https://prof27math.weebly.com/

المثلث القائم والدائرة المحيطة

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تذكير:

• محور قطعة مستقيم

تعريف

محور قطعة مستقيم هو المستقيم الذي يعامد هذه القطعة في منتصفها.

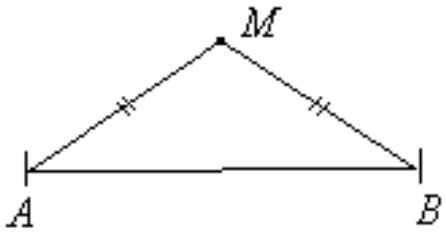
الخاصية المميزة

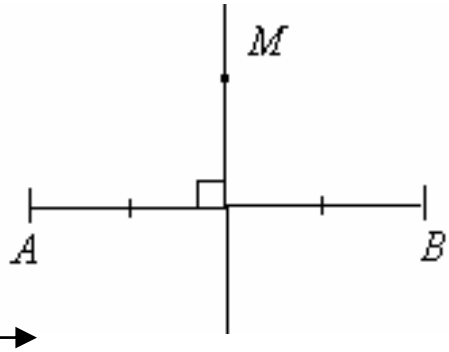
ـ الخاصية

إذا كانت نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيم فإنها متساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.

ـ الخاصية العكسية

إذا كانت نقطة متساوية المسافة عن طرفي قطعة مستقيم، فأنها تنتمي إلى محور هذه القطعة.





M نقطة من محور $[AB]$ $\Longleftrightarrow$

$A = MB$

ملاحظة: يمكن تلخيص الخاصتين السابقتين في الخاصية المميّزة التالية:

محور قطعة مستقيم هو مجموعة النقط المتساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.

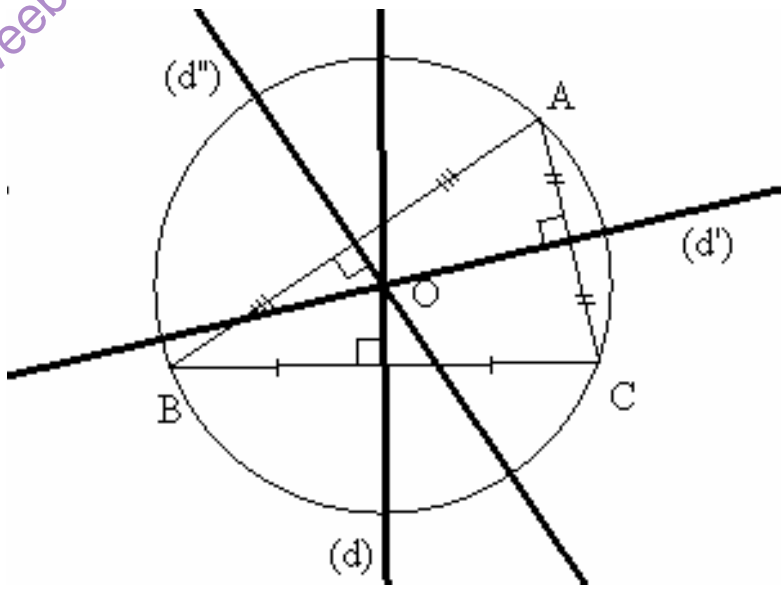
• الدائرة المحيطة بمثلث

خاصية:

في المثلث، المحاور الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة. هذه النقطة متساوية المسافة عن رؤوس المثلث وهي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



المحاور الثلاثة (d)، (d')، (d'') تتقاطع في النقطة O، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC..

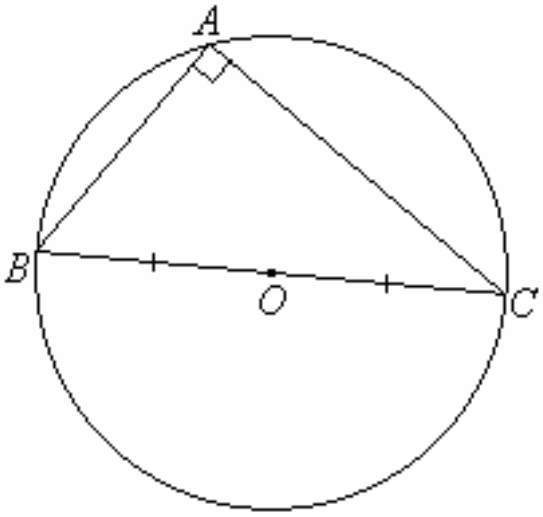
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2. المثلث القائم والدائرة المحيطة :

خاصية:

إذا كان مثلث قائما، فإنّ وتره يكون قطرا للدائرة المحيطة به.



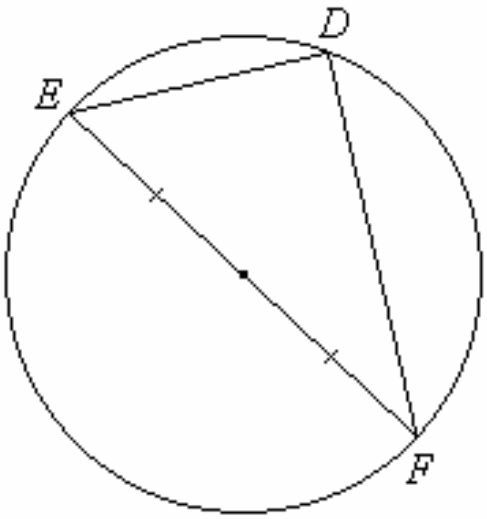
ABC مثلث قائم في . إذن $[BC]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

إستنتاج:

- **منتصف الوتر هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.**
- **طول الضلع الذي يصل بين رأس الزاوية القائمة ومنتصف الوتر يساوي نصف الوتر.**

ـ خاصية عكسية

إذا كان مثلث مرسوما في دائرة قطرها هو أحد أضلاع المثلث، فهذا المثلث قائم ووتره هو قطر الدائرة.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

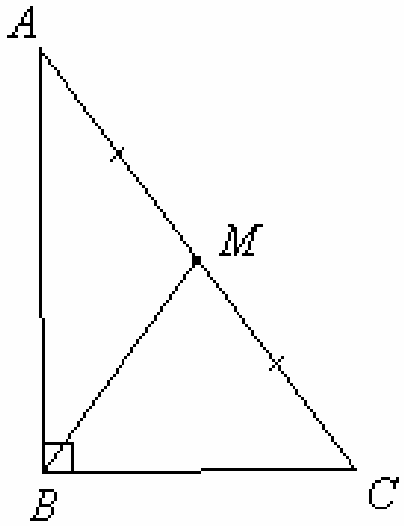
https://prof27math.weebly.com/

$[EF]$ قطر الدائرة المحيطة بالمثلث DEF ،فإنّ المثلث DEF قائم في D .

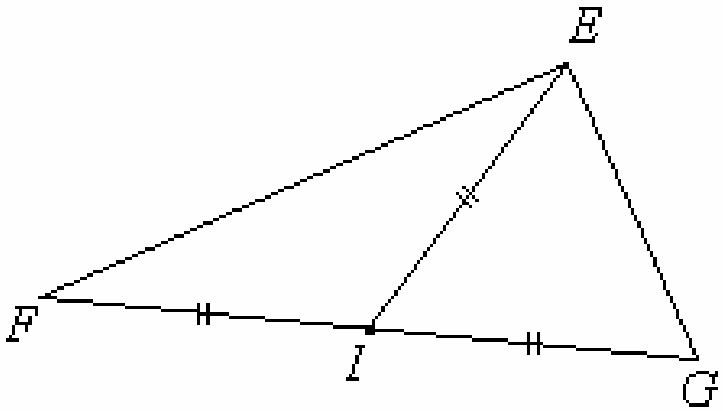
3. المثلث القائم والمتوسط المتعلق بالوتر :

خاصية:

إذا كان مثلث قائما، فإنّ المتوسط المتعلق بوتره يساوي نصف هذا الوتر.



ABC مثلث قائم في B و $[BM]$ المتوسط المتعلق بالوتر $[AC]$ ، إذن: $BM = \frac{1}{2} AC$.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

خاصية عكسية:

إذا كان المتوسط المتعلق بأحد أضلاع مثلث يساوي نصف طول هذا الضلع، فإنّ المثلث قائم ووتره هو هذا الضلع.

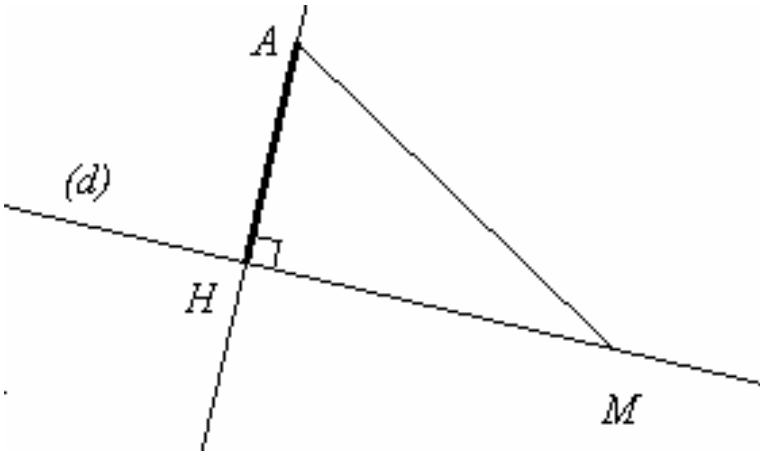
$[EI]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[FG]$ و $EI = \frac{1}{2}FG$ ، إذن المثلث EFG قائم في E.

https://prof27math.weebly.com/

• بعد نقطة عن مستقيم :

تعريف:

نسمي بعد نقطة A عن مستقيم (d) أقصر مسافة بين النقطة A والمستقيم (d).
تقاس هذه المسافة على المستقيم العمودي (d) والذي يشمل A.



المعطيات: المستقيم الذي يشمل A و يعامد (d) يقطع (d) في H.

الخلاصة: المسافة H هي بعد النقطة عن المستقيم (d).

استنتاج:
- من أجل كلّ نقطة M من المستقيم (d) ، فإنّ $M \geq H$.

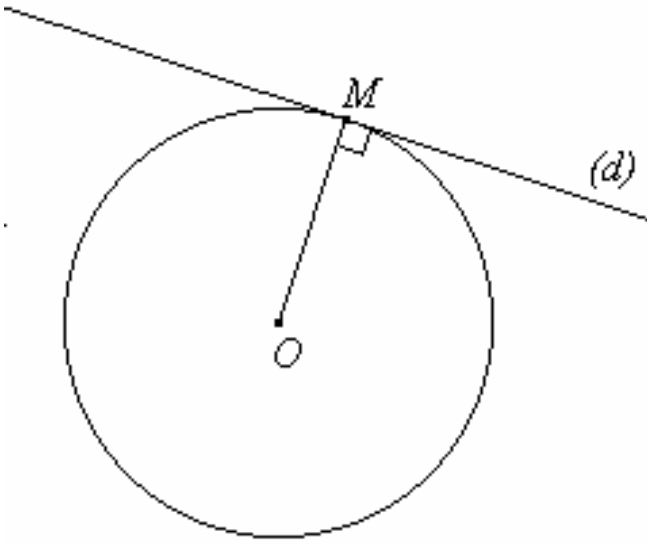
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• المماس لدائرة :

تعريف:

المماس لدائرة في نقطة من دائرة مركزها O هو المستقيم الذي يشمل والذي يعامد نصف القطر $[OM]$.



المعطيات: M نقطة من دائرة مركزها o . (d) عمودي على $[OM]$ في M.

الخلاصة: (d) مماس للدائرة في .

خاصية:

إذا كان مستقيم (d) مماسا لدائرة (C) في نقطة ، فإن هذه النقطة هي النقطة الوحيدة المشتركة بين الدائرة (C) والمماس (d).

ملاحظة: النقطة تسمى نقطة التماس.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

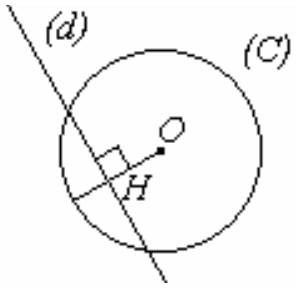
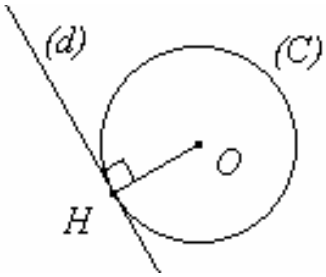
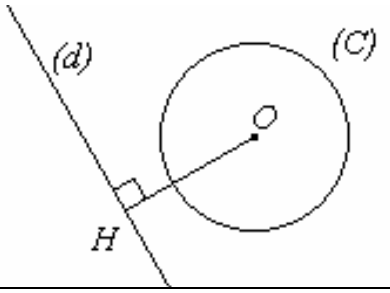
https://prof27math.weebly.com/

- **إنشاء مماس لدائرة:**

طريقة: لإنشاء المماس في لدائرة مركزها O ، ننشئ المستقيم الذي يشمل والذي يعامد (OM).

https://prof27math.weebly.com/

• الوضعيات النسبية لمستقيم ودائرة :

(d) قاطع للدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها r. يعني:	(d) مماس للدئرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها r. .عني:	(d) خارج للدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها r. يعني:
• الدائرة والمستقيم لهما نقطتان مشتركتان.	• الدائرة والمستقيم لهما نقطة مشتركة وحيدة.	• الدائرة والمستقيم ليس لهما نقط مشتركة.
• $OH < r$.	• $OH = r$.	• $OH > r$.
		

ملاحظة: المسافة OH هي بعد المركز O عن المستقيم (d).

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

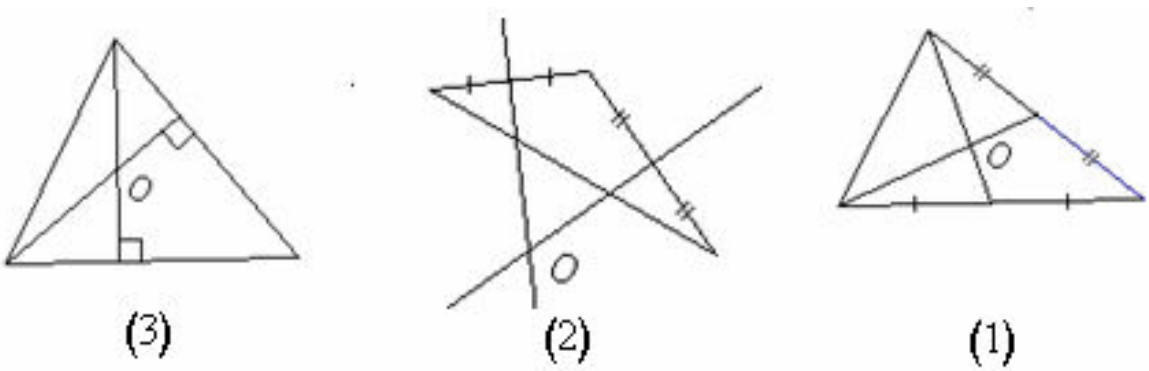
• تمارين و مشكلات :

1. أرسم قطعة $[AB]$ طولها $6\,cm$ ثمّ الدائرتين: (C) التي مركزها A ونصف قطرها $5\,cm$ و (C') التي مركزها B ونصف قطرها $3\,cm$.
الدائرتان تتقاطعان في النقطتين و N .
أتمم النصّ التالي:
بما أنّ النقطتان و N تنتميان إلى ..... (C) ..... A ، فإنّ
$AM = AN$.
$BM = BN$ ، لأنّ و N نقطتان من.....
إذن النقطتان A و B متساويتا المسافة عن النقطتين و N .
نستنتج أنّ المستقيم (B) ( ) هو ..... القطعة $[N]$.

1. أرسم مثلثا ABC بحيث $AB = 7\,cm$ ، $AC = 5\,cm$ ، $BC = 4\,cm$.
أرسم الارتفاع (CH) والمحور (d) للقطعة $[AB]$.
برهن أنّ المستقيمين (CH) و (d) متوازيان.

2. أرسم دائرة مركزها O ثمّ وترا $[AB]$ في هذه الدائرة.
أرسم المحور (d) للقطعة $[AB]$.
- برهن أنّ (d) يشمل المركز O . ماذا تستنتج بصفة عامة؟

3. في أية حالة من الحالات التالية تكون النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ؟

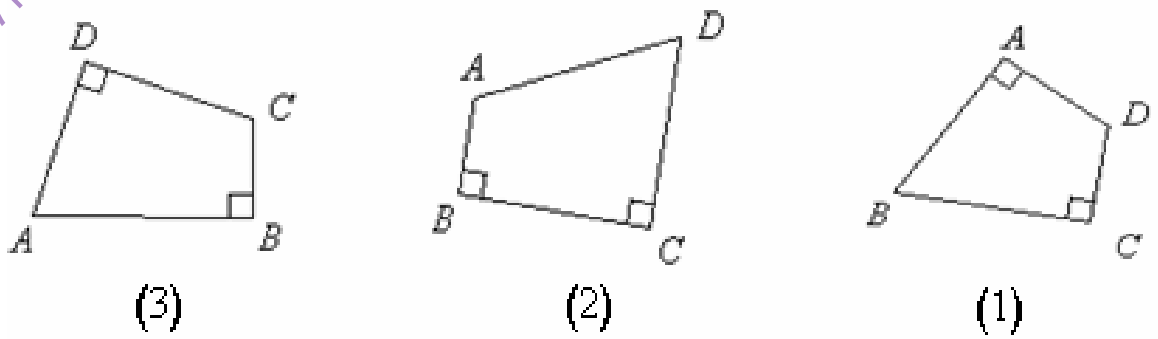


(3) (2) (1)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

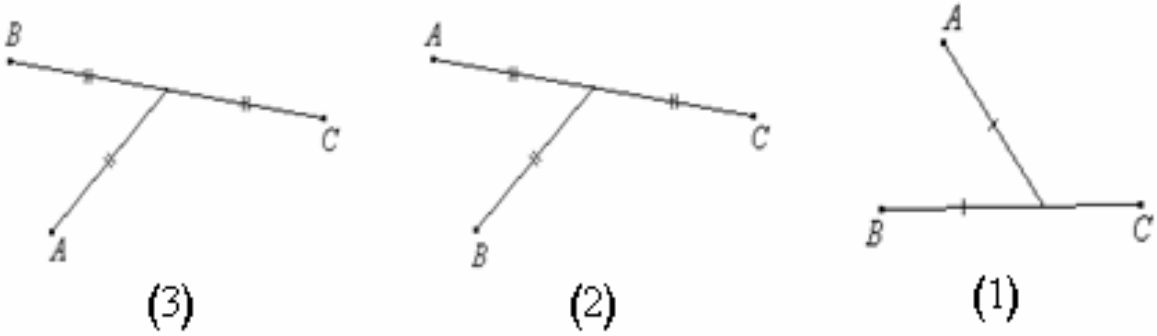
https://prof27math.weebly.com/

4--في أية حالة من الحالات التالية يكون الرباعي $ABCD$ مرسوما في الدائرة التي قطرها $[BD]$؟



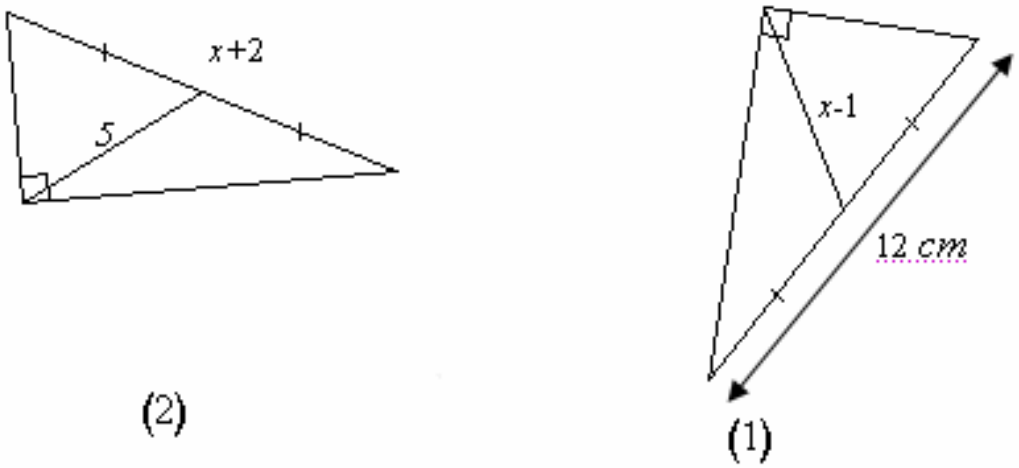
(3) (2) (1)

5_في أية حالة من الحالات التالية يكون المثلث ABC قائما في B ؟



(3) (2) (1)

4. عين قيمة x في كلّ حالة من الحالات التالية:

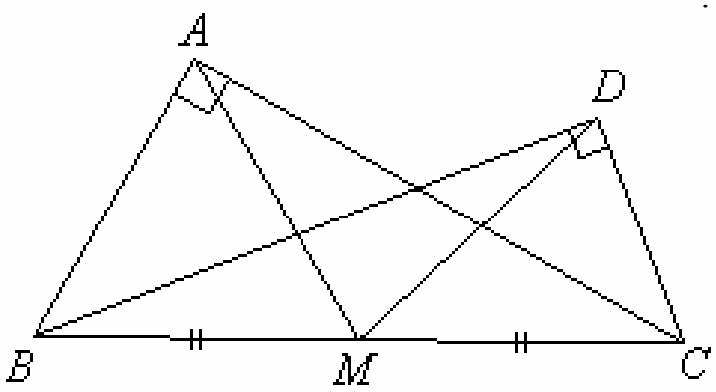


(2) (1)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

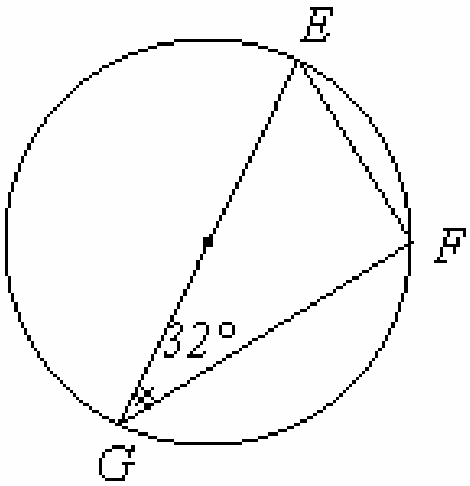
https://prof27math.weebly.com/

5. لاحظ الشّكل التالي :



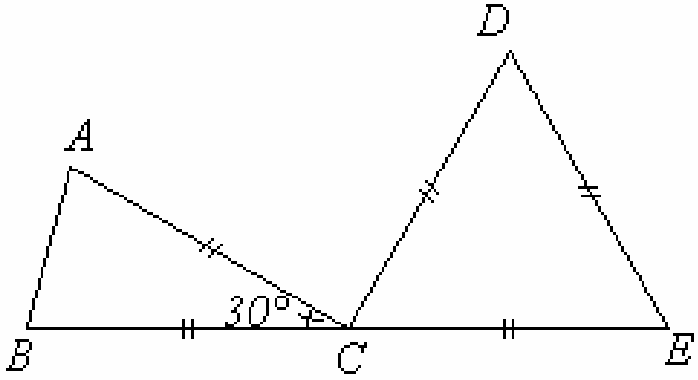
برهن أنّ المثلث AMD متساوي الساقين في .

6. إليك الشّكل التالي:



أحسب الزاوية $\overset{\frown}{FEG}$. علل.

10. لاحظ الشّكل التالي. النقط B ، C ، E على استقامة واحدة.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

عيّن المثلثات القائمة فيه. برّر إجابتك.

11. أرسم دائرة (C) مركزها O ونصف قطرها $3cm$. عيّن نقطة A من هذه الدائرة ثم أرسم الدائرة (C') التي قطرها $[OA]$. أرسم مستقيما يشمل A ويقطع الدائرة (C) في M والدائرة (C') في N.

1) برهن أنّ المستقيم (ON) محور القطعة $[AM]$.

2) ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة N ؟

12. نعتبر دائرة (C) قطرها $[AB]$، M نقطة من (C).

لتكن D نظيرة B بالنسبة إلى A و E نظيرة B بالنسبة إلى M.

1) أنجز الشكل.

2) ما نوع المثلث AMB ؟ علّل.

3) ماذا يُمثل المستقيم (AM) بالنسبة إلى الضلع $[BE]$؟

4) ما نوع المثلث EAD ؟ علّل.

5) ما نوع المثلث EBD ؟ علّل.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حلول التمارين و المشكلات :

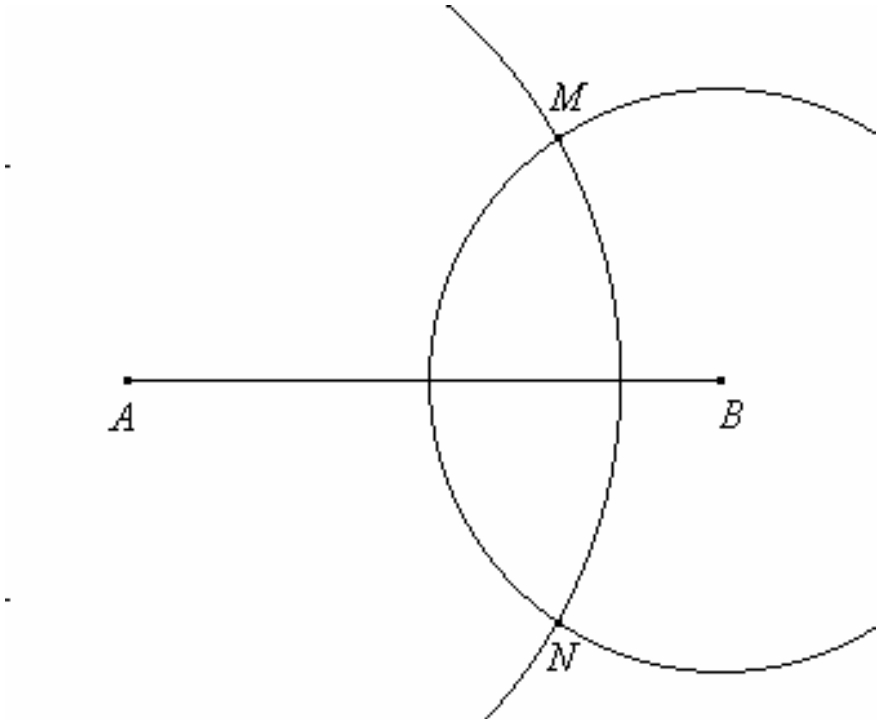
.1

بما أنّ النقطتان و N تنتميان إلى الدائرة (C) التي مركزها A ، فإنّ $AM = AN$.

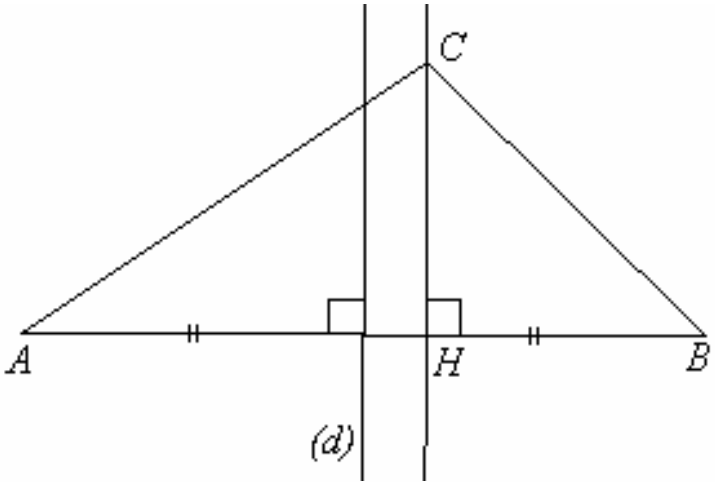
$BM = BN$ ، لأنّ و N نقطتان من الدائرة (C').

إذن النقطتان A و B متساويتا المسافة عن النقطتين و N.

نستنتج أن المستقيم (B) (هو محور القطعة $[N]$.



.2



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

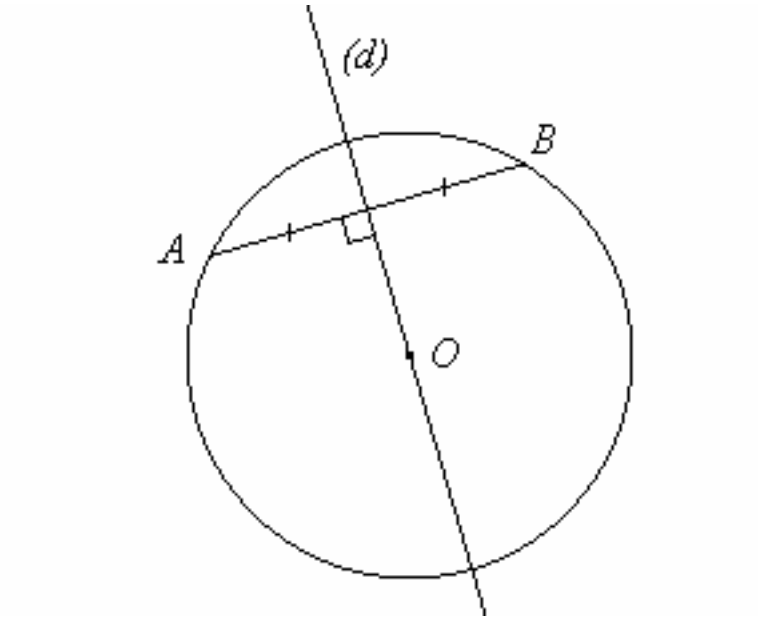
https://prof27math.weebly.com/

بما أنّ (CH) هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$ فإن $(CH) \perp (B)$.

بما أنّ (d) هو محور الضلع $[AB]$ فإنّ $(d) \perp (B)$.

بما أنّ $(CH) \perp (AB)$ و $(d) \perp (AB)$ فإنّ $(CH) // (d)$.

3.



- بما أنّ $OA = OB$ (نصفا قطر في الدائرة)، فإنّ O متساوية المسافة عن طرفي القطعة $[AB]$.

إذن O ينتمي إلى المحور (d) للقطعة $[AB]$.

- بصفة عامة: محور وتر في الدائرة يشمل مركز هذه الدائرة.

4. الحالة (2).

5. الحالة (1).

6. الحالة (2).

7. في الحالة (1)، لدينا: $x - 1 = \frac{12}{2}$. ومنه $x = 7\,cm$

في الحالة (2)، لدينا: $5 = \frac{x+2}{2}$. ومنه $x = 8\,cm$

8.

ABC قائم في A و $[AM]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$، إذن:

$$AM = \frac{BC}{2} \quad \dots (1)$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

BDC قائم في D و $[DM]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$، إذن:

$$DM = \frac{BC}{2} \quad \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أنّ $M = DM$.

إذن: المثلث MD متساوي الساقين في .

9.

بما أنّ المثلث $\widehat{FEG}$ مرسوم في الدائرة التي قطرها $[EG]$، فإنّ المثلث $\widehat{FEG}$ قائم في F.

في المثلث $\widehat{FEG}$ القائم في F لدينا $\widehat{FEG} + \widehat{FGE} = 90°$.

لكن $\widehat{FEG} = 58°$ ، إذن $\widehat{FGE} = 32°$

10. المثلثات القائمة هي: ACD ، ABE ، DBE.

التعليل:

- المثلث DCE متقايس الأضلاع، إذن $\widehat{DCE} = 60°$.
-

النقط B ، C ، E على استقامة واحدة، إذن $\widehat{BCE} = 180°$.

لدينا $\widehat{BCE} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} + \widehat{DCE}$ أي $180 = 30 + \widehat{ACD} + 60$، إذن $\widehat{ACD} = 90°$. ومنه المثلث ACD قائم في C.

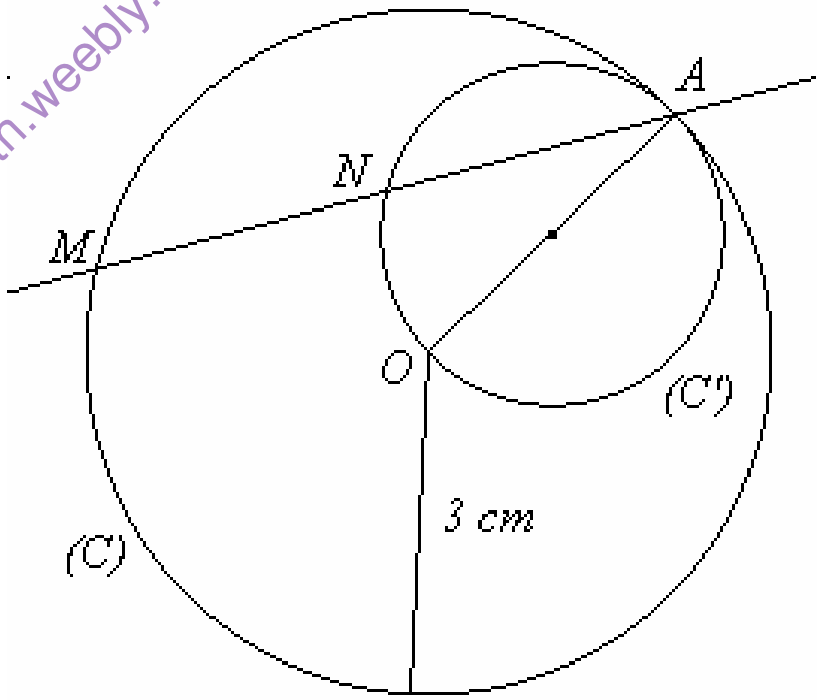
- في المثلث ABE ، $[AC]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ و لدينا $AC = \frac{1}{2}BE$. إذن المثلث ABE قائم في A.

- في المثلث DBE ، $[DC]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ و لدينا $DC = \frac{1}{2}BE$. إذن المثلث DBE قائم في D.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

.11



1)

2) بما أن المثلث ONA مرسوم في الدائرة التي قطرها $[OA]$ ، فإنّ المثلث ONA قائم في N ،

إذن $(ON) \perp (AM)$ ... (1)

لدينا $OM = OA = 3\,cm$ ،

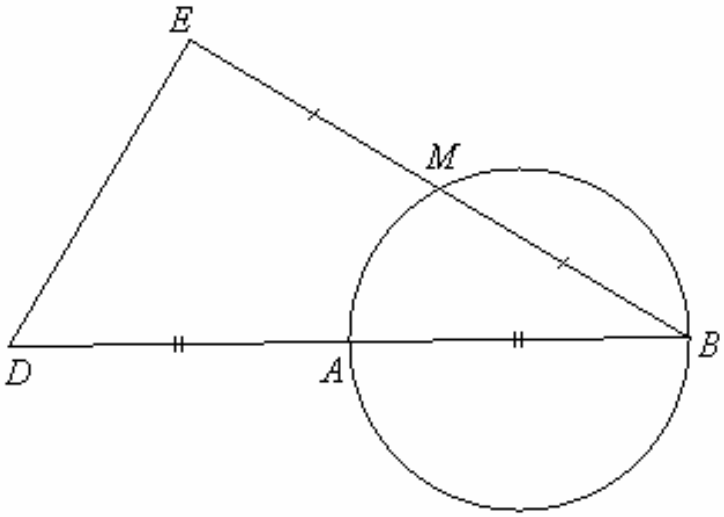
إذن النقطة O تنتمي إلى محور القطعة $[AM]$ ... (2)

من (1) و (2) ينتج أنّ (ON) محور القطعة $[AM]$.

3) نستنتج أنّ النقطة N منتصف القطعة $[AM]$.

.12

1)



2) المثلث AMB قائم في ، لأنّه مرسوم في الدائرة (C) التي قطرها $[AB]$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

3) المستقيم (M) محور الضلع $[BE]$ ، لأنّ (M) عمودي على $[BE]$ و منتصف $[BE]$.

4) بما أنّ نقطة من محور $[BE]$ ، فإنّ $E = AB$.

إذن المثلث EAB متساوي الساقين.

5) في المثلث EBD ، $[EA]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BD]$ ولدينا $EA = AB = \frac{1}{2}BD$. إذن الثلث EBD قائم في E.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/