15 : 23

مرحبا ! أحتاج إلى مساعدة لحل هذا التمرين :
قطعة أرض مثلثة الشكل أبعادها 132 m ، 1,56 hm و 204 m. نريد إحاطتها بأشجار بحيث نغرس شجرة في كل رأس و المسافة بين شجرتين متتاليتين ثابتة و عددا طبيعيا من الأمتار.
ما هو أقل عدد من الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الأرض ؟

15 : 24

مرحبا !
في التمارين التي تتحدث عن الأعداد الطبيعية حيث يتم توظيف كلمات مثل "أقل، أصغر، ..." أو "أكثر، أكبر، ..." ، عادة ما يكون الحل بتوظيف القاسم المشترك الأكبر (pgcd) لعددين طبيعيين أو أكثر.

15 : 24

لكن أحد الأبعاد عدد عشري (1,56 hm) و ليس طبيعيا ؟ و نحن نعلم أن القاسم المشترك الأكبر يخص الأعداد الطبيعية ؟!

15 : 25

صحيح ! لكن يمكننا التخلص من الفاصلة بالتحويل ☺

15 : 25

بالطبع ! يكفي أن نحول $1,56\ \text{hm} = 156\ \text{m}$.
إذن يجب حساب $\text{pgcd}(132;156;204)$ ؟ و لكن كيف يمكن تبرير ذلك ؟
و كيف نحسب pgcd لثلاثة أعداد ؟

15 : 27

التبرير : بما أننا نريد أقل عدد ممكن من الأشجار فإن المسافة بين شجرتين متجاورتين يجب أن تكون أكبر ما يمكن. و بما أن هذه المسافة ثابتة و عدد طبيعي فهي تقسم كل أبعاد الأرض.
إذن المسافة بين شجرتين متجاورتين هي $\text{pgcd}(132;156;204)$.
الحساب : لحساب القاسم المشترك الأكبر لثلاثة أعداد طبيعية، نحسب أولا القاسم المشترك الأكبر لاثنين منهما ثم نعوضهما بهذا القاسم المشترك الأكبر.
نبدأ بحساب $\text{pgcd}(132;204)$ مثلا و هو آخر باقٍ غير معدوم في خوارزمية إقليدس :

$$\left\{\begin{array}{l|l} 204 = 132\times 1 + 72 & \\ 132 = 72\times 1 + 60 & \\ 72 = 60\times 1 + \boxed{12} & \Rightarrow \text{PGCD}(204;132) = 12 \\ 60 = 12\times 5 + 0 & \end{array}\right.$$

الآن، نحسب $\text{pgcd}(156;12)$ حيث عوضنا العددين 204 و 132 بِـ $\text{pgcd}(204;132)$ أي بِـ 12.

$$\{\, 156 = 12\times 13 + 0 \mid \Rightarrow \text{PGCD}(156;12) = 12 \}$$

نلاحظ أن 12 يقسم 156 إذن 12 هو $\text{pgcd}(156;12)$.
في الأخير $\text{pgcd}(132;156;204) = 12$.

15 : 28

هذا يعني أن المسافة بين شجرتين متتاليتين هي $d = 12\ \text{m}$.
بإمكاني الآن حساب عدد الأشجار.
هل أحتاج إلى حساب المحيط أم المساحة ؟

15 : 28

أين نغرس الأشجار ؟ على محيط الأرض ... إذن نوظف المحيط !

15 : 29

أكيد ! محيط الأرض هو $\mathcal{P} = 132 + 156 + 204 = 492\ \text{m}$
حتى نجد عدد الأشجار، يكفي أن نقسم المحيط على المسافة بين شجرتين متتاليتين و نجد :

$$\frac{\mathcal{P}}{d} = \frac{492}{12} = 41$$

إذن عدد الأشجار وفق هذه الشروط هو 41 شجرة.

15 : 30

أحسنت !

15 : 30

شكرا جزيلا على المساعدة ☺

15 : 30

على الرحب و السعة ☺

اكتب...