15 : 23

مرحبا ! أحتاج إلى مساعدة لحل هذا التمرين :

1. عيّن مجموعة القواسم المشتركة للعددين 595 و133 مع تفصيل الخطوات.
2. جِد أصغر عددين طبيعيين غير معدومين x و y حيث: $595x = 133y$.
3. اكتب في أبسط شكل العبارتين : $A = \frac{595}{133} \div \frac{5}{2} - \frac{17}{19}$ و $B = \frac{1}{595} + \frac{1}{133}$.

15 : 24

مرحبا !
نبدأ بالسؤال الأول : ما هي الصعوبة التي تواجهها ؟

15 : 24

الأعداد كبيرة و لا أستطيع تعيين قواسم كل منها فقد يستغرق ذلك مني وقتا كبيرا !

15 : 25

صحيح ! لكن هناك خاصية تقول : القواسم المشتركة لعددين طبيعيين هي بالضبط قواسم قاسمهما المشترك الأكبر ☺

15 : 25

بالطبع ! يكفي أن نبحث عن $\text{pgcd}(595;133)$ و هذا أمر سهل !

$$595 - 133 = 462$$
$$462 - 133 = 329$$
$$329 - 133 = 196$$
$$196 - 133 = 63$$
$$133 - 63 = 70$$
$$70 - 63 = 7$$
$$63 - 7 = 56$$
$$56 - 7 = 49$$
$$49 - 7 = 42$$
$$42 - 7 = 35$$
$$35 - 7 = 28$$
$$28 - 7 = 21$$
$$21 - 7 = 14$$
$$14 - 7 = \boxed{7}$$
$$7 - 7 = 0$$

آخر فرق غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر أي $\text{pgcd}(595;133) = 7$ و قواسم 7 هي 1 و 7 فقط إذن مجموعة القواسم المشتركة للعددين 595 و 133 هي $\{1;7\}$.

15 : 27

ما قمت به صحيح لكن توجد طريقة أسهل و هي خوارزمية إقليدس :

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} 595 & = & 133\times 4 & + & 63 \\ 133 & = & 63\times 2 & + & \boxed{7} \\ 63 & = & 7\times 9 & + & 0 \end{array}\right. \Rightarrow \text{PGCD}(595;133) = 7$$

آخر باقٍ غير معدوم هو ق.م.أ أي $\text{pgcd}(595;133) = 7$.

15 : 28

نعم شكرا !
ماذا عن السؤال الثاني ؟

15 : 28

نعيد كتابة المساواة بشكل آخر : $\frac{x}{y} = \frac{133}{595}$.
x و y أصغر ما يمكن معناه الكسر $\frac{x}{y}$ غير قابل للاختزال أي x و y أوليان فيما بينهما (قاسمهما المشترك الأكبر هو 1).

15 : 29

حتى نكتب كسرا في الشكل غير القابل للاختزال، نقسم بسطه و مقامه على ق.م.أ لهما.
$\frac{x}{y} = \frac{133}{595} = \frac{133 \div 7}{595 \div 7} = \frac{19}{85}$

نستنتج أن $x = 19$ و $y = 85$.

15 : 33

أحسنت !
أعتقدك أنه بإمكانك الآن الإجابة على السؤال الثالث بسهولة ☺

15 : 35

ألاحظ أن الكسر $\frac{595}{133}$ هو مقلوب الكسر $\frac{x}{y}$ الذي اختزلناه في السؤال السابق و بالتالي لا نعيد الاختزال مرة ثانية.

$$A = \frac{595}{133} \times \frac{2}{5} - \frac{17}{19} = \frac{85}{19} \times \frac{2}{5} - \frac{17}{19}$$
$$= \frac{85 \times 2}{19 \times 5} - \frac{17}{19} = \frac{\cancel{5} \times 17 \times 2}{19 \times \cancel{5}} - \frac{17}{19}$$
$$= \frac{34}{19} - \frac{17}{19} = \frac{34 - 17}{19} = \boxed{\frac{17}{19}}$$
$$B = \frac{1}{595} + \frac{1}{133} = \frac{1 \times 133 + 595 \times 1}{595 \times 133}$$
$$= \frac{133 + 595}{79135} = \frac{728}{595}$$
$$= \frac{728 \div 7}{79135 \div 7} = \boxed{\frac{104}{11305}}$$

لاحظت أن $\text{pgcd}(595;133)$ يقسم أيضا المجموع $133 + 595$ و الجداء 133×595.

15 : 36

ممتاز !

15 : 37

شكرا جزيلا على المساعدة ☺

15 : 39

على الرحب و السعة ☺