكل التالي:



نعلم أنّ $3^2+4^2=5^2$ و $3,75^2+5^2=6,25^2$.

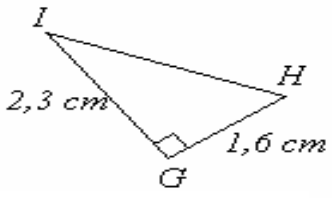
أوجد الأطوال AB ، AC ، CD ، BD ، BC من بين الأعداد التالية:

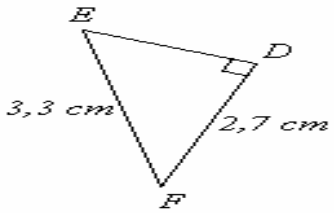
3 ؛ $3,75$ ؛ 4 ؛ 5 ؛ 6 ؛ $6,25$.

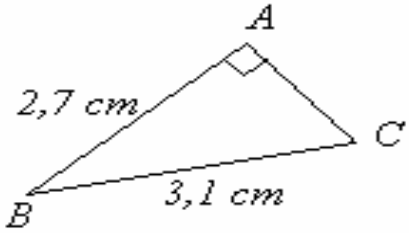
7. أتمم الجدول التالي الذي يمثل أطوال أضلاع مثلث ABC قائم في C .

$7,2\,dm$	$\ldots m$	$8\,cm$	$2\,cm$	AC
$\ldots dm$	$12\,m$	$\ldots cm$	$3\,cm$	BC
$7,4\,dm$	$15\,m$	$11\,cm$	$\ldots cm$	AB

8. أحسب في كلّ حالة من الحالات التالية طول الضلع الثالث في المثلث:
(يعطى تدوير كلّ نتيجة إلى الميليمتر).







belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

9. أحسب طول ضلع معيّن حيث طولا قطريه $13\,cm$ و $11\,cm$.

10. برهن في كلّ من الحالتين التاليتين أنّ المثلث EFG قائم في F :

1) $EF = 8\,cm$ ؛ $FG = 15\,cm$ ؛ $EG = 17\,cm$.

2) $EF = 0,7\,cm$ ؛ $FG = 2,4\,cm$ ؛ $EG = 2,5\,cm$.

11. ABC مثلث حيث $B = 10,4\,cm$ ؛ $C = 9,6\,cm$ ؛ $BC = 4\,cm$.

1) أرسم شكلا وأتممه.

2) برهن أنّ المثلث ABC قائم.

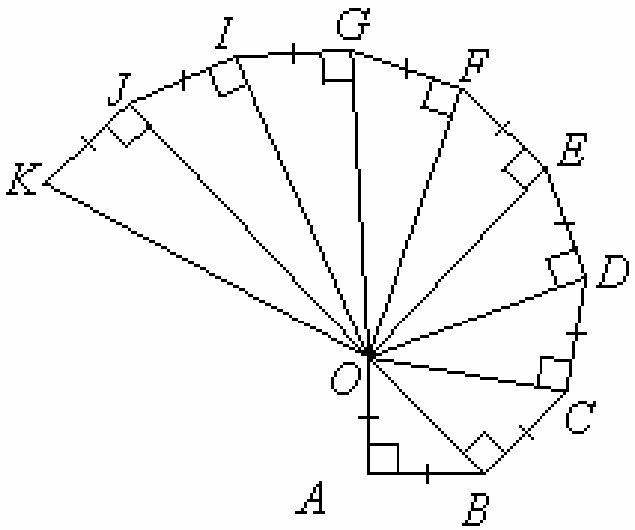
3) عيّن النقطة D من القطعة $[AB]$ حيث $D = 7,8\,cm$ ثم أرسم الدائرة التي قطرها $[AD]$ والتي تقطع $[AC]$ في E.

ما نوع المثلث AED ؟ علّل.

4) برهن أنّ المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان.

12. نسمي الشّكل التالي " حلزون فيثاغورس":

كلّ من الأطوال OA ، AB ، BC ، CD ،...، JK يساوي $1\,cm$.



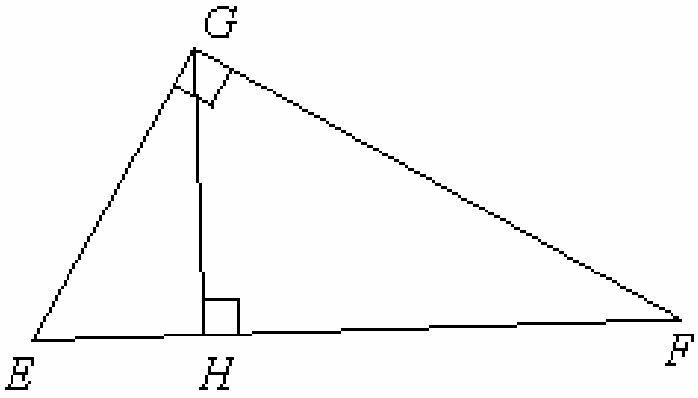
أحسب القيمة المضبوطة لكل من الأطوال OB ، OC ، OD ،...، OK.

(استعمل الرمز $\sqrt{\ }$ عند الحاجة).

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حلول التمارين و المشكلات :



المثلثات القائمة: GEF قائم في G ، HGE قائم في H ، HGF قائم في H .

تطبيق خاصية فيثاغورس:

- في المثلث GEF القائم في G : $EF^2 = GE^2 + GF^2$.
- في المثلث HGF القائم في H : $GF^2 = HG^2 + HF^2$.
- في المثلث HGE القائم في H : $EG^2 = HE^2 + HG^2$.

.2

$13 = \sqrt{169}$ ؛ $25 = \sqrt{625}$ ؛ $0,2025 = 0,45^2$ ؛ $2,3 = \sqrt{5,29}$ ؛ $7 = (\sqrt{7})^2$ ؛

$58,4 = 5,6^2 + 5,2^2$.

.3

أ) $BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ ، إذن $BC = \sqrt{400}$ أي أنّ $BC = 20$.

ب) $3,9^2 + BC^2 = 6,5^2$ أي أنّ $BC^2 = 6,5^2 - 3,9^2 = 27,04$.

و منه $BC = \sqrt{27,04}$ أي أنّ $BC = 5,2$.

حـ) $4,5^2 + 6^2 = BC^2$ أي أنّ $BC^2 = 20,25 + 36 = 56,25$.

و منه $BC = \sqrt{56,25}$ أي أنّ $BC = 7,5$.

.4

- $EF^2 = 6^2 + 10^2 = 36 + 100 = 136$ أي أنّ $EF = \sqrt{136}$.
  منه $EF \approx 11,66$.
- $EF^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$ أي أنّ $EF = \sqrt{33}$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

منه $EF \approx 5,74$.

- $5^2 + EF^2 = 11^2$ أي أنّ $EF^2 = 11^2 - 5^2 = 121 - 25 = 96$ أي أنّ $EF = \sqrt{96}$.
منه $EF \approx 9,80$.
- $EF^2 + 8^2 = 15^2$ أي أنّ $EF^2 = 15^2 - 8^2 = 225 - 64 = 161$ أي أنّ $EF = \sqrt{161}$.
منه $EF \approx 12,69$.
- $(\sqrt{13})^2 + 3^2 = EF^2$ أي أنّ $EF^2 = 13 + 9 = 22$ أي أنّ $EF = \sqrt{22}$.
منه $EF \approx 4,69$.

.5

- لحساب AC ، نستعمل المثلث ABC القائم في B والطولين AB ، BC .
- لحساب BD ، نستعمل المثلث ABD القائم في A والطولين AB ، AD .
- لحساب CD ، نستعمل المثلث DCB القائم في D والطولين DC ، DB .

.6

$AB = 3$ ؛ $AC = 4$ ؛ $CD = 6,25$ ؛ $BD = 3,75$ ؛ $BC = 5$.

.7

$7,2\,dm$	$9\,m$	$8\,cm$	$2\,cm$	AC
$\sqrt{2,92}\ dm$	$12\,m$	$\sqrt{57}\ cm$	$3\,cm$	BC
$7,4\,dm$	$15\,m$	$11\,cm$	$\sqrt{13}\ cm$	AB

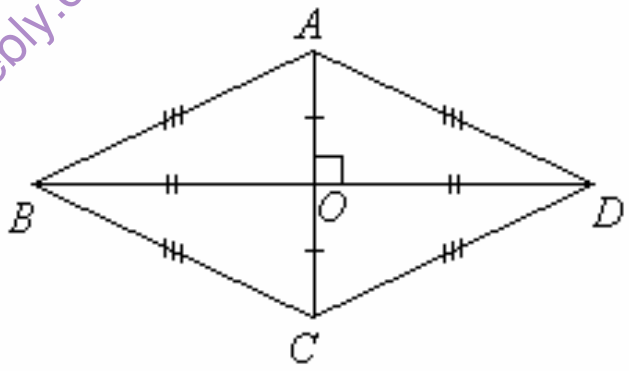
.8

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث BC القائم في نجد:
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3,1^2 - 2,7^2 = 2,32$.
و منه $AC = \sqrt{2,32}$ أي أنّ $C \approx 1,5\,cm$.
- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث DEF القائم في D نجد:
$EF^2 = DE^2 + DF^2$ أي أنّ $DE^2 = EF^2 - DF^2 = 3,3^2 - 2,7^2 = 3,60$ ومنه
$DE = \sqrt{3,6}$ أي أنّ $DE \approx 1,9\,cm$.
- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث GHI القائم في G نجد:
$HI^2 = GH^2 + GI^2$ أي أنّ $HI^2 = 2,3^2 + 1,6^2 = 6,89$.
ومنه $HI = \sqrt{6,89}$ أي أنّ $HI \approx 2,6\,cm$.

.9 نسمي $ABCD$ المعيّن و O نقطة تقاطع قطريه. لدينا (في الشكل)
$BD = 13\,cm$ و $C = 11\,cm$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ قطريه متعامدان.
ومنه، المثلث OD (مثلا) قائم في O.

بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ قطريه متناصفان. ومنه : $OA = \frac{AC}{2} = \frac{11}{2}$ أي $OA = 5,5\,cm$

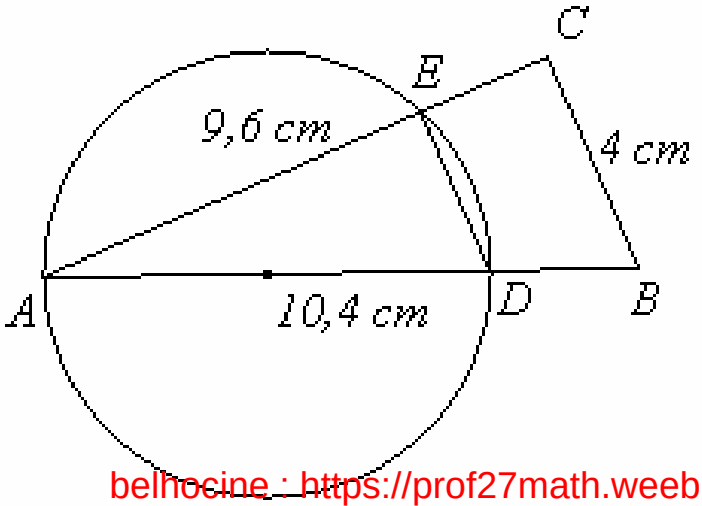
و $OD = \frac{BD}{2} = \frac{13}{2}$ أي $OD = 6,5\,cm$.

بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث AOD قائم في O، نجد:
$AD^2 = OA^2 + OD^2 = 5,5^2 + 6,5^2 = 72,5$. ومنه:
$AD = \sqrt{72,5}$ أي $AD \approx 8,5\,cm$.
إذن طول ضلع المعيّن هو $8,5\,cm$ (بالتدوير إلى الميليمتر).

10. 1) $[EG]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $EG^2 = 17^2 = 289$.
نحسب مجموع طولي الضلعين الآخرين:
$EF^2 + FG^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

نلاحظ أنّ $EG^2 = EF^2 + FG^2$
حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث EFG قائم في F.
2) بنفس الطريقة نجد : $EG^2 = 2,5^2 = 6,25$
و $EF^2 + FG^2 = 0,7^2 + 2,4^2 = 0,49 + 5,76 = 6,25$.
نلاحظ أنّ $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث EFG قائم في F.

11.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$[AB]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $AB^2 = 10,4^2 = 108,16$.

نحسب مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين:

$AC^2 + BC^2 = 9,6^2 + 4^2 = 92,16 + 16 = 108,16$.

نلاحظ أنّ $B^2 = AC^2 + BC^2$.

حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في C .

3) بما أنّ المثلث AED مرسوم في الدائرة التي قطرها $[AD]$، فإنّ هذا المثلث قائم في E .

4) ABC قائم في C يعني أنّ المستقيمين (AC) و (BC) متعامدان.

AED قائم في E يعني أنّ المستقيمين (AE) و (DE) متعامدان.

لكن (C) و (E) متطابقان، إذن نستنتج أنّ المستقيمين (BC) و (DE) يعامدان نفس المستقيم.

فإنّهما متوازيان.

.12

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث OAB القائم في نجد:

$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ ومنه $OB = \sqrt{2}\ cm$.

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث OBC القائم في B نجد:

$OC^2 = OB^2 + BC^2 = 2 + 1^2 = 3$ ومنه $OB = \sqrt{3}\ cm$

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث OCD القائم في C نجد:

$OD^2 = OC^2 + BD^2 = 3 + 1^2 = 4$ ومنه $OD = \sqrt{4}$. $(OD = 2\,cm)$.

بنفس الطريقة سنجد:

$OE = \sqrt{5}\ cm$ ، $OF = \sqrt{6}\ cm$ ، $OG = \sqrt{7}\ cm$ ، $OH = \sqrt{8}\ cm$

$OI = \sqrt{9}\ cm$ ، $(OI = 3\,cm)$ ، $OJ = \sqrt{10}\ cm$ ، $OK = \sqrt{11}\ cm$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/