المستقيمات المتوازية في المثلث

تصميم الدرس

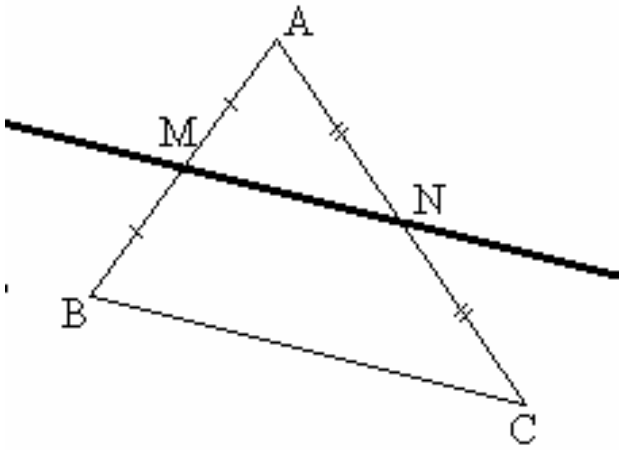
- مستقيم المنتصفين في مثلث
- التوازي والمنتصفات
- المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتقاطعة
- تمارين و مشكلات
- تصحيح التمارين و المشكلات

https://prof27math.weebly.com/

1. مستقيم المنتصفين في مثلث :

خاصية 1:

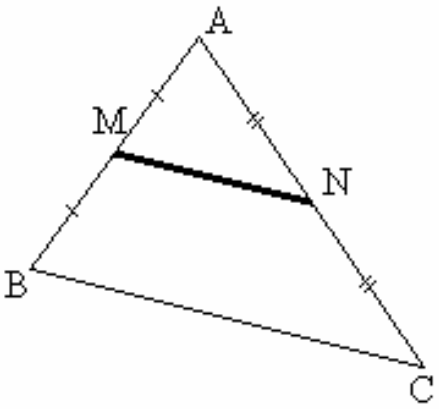
إذا كان مستقيم يشمل منتصفي ضلعين في مثلث، فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث.



المعطيات: ABC مثلث.
M منتصف [AB] و N منتصف [AC].
الخلاصة: (MN) // (BC)

خاصية 2:

إذا كانت قطعة مستقيم تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث، فإن طولها يساوي نصف طول الضلع الثالث لهذا المثلث.



المعطيات: ABC مثلث. M منتصف [AB] و N منتصف [AC].

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

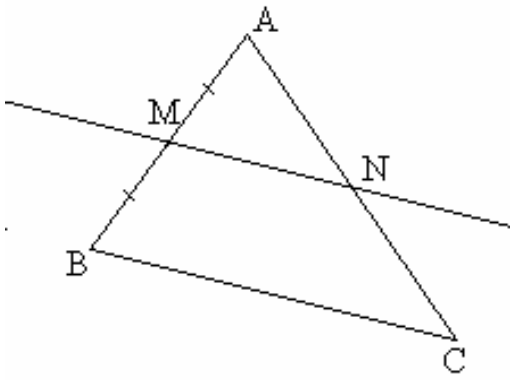
https://prof27math.weebly.com/

الخلاصة: $N = \frac{1}{2}BC$

• التوازي والمنتصفات :

خاصية:

إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا آخرا ، فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث.



المعطيات: ABC مثلث. M منتصف [AB] و (BC) // (MN).
الخلاصة: N منتصف [AC].

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

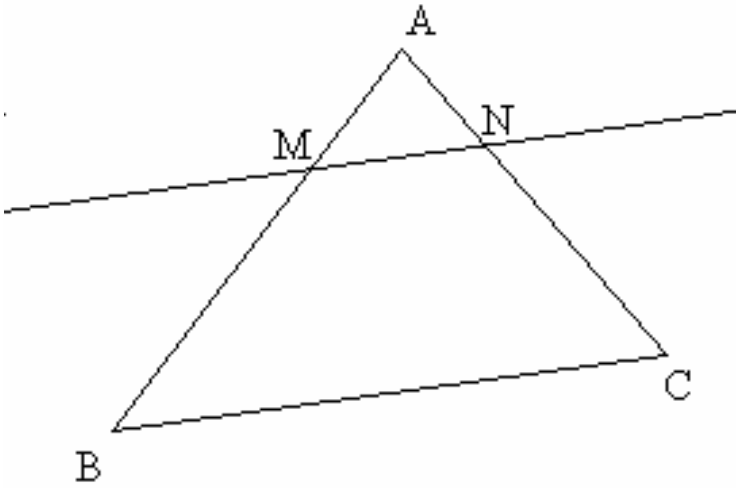
https://prof27math.weebly.com/

• المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتقاطعة :

خاصية:

إذا كانت، في مثلث ABC، M نقطة من الضلع [AB] و N نقطة من الضلع [AC] و كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين فإن:

$$\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}.$$



المعطيات: ABC مثلث. M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC]
(BC) // (MN) ;
الخلاصة: N منتصف [AC].

ملاحظة:

- أطوال اضلاع المثلث AMN متناسبة مع أطوال اضلاع المثلث ABC.
- نسمي كلا من المساوات $\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}$ ، $\frac{AN}{C}=\frac{MN}{BC}$ ، $\frac{AM}{B}=\frac{MN}{BC}$ تناسبا.
- نستعمل إحدى التناسب المذكورة أعلاه لحساب طول ضلع بمعرفة أطوال أضلاع الثلاثة الأخرى.

مثال:

ABC مثلث حيث $B=6\,cm$ ، $C=5\,cm$ ، $BC=8\,cm$.

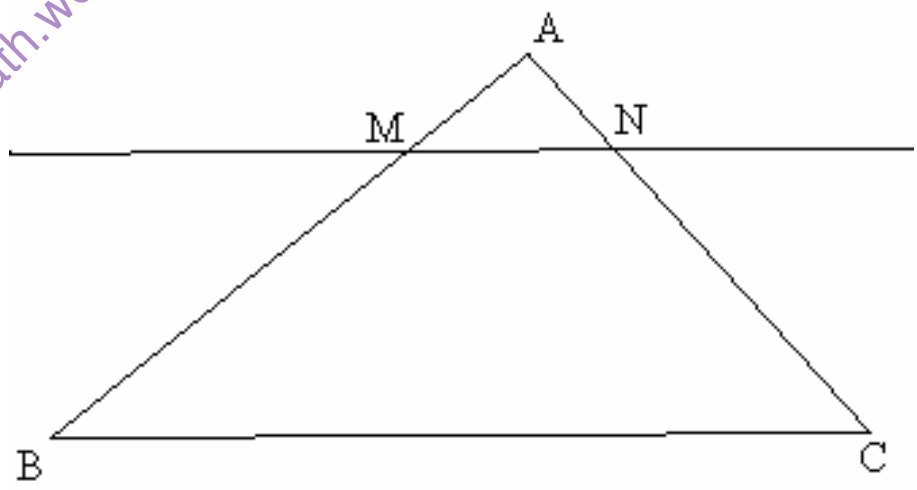
M نقطة من [AB] حيث $M=1,5\,cm$. المستقيم الذي يشمل M ويوازي (BC) يقطع (AC) في N.

أحسب الطولين AN و MN.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل:



المعطيات: ABC مثلث. $AB=6\,cm$ ، $AC=5\,cm$ ، $BC=8\,cm$.

$AM=1,5\,cm$ ، (BC) // (MN)

الخلاصة: أحسب AN و MN.

لدينا ABC مثلث. M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC] و(BC) // (MN)

حسب الخاصية السابقة نستنتج أن $\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

إذن $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ أي $\frac{1,5}{6}=\frac{AN}{5}$ ومنه $\frac{AN}{5}=\frac{1}{4}$. $AN=5\times\frac{1}{4}=1,25$

إذن $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$ ومنه $\frac{MN}{8}=\frac{1}{4}$. $MN=8\times\frac{1}{4}=2$

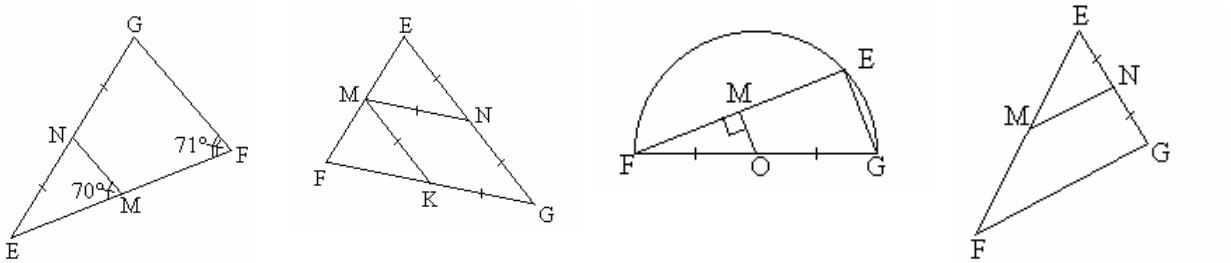
إذن $N=1,25\,cm$ و $N=2\,cm$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمارين و مشكلات :

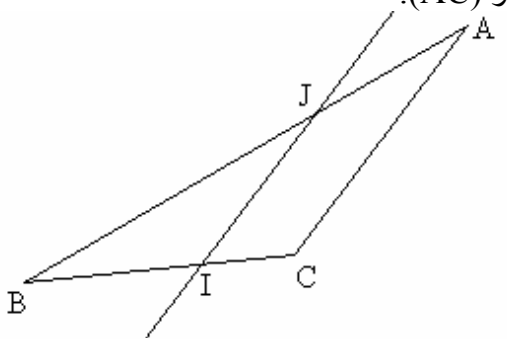
1. إليك الشكال التالية:
2.



④ ③ ② ①

- ما هي الحالات التي تكون فيها النقطة M منتصف القطعة [EF]؟علل.

2. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (AC).



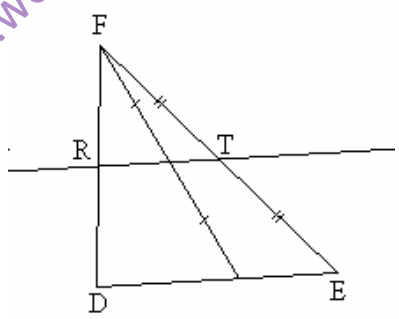
- ما هي المساويات المحققة ؟

ا) $\frac{BJ}{JA}=\frac{IJ}{AC}$ ؛ ب) $\frac{IJ}{AC}=\frac{BJ}{BA}$ ؛ ج) $\frac{BI}{BC}=\frac{BJ}{BA}$ ؛ د) $\frac{BI}{BC}=\frac{BJ}{BA}$.

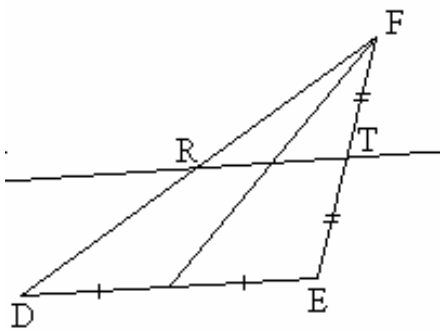
3. في أي حالة من الحالتين التاليتين لدينا (RT) و (DE) متوازيان؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

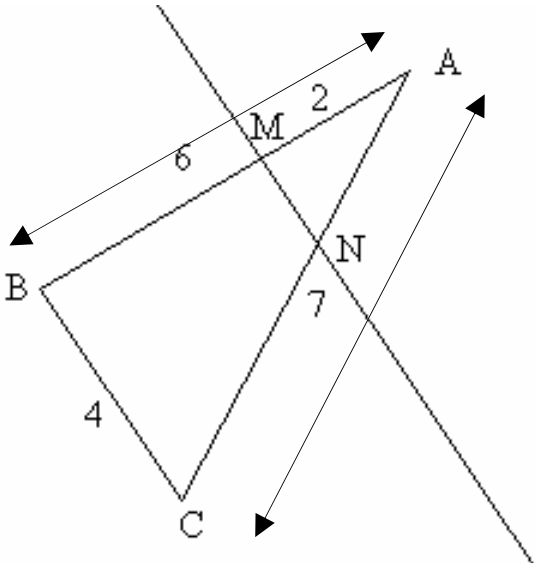


(2)



(1)

من التمرين 4 إلى التمرين 6 نعتبر الشكل التالي حيث (IJ) // (AC).



4. الطول MN يساوي إلى:

ا) 3 ؛ ب) $\frac{4}{3}$ ؛ ج) $\frac{3}{4}$ ؛ د) $\frac{4}{7}$.

5. الطول AN يساوي إلى:

ا) $\frac{7}{3}$ ؛ ب) $\frac{6}{7}$ ؛ ج) $\frac{3}{4}$ ؛ د) $\frac{3}{7}$.

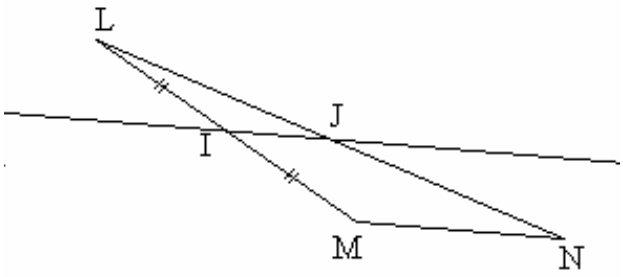
6. الطول CN يساوي إلى:

ا) $\frac{1}{4}$ ؛ ب) $\frac{4}{3}$ ؛ ج) $\frac{14}{3}$ ؛ د) $\frac{4}{7}$.

7. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (MN) متوازيان.

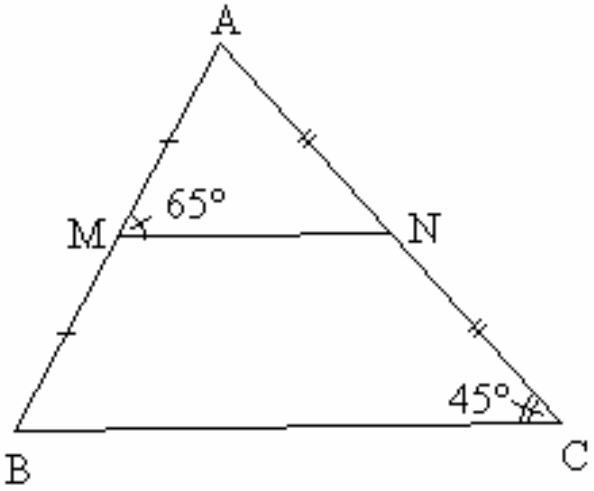
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



- احسب $\frac{LJ}{N}$ بطريقتين مختلفتين.

8. لاحظ الشكل التالي:

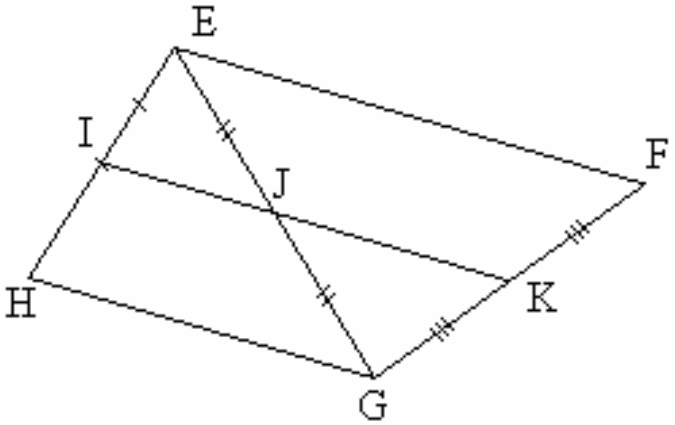


- احسب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$.

9. ارسم متوازي أ

ضلاع ABCD. عين M منتصف [AB]. المستقيم الذي
يشمل M ويوازي (BC) يقطع المستقيم (AC) في N.
- برهن أن النقط D، N، B على استقامة واحدة.

10. ارسم رباعيا EFGH حيث و(EF) يوازي (GH).النقط النقط K،J،I
هي منتصفات القطع [EH] ، [EG] ، [GF].



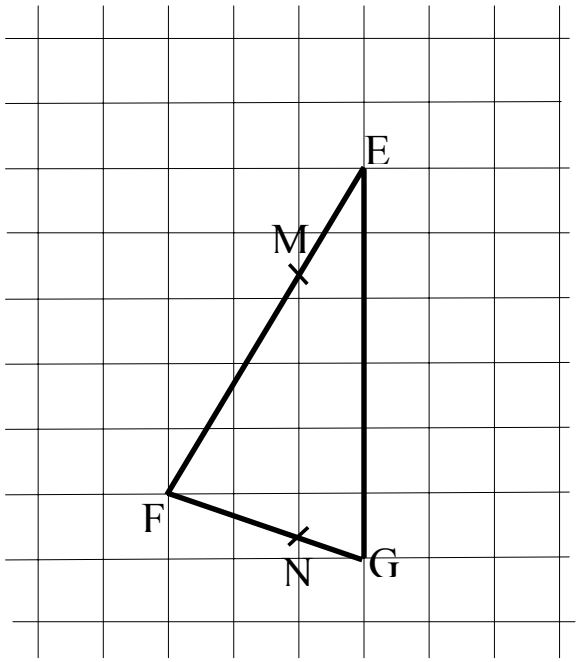
- برهن أن $K = EF + GH$ 2.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

11. أرسم مثلثا ABC حيث BC = 5,8 cm. عين النقطتين E و F منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.
أنشئ النقطة E' نظيرة E بالنسبة إلى B.
ا) - أحسب الطول EF.
- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.
ب) المستقيم (E'F) يقطع (BC) في H.
- أحسب الطولين BH و CH.

12.في الشكل التالي، وحدة الطول هي طول ضلع المربع الصغيرللمرصوفة.



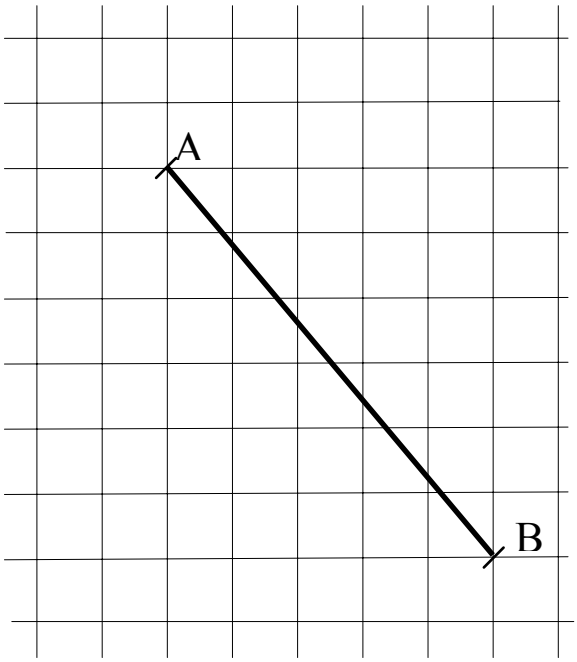
- باستعمال هذه المرصوفة أحسب $\frac{FM}{FE}$.

- أحسب الطول MN.

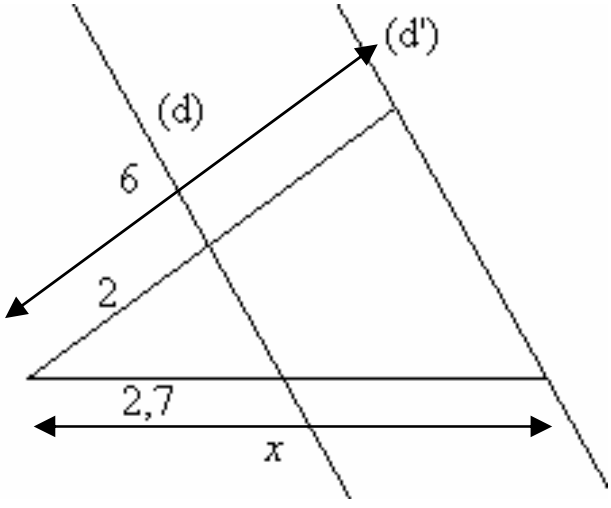
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

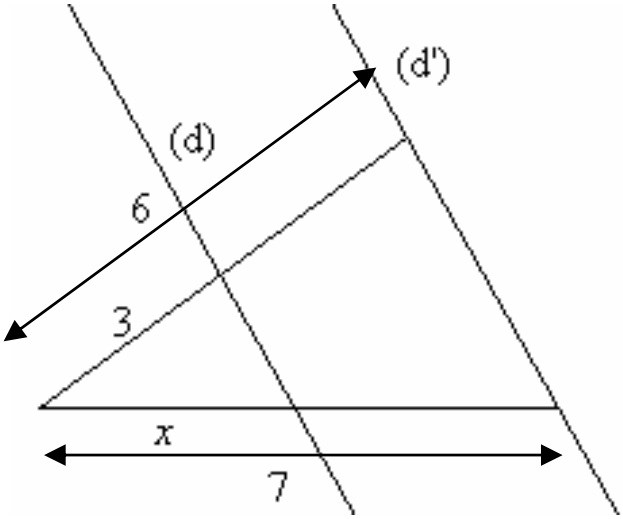
13. أنقل الشكل التالي، ثم باستعمال خطوط هذه المصوفة أنشئ النقطتين M و N من القطعة [AB] حيث: $M = \frac{3}{5}AB$ و $AB = 3AN$.



14. نعلم أن (d) و(d') متوازيان.
- احسب الطول x في كل حالة من الحالات التالية:.



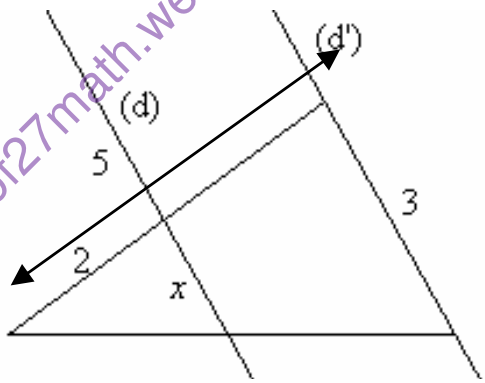
(1)



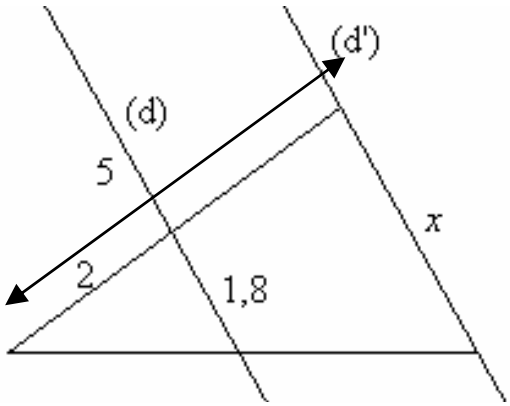
(2)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



(4)



(3)

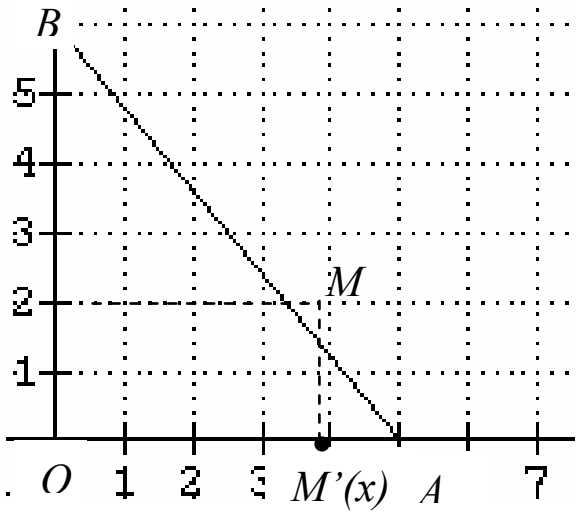
15. أرسم مثلثا ABC. عين النقطتين E و F منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب. عين نقطة M من القطعة [AE] ثم أنشئ النقطة M' نظيرة M بالنسبة إلى E و M'' نظيرة M بالنسبة إلى F.

- برهن أن المستقيمين (M'M'') و (BC) متوازيان.
- قارن بين الطولين M'M'' و BC.

16. نعتبر مثلثا ABC بحيث $BC = 6\,cm$. عين النقطة E منتصف الضلع [BC] و النقطة F من الضلع [BC] بحيث BF = 1 cm. المستقيم الذي يشمل F و يوازي (AE) يقطع (AC) في K و (AB) في G.

- بين أن $\frac{FK}{AE} = \frac{5}{3}$.
- بين أن $\frac{FG}{AE} = \frac{1}{3}$.
- استنتج أن $FK + FG = 2AE$.

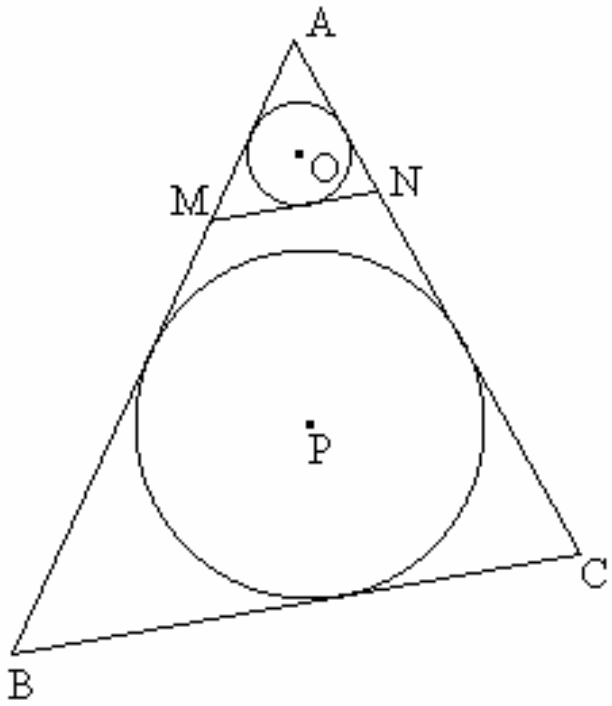
17. إليك المعلم التالي. أحسب الفاصلة x للنقطة M.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

18. إليك الشكل التالي. المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان. أنشئنا الدائرتين اللتين مركزيهما O و P على الترتيب و المرسومتين داخل المثلثين AMN و ABC على الترتيب.



- برهن أن: $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$.

- برهن أن: $\widehat{OMA} = \widehat{PBA}$.
- ماذا نستنتج بالنسبة إلى المستقيمين (OM) و (PB) ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تصحيح التمارين و المشكلات :

1. M منتصف القطعة [EF] في الحالتين ② و ③

التعليل:

- في الحالة الثانية لدينا:

(EF)⊥(GE) (المثلث EFG قائم في E لأنه مرسوم داخل نصف الدائرة قطرها FG، و (OM)⊥(EF) إذن (GE)//(OM).

في المثلث EFG لدينا O منتصف [FG] و (GE)//(OM) فإن M منتصف القطعة [EF].

- في الحالة الثالثة لدينا: الرباعي MNGK معين إذن (GK)//(MN).

في المثلث EFG لدينا N منتصف [EG] و(GK)//(MN) فإن M منتصف القطعة [EF].

2. المساويات المحققة هي: ب) و ج).

3.(RT) و (DE) متوازيان في الحالة (2).

4. ب) $\frac{4}{3}$.

5. أ) $\frac{7}{3}$.

6. ج) $\frac{14}{3}$.

7. الطريقة 1:

في المثلث LMN لدينا I منتصف [LM] و (IJ) و (MN) متوازيان.

حسب الخاصية: " إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا آخرا فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث".

نستنتج أن J منتصف [LN] ومنه $\frac{LJ}{LN}=\frac{1}{2}$.

الطريقة 2:

في المثلث LMN، I نقطة من [LM] وJ نقطة من [LN] و(IJ) و (MN) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{LJ}{N}=\frac{LI}{LM}$ لكن $\frac{LI}{LM}=\frac{1}{2}$ إذن $\frac{LJ}{LN}=\frac{1}{2}$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

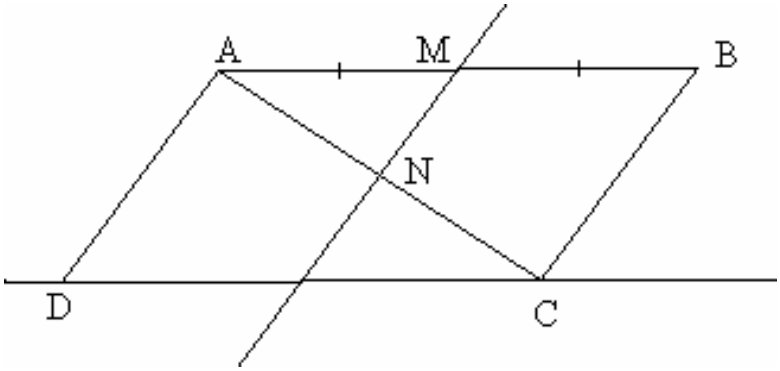
8. في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] وN منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث ABC نستنتج أن (MN) و(BC) متوازيان.
المستقيمان (MN) و(BC) متوازيان و(BC) قاطع لهما

إذن $\widehat{ANM} = \widehat{ACB} = 45°$ (بالتبادل الداخلي).

في المثلث AMN لدينا: $\widehat{MAN} + \widehat{AMN} + \widehat{ANM} = 180°$ أي

$\widehat{MAN} + 65° + 45° = 180°$ نستنتج أن $\widehat{MAN} = 70°$ أي $\widehat{BAC} = 70°$.

9.



في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و(MN) يوازي (BC) .
نستنتج أن N منتصف [AC].
بمأن ABCD متوازي اضلاع فإن المنتصف N للقطر[AC] هو ايضا منتصف للقطر[BD] إذن النقط D، N، B على استقامة واحدة.

10. في المثلث EGH لدينا I منتصف [EH] وJ منتصف [EG] .

حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن $J = \frac{1}{2}GH$.

في المثلث GEF لدينا J منتصف [GE] وK منتصف [GF] .

حسب خاصية المنتصفين في المثلث GEF نستنتج أن $JK = \frac{1}{2}EF$.

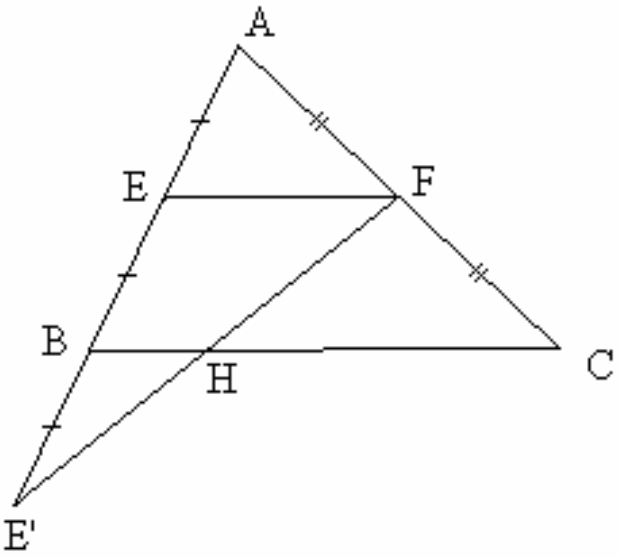
ومنه $J + JK = \frac{1}{2}GH + \frac{1}{2}EF$ أي $K = \frac{1}{2}(GH + EF)$

ونستنتج: $2\ K = GH + EF$.

11.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



ا) - في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] وF منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن:.

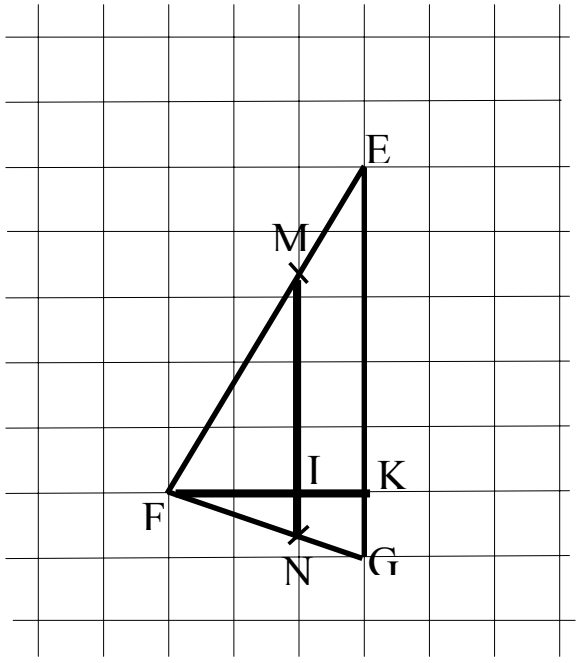
$$EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5,6 = 2,8 \text{ أي } EF = 2,8\,cm .$$

- و نستنتج أيضا أن المستقيمين (EF) و(BC) متوازيان.
ب) في المثلث E'EF لدينا B منتصف [EE'] و(BH) يوازي (EF) .

نستنتج أن $BH = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 2,8 = 1,4$ أي $BH = 1,4\,cm$.

$$CH = BC - BH = 5,6 - 1,4 = 4,2 \text{ أي } CH = 4,2\,cm .$$

.12



نلاحظ أنّ المستقيم (MN) هو خط عمودي للمرصوفة إذن (MN) يوازي(EG) .
الخط الأفقي للمرصوفة الذي يشمل F يقطع (MN) في I و(EG) في K.
في المثلث EFK ، I نقطة من [FK] و M نقطة من [FE] و(MI) و (EK) متوازيان.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

نستنتج أن $\frac{FM}{FE}=\frac{FI}{FK}$ لكن $\frac{FI}{FK}=\frac{2}{3}$ (نحسب المربعات) إذن $\frac{FM}{FE}=\frac{2}{3}$.

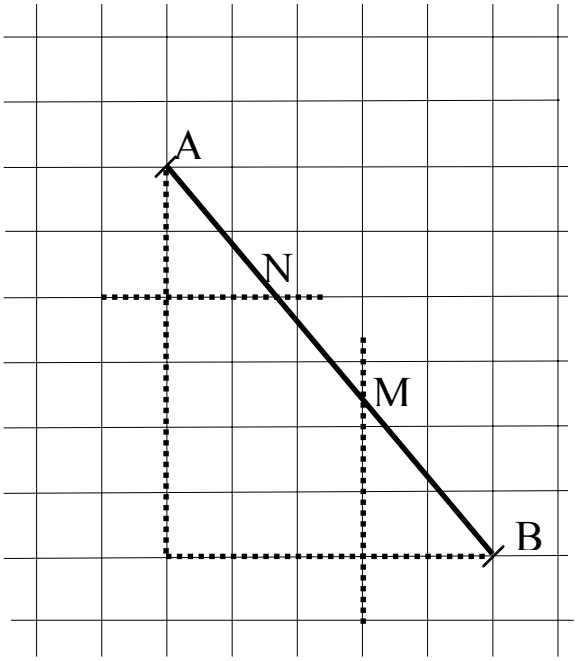
في المثلث EFG ، M نقطة من [FE] و N نقطة من [FG] و(MN) و (EG) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{MN}{EG}=\frac{FM}{FE}$ لكن $\frac{FM}{FE}=\frac{2}{3}$ (نحسب المربعات) إذن $\frac{MN}{EG}=\frac{2}{3}$

ومنه $N=\frac{2}{3}EG$ ، لكن EG = 6 (حسب الشكل) إذن $MN=\frac{2}{3}\times 6$

أي MN = 4.

.13



14.- في الحالة (1) لدينا: $\frac{2,7}{x}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ أي $x=2,7\times 3$ أي $x=8,1$.

- في الحالة (2) لدينا: $\frac{x}{7}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ أي $x=\frac{7}{2}$ أي $x=3,5$.

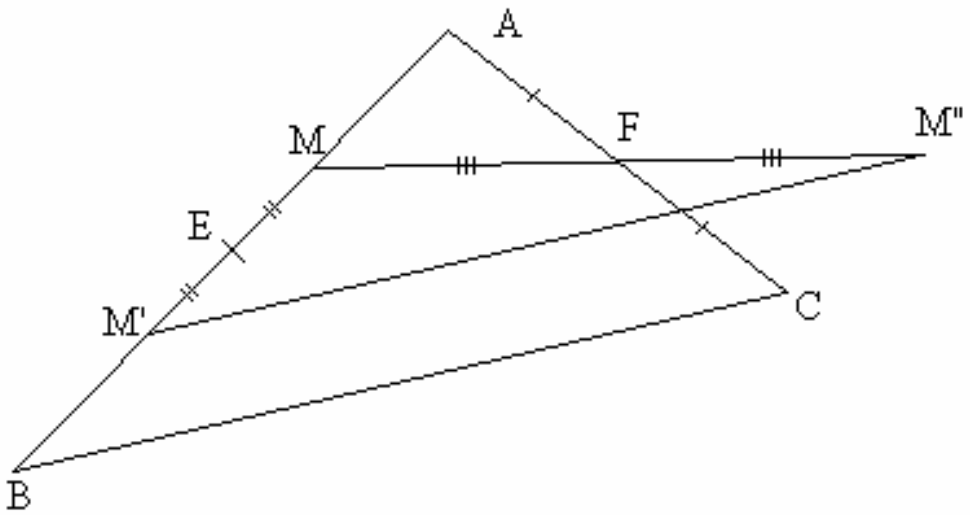
- في الحالة (3) لدينا: $\frac{1,8}{x}=\frac{2}{5}$ أي $x=\frac{1,8\times 5}{2}$ أي $x=4,5$.

- في الحالة (4) لدينا: $\frac{x}{3}=\frac{2}{5}$ أي $x=\frac{3\times 2}{5}$ أي $x=1,2$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

.15



في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] و F منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و(BC) متوازيان و

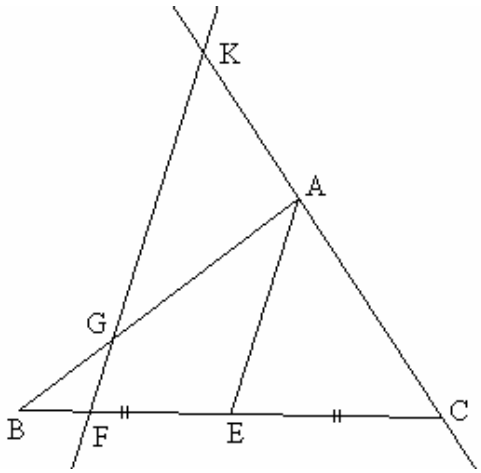
$EF = \frac{1}{2} BC$ أي $BC = 2 \times EF$.

في المثلث MM'M'' لدينا E منتصف [MM'] و F منتصف [MM''] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و(M'M'') متوازيان

و $EF = \frac{1}{2} M'M''$ أي $M'M'' = 2 \times EF$.

- (BC) و (M'M'') يوازيان نفس المستقيم (EF) فإنهما متوازيان.
- $BC = 2 \times EF$ و $M'M'' = 2 \times EF$ منه $BC = M'M''$.

.16



- في المثلث FKC ، E نقطة من [FC] و A نقطة من [CK]
و(AE') و (FK) متوازيان.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

نستنتج أن $\frac{FK}{AE}=\frac{CF}{CE}$ لكن $CF = 5\ cm$ و $CE = 3\ cm$ إذن $\frac{CF}{CE}=\frac{5}{3}$

ومنه $\frac{FK}{AE}=\frac{5}{3}$.

- في المثلث BEA ، F نقطة من [BE] و G نقطة من [BA]
و(GF) و (AE) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{FG}{AE}=\frac{BF}{BE}$ لكن $BF = 1\ cm$ و $BE = 3\ cm$ إذن $\frac{BF}{BE}=\frac{1}{3}$

ومنه $\frac{FG}{E}=\frac{1}{3}$.

- بمان $\frac{FK}{AE}=\frac{5}{3}$ فأن $FK=\frac{5}{3}AE$ و بمان $\frac{FG}{AE}=\frac{1}{3}$ فأن $FG=\frac{1}{3}AE$

إذن $FK+FG=\frac{5}{3}AE+\frac{1}{3}AE=\frac{6}{3}AE$ أي $FK+FG=2AE$

.17

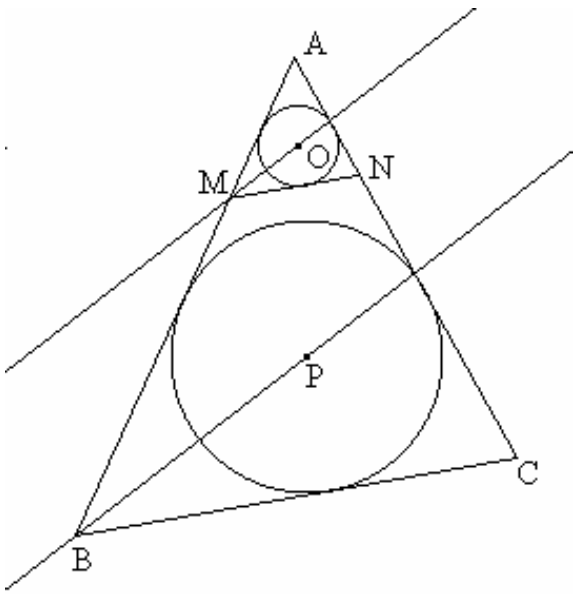
في المثلث OAB ، M نقطة من [AB] و M' نقطة من [OA] و
(MM') و (OB) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{M'}{O}=\frac{MM'}{OB}$ لكن $\frac{MM'}{OB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ إذن $\frac{AM'}{O}=\frac{1}{3}$

و منه $AM'=\frac{1}{3}AO$ ، لكن $AO = 5$ (حسب الشكل) إذن $AM'=\frac{5}{3}$

ونستنتج أن $OM'=OA-AM'=5-\frac{5}{3}=\frac{10}{3}$ إذن $x=\frac{10}{3}$.

.18



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

- AMN و ABC هما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (MN) و (BC) و القاطع (AB) وبمأن هذين المستقيمين متوازيان فإن الزاويتين متساويتان إذن : AMN = ABC.

- O مركز الدائرة داخل المثلث AMN إذن المستقيم (OM) منصف الزاوية AMN و منه:

$$OMA = \frac{1}{2} AMN .$$

- P مركز الدائرة داخل المثلث ABC إذن المستقيم (BP) منصف الزاوية ABC و منه

$$PBA = \frac{1}{2} ABC .$$

- لدينا: $OMA = \frac{1}{2} AMN$ و $PBA = \frac{1}{2} ABC$ و AMN = ABC إذن:

PBA = OMA.

بمأن الزاويتين PBA و OMA متساويتان وهما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (PB) و (OM) و القاطع (AB) إذن نستنتج أن المستقيمين (PB) و (OM) متوازيان.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/